I.5 Os ângulos junto à base dos triângulos isósceles são iguais entre si, e, tendo sido prolongadas ainda mais as retas iguais, os ângulos sob a base serão iguais entre si.

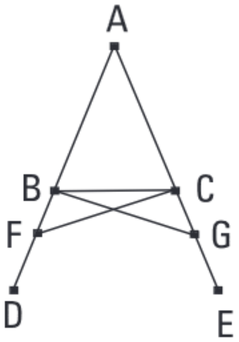
I.6 Caso os dois ângulos de um triângulo sejam iguais entre si, também os lados que se estendem sob os ângulos iguais serão iguais entre si.

I. 16 Tendo sido prolongado um dos lados de todo triângulo, o ângulo exterior é maior do que cada um dos ângulos interiores e opostos.

I. 19 O maior lado de todo triângulo é subtendido pelo maior ângulo.

I. 20 Os dois lados de todo triângulo, sendo tomados juntos de toda maneira, são maiores do que o restante.

I. 5



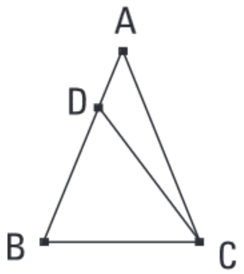
Seja o triângulo isósceles ABC, tendo o lado AB igual ao lado AC, e fiquem prolongadas ainda mais as retas BD, CE sobre uma reta com as AB, AC; digo que, por um lado, o ângulo sob ABC é igual ao sob ACB, e, por outro lado, o sob CBD, ao sob BCE.

Fique, pois, tomado sobre a BD o ponto F, encontrado ao acaso, e fique subtraída da maior AE a AG igual à menor AF, e fiquem ligadas as retas FC, GB.

Como, de fato, por um lado, a AF é igual à AG, e, por outro lado, a AB, à AC, então, as duas FA, AC são iguais às duas GA, AB, cada uma a cada uma; e contêm o ângulo sob FAG comum; portanto, a base FC é igual à base GB, e o triângulo AFC será igual ao triângulo AGB, e os ângulos restantes serão iguais aos ângulos restantes, cada um a cada um, sob os quais se estendem os lados iguais, por um lado, o sob ACF ao sob ABG, e, por outro lado, o sob AFC ao sob AGB. E, como a AF toda é igual à AG toda, das quais a AB é igual à AC, portanto, a restante BF é igual à restante CG. Mas também a FC foi provada igual à GB; então, as duas BF, FC são iguais às duas CG, GB, cada uma a cada uma; também o ângulo sob BFC é igual ao ângulo sob CGB, e a base BC deles é comum; portanto, também o triângulo BFC será igual ao triângulo CGB, e os ângulos restantes serão iguais aos ângulos restantes, cada um a cada um, sob os quais se estendem os lados iguais; portanto, por um lado, o sob FBC é igual ao sob GCB, e, por outro lado, o sob BCF ao sob CBG. Como, de fato, o ângulo sob ABG todo foi provado igual ao ângulo sob ACF todo, dos quais o sob CBG é igual ao sob BCF, portanto, o sob ABC restante é igual ao sob ACB restante; e estão junto à base do triângulo ABC. Mas foi provado também o sob FBC igual ao sob GCB; e estão sob a base.

Portanto, os ângulos junto à base dos triângulos isósceles são iguais entre si, e, tendo sido prolongadas ainda mais as retas iguais, os ângulos sob a base serão iguais entre si; o que era preciso provar.

I. 6



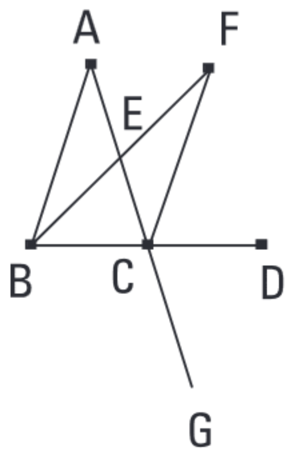
Seja o triângulo ABC, tendo o ângulo sob ABC igual ao ângulo sob ACB; digo que também o lado AB é igual ao lado AC.

Pois, se a AB é desigual à AC, uma delas é maior. Seja maior a AB, e fique subtraída da maior AB a DB igual à menor AC, e fique ligada a DC.

Como, de fato, a DB é igual à AC, e a BC é comum, então, as duas DB, BC são iguais às duas AC, CB, cada uma a cada uma, e o ângulo sob DBC é igual ao ângulo sob ACB; portanto, a base DC é igual à base AB e o triângulo DBC será igual ao triângulo ACB, o menor, ao maior; o que é absurdo; portanto, a AB não é desigual à AC; portanto, é igual.

Portanto, caso os dois ângulos de um triângulo sejam iguais entre si, também os lados que se estendem sob os ângulos iguais serão iguais entre si; o que era preciso provar

I. 16



Seja o triângulo ABC, e fique prolongado um lado dele, o BC, até o D; digo que o ângulo exterior, o sob ACD, é maior do que cada um dos ângulos sob CBA, BAC, interiores e opostos.

Fique cortada a AC em duas no E, e, tendo sido ligada a BE, fique prolongada sobre uma reta até o F, e fique posta a EF igual à BE, e fique ligada a FC, e fique traçada através a AC até o G.

Como, de fato, por um lado, a AE é igual à EC, e, por outro lado, a BE, à EF, então, as duas AE, EB são iguais às duas CE, EF, cada uma a cada uma; e o ângulo sob AEB é igual ao ângulo sob FEC; pois, estão no vértice; portanto, a base AB é igual à base FC, e o triângulo ABE é igual ao triângulo FEC, e os ângulos restantes são iguais aos ângulos restantes, cada um a cada um, sob os quais se estendem os lados iguais; portanto, o sob BAE é igual ao sob ECF. Mas o sob ECD é maior do que o sob ECF; portanto, o sob ACD é maior do que o sob BAE. Do mesmo modo, então, cortada a BC em duas, será provado também o sob BCG, isto é, também o sob ACD maior do que o sob ABC.

Portanto, tendo sido prolongado um dos lados de todo triângulo, o ângulo exterior é maior do que cada um dos ângulos interiores e opostos; o que era preciso provar.

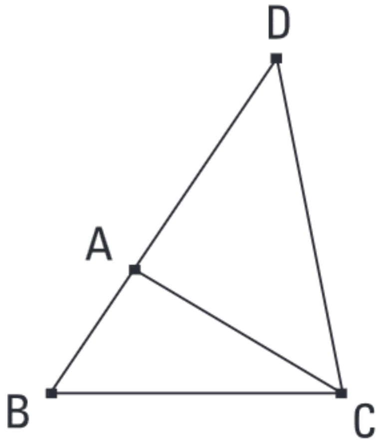
I. 19

Seja o triângulo ABC, tendo o ângulo sob ABC maior do que o sob BCA; digo que também o lado AC é maior do que o lado AB.

Pois, se não, ou a AC é igual à AB ou menor; por um lado, de fato, a AC não é igual à AB; pois, também o ângulo sob ABC era igual ao sob ACB; e não é; portanto, a AC não é igual à AB. Nem, por certo, a AC é menor do que a AB; pois, também o ângulo sob ABC era menor do que o sob ACB; e não é; portanto, a AC não é menor do que a AB. Mas, foi provado que nem é igual.

Portanto, a AC é maior do que a AB. Portanto, o maior lado de todo triângulo é subtendido pelo maior ângulo; o que era preciso provar.

I. 20



Seja, pois, o triângulo ABC; digo que os dois lados do triângulo ABC, sendo tomados juntos de toda maneira, são maiores do que o restante, por um lado, os BA, AC, do que o BC, e, por outro lado, os AB, BC, do que o AC, enquanto os BC, CA, do que o AB.

Fique, pois, traçada através a BA até o ponto D, e fique posta a AD igual à CA, e fique ligada a DC. Como, de fato, a DA é igual à AC, também o ângulo sob ADC é igual ao sob ACD; portanto, o sob BCD é maior do que o sob ADC; e, como o DCB é um triângulo, tendo o ângulo sob BCD maior do que o sob BDC, e o maior lado é subtendido pelo maior ângulo, portanto, a DB é maior do que a BC. Mas a DA é igual à AC; portanto, as BA, AC são maiores do que a BC. Do mesmo modo, então, provaremos que também, por um lado, as AB, BC são maiores do que a CA, e, por outro lado, as BC, CA, do que a AB.

Portanto, os dois lados de todo triângulo, sendo tomados juntos de toda maneira, são maiores do que o restante; o que era preciso provar.