



**OTIMIZANDO O TEMPO DE COLHEITA DE HORTALIÇAS:  
UM ESTUDO ATRAVÉS DO MODELO LOGÍSTICO**

Jonas Rodrigues Costa

Trabalho de Conclusão do Curso Superior de Licenciatura em Matemática, orientado  
pelo Prof. Dr. Marco Aurélio Granero Santos.

São Paulo

2023



Jonas Rodrigues Costa

**OTIMIZANDO O TEMPO DE COLHEITA DE HORTALIÇAS:  
UM ESTUDO ATRAVÉS DO MODELO LOGÍSTICO**

Trabalho de Conclusão de Curso apresentado ao Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia de São Paulo – IFSP, em cumprimento ao requisito parcial para obtenção do grau acadêmico de licenciado em Matemática.

Orientador: Prof. Dr. Marco Aurélio Granero Santos.

São Paulo

2023



Catalogação na fonte  
Biblioteca Francisco Montojos - IFSP Campus São Paulo  
Dados fornecidos pelo(a) autor(a)

c837o	<p>Costa, Jonas Rodrigues Otimizando o tempo de colheita de hortaliças: um estudo através do modelo logístico / Jonas Rodrigues Costa. São Paulo: [s.n.], 2023. 57 f.</p> <p style="text-align: center;">Orientador: Marco Aurelio Granero Santos</p> <p style="text-align: center;">Trabalho de Conclusão de Curso (Licenciatura em Matemática) - Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia de São Paulo, IFSP, 2023.</p> <p style="text-align: center;">1. Modelagem Matemática. 2. Agricultura. 3. Crescimento Logístico. 4. Otimização. 5. Tempo de Colheita. I. Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia de São Paulo II. Título.</p> <p>CDD 510</p>
-------	--



*Eu dedico este trabalho à minha família*





## **Agradecimentos**

Gostaria de agradecer a Deus por ter me dado a possibilidade de vivenciar esta experiência e por estar sempre presente em minha vida.

Quero também agradecer aos meus familiares, que sempre me incentivaram na busca do conhecimento e acreditaram na minha capacidade. Quero agradecer a minha mãe Sandra e ao meu Pai José pelo apoio e incentivo. Quero agradecer a minha tia Lenis pelos conselhos e dicas também.

Sou grato pelo apoio dos professores do Instituto Federal, e pela forma de conduzir nossa formação e principalmente pelo ambiente de harmonia.

Quero deixar o meu agradecimento ao professor Dr. Marco Granero, pela orientação, participação na construção de minha trajetória como professor-pesquisador em formação.

Por fim quero deixar meus votos de gratidão para o reitor e acadêmicos do Instituto Federal pela acolhida e participação durante a prática pedagógica desenvolvida. A todos aqueles que de uma maneira ou de outra contribuíram para que esse trabalho fosse realizado.



*Havia uma pequena cidade, de poucos habitantes. Um rei poderoso veio  
contra ela, cercou-a com muitos dispositivos de guerra.*

*Ora, naquela cidade vivia um homem pobre, mas sábio,  
E com sua sabedoria ele salvou a cidade.*

*No entanto, ninguém se lembrou mais daquele pobre.*

*Por isso pensei: Embora a sabedoria seja melhor do que a força, a  
sabedoria do pobre é desprezada, e logo suas palavras são esquecidas.*

*Eclesiastes 10:14-16*



## RESUMO

Devido às crescentes demandas e necessidades por alimento e com um mercado agrícola competitivo é necessário que o produtor saiba o tempo certo de colher a fim de economizar recursos naturais e financeiros. De modo a entender o crescimento e desenvolvimento do plantio de uma hortaliça, sementes de cebolinha foram plantadas em um vaso com um solo adubado e seu crescimento, em função do tempo, foi medido. A partir da análise destes foi possível utilizar da Modelagem Matemática no ajuste de uma função logística. Posteriormente foi observado o crescimento das cebolinhas e analisando a diminuição no ritmo de crescimento destas sementes e sua consequente estabilização. Este modelo foi utilizado como ferramenta para prever o instante de colheita de sementes e consequente otimização de produção agrícola, ou seja, este trabalho procurou avaliar o crescimento da cebolinha a partir do modelo logístico, determinando o período a partir do qual a taxa de crescimento estabiliza, determinando assim o período para colheita e suas consequências econômicas.

**Palavras-chaves:** Modelagem Matemática, Agricultura, Crescimento Logístico, Otimização, Tempo de Colheita.



## ABSTRACT

Due to the increasing demand for food in a competitive agricultural market, it is necessary that the producer to know the right time to harvest in order to save natural and financial resources. In order to understand the growth and development of vegetable planting, chive seeds have been planted in a pot with fertilized soil and their growth, as a function of time, was measured. The logistic model was used as a tool to predict the timing of seed harvesting and consequent optimization of agricultural production, determining the period from which the growth rate stabilizes, thus determining the harvest period and its economic consequences.

**Keywords:** Mathematical Modeling, Agriculture, Logistics Growth, Optimization, Harvest Time.





## Lista de Figuras

Figura 2.1: Modelo logístico simulado no gráfico .....	34
Figura 3.1: Vaso para o plantio .....	35
Figura 3.2: Terra Garden.....	36
Figura 3.3: Solo inserido dentro do vaso. ....	37
Figura 3.4: Embalagem da cebolinha (frente e verso). ....	38
Figura 3.5: As 10 sementes preparadas para o plantio .....	38
Figura 3.6: Solo com as sementes plantadas .....	39
Figura 4.1: Imagens durante 25, 50, 75 e 100 dias após o plantio .....	42
Figura 4.2: Ajuste linear dos dados .....	43
Figura 4.3: Comparação entre os dados e o modelo logístico .....	44



## Lista de Tabelas

Tabela 4.1: Altura das sementes de 0 a 100 dias.....	41
Tabela A: Tabela de linearização dos dados.....	55
Tabela B: Tabela do limite máximo de $\mathcal{E}$ . ....	57



## LISTA DE SIGLAS E ABREVIATURAS

EMATER-DF	Empresa de Assistência Técnica e Extensão Rural do Distrito Federal
IFSP	Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia do Estado de São Paulo
IPEA	Instituto de Pesquisa Econômica Aplicada
ODS	Objetivo de Desenvolvimento Sustentável
OMC	Organização Mundial do Comércio
ONU	Organização das Nações Unidas
ONU-BR	Nações Unidas do Brasil
PIB	Produto Interno Bruto
PNUD	Programa das Nações Unidas para o Desenvolvimento
SNPA	Sociedade nordestina de produção animal
UNFCCC	<i>United Nations Framework Convention on Climate Change</i>
US\$	Dólar dos Estados Unidos



## SUMÁRIO

1	INTRODUÇÃO.....	23
2	FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA.....	25
2.1	Agenda 2030 da ONU .....	25
2.2	Contexto histórico da agricultura.....	27
2.3	Cebolinha – <i>Allium Fistulosum</i> .....	28
2.4	Modelagem matemática.....	29
2.5	Cálculo numérico .....	31
2.6	Equações diferenciais.....	32
2.7	Modelo Logístico .....	32
3	METODOLOGIA .....	35
3.1	Construção do solo e plantio .....	35
3.2	Coleta das alturas das sementes.....	39
3.3	Construção da curva logística.....	40
4	RESULTADOS E DISCUSSÕES .....	41
4.1	Alturas das sementes .....	41
4.2	Determinação da curva logística.....	42
4.3	Derivada da função logística e otimização .....	44
5	CONSIDERAÇÕES FINAIS .....	47
	Referências Bibliográficas .....	49
	Glossário .....	53
	Apêndice A – Tabela de linearização dos dados .....	55
	Apêndice B – Tabela do limite máximo de $\epsilon$ .....	57





## 1 INTRODUÇÃO

A agricultura consiste em técnicas de cultivo de plantas com o intuito de obter energia, fibras, alimentos, bebidas, matéria-prima para construções, medicamentos, ferramentas e roupas (DEPARTMENT OF EDUCACION, 2012).

No período neolítico, o homem já desenvolvia o plantio, e era possível cultivar produtos alimentares e fazer estocagens para se prevenirem de catástrofes naturais e guerras, e o plantio se tornou essencial para a sua sobrevivência e estabilidade (MESQUITA e ESTEVAM, 2010).

Com o passar do tempo, a estrutura social foi se modificando e a necessidade de plantio foi crescendo, então foram desenvolvidas técnicas de preparo do solo para o plantio, como aração, gradagem e escarificação. A criação de máquinas agrícolas também contribuiu para o desenvolvimento da agricultura, pois facilitou uma maior produção de alimentos, estocagens e redução de extravios (MESQUITA e ESTEVAM, 2010).

A evolução na estrutura social, principalmente devida ao avanço da tecnologia e da informação, trouxe novos desafios à sociedade, evidenciada entre outros pela criação da agenda 2030 da Organização das Nações Unidas do Brasil (ONU-BR), cuja premissa é solucionar os problemas mundiais, e para atenuá-los um ponto importante é a otimização da produção agrícola.

Analisando esses desafios e com um mercado agrícola competitivo, Sambuichi et al (2012), menciona que é necessário que o produtor saiba o tempo certo de colher a fim de otimizar a utilização de recursos naturais e financeiros. Para entender o processo de produção agrícola, foi escolhida a hortaliça *Allium Fistulosom*, popularmente conhecida como cebolinha.

Mota (2013) avalia o efeito de diferentes doses do adubo Bokashi no crescimento de coentro e de cebolinha. Pinheiro et al, destaca avaliação da produtividade da cebolinha cultivada em vasos, testando diferentes fontes de adubação orgânica. Já Souza et al (2021) avalia o rendimento de duas espécies de cebolinha cultivadas sobre as mesmas condições.

Estes textos apresentam estudos que visam otimizar a produção dessa hortaliça e conseqüentemente estabelecer capilaridade para nivelar a produção agrícola, contudo um ponto não explorado pelos autores refere-se ao tempo de colheita da cebolinha.

Ao avançar nesta lacuna e pesquisando junto à Empresa Brasileira de Pesquisas Agropecuárias (Embrapa)<sup>1</sup>, sobre projetos que abordassem acerca do tempo de colhimento de hortaliças, a cartilha: “*Horta doméstica*”<sup>2</sup>, define que o tempo de colheita da cebolinha varia de 80 a 100 dias. Entretanto, na mesma empresa encontra-se a cartilha: “*Série Plantas Medicinais, Condimentares e Aromáticas*”<sup>3</sup> em que a colheita varia entre 3 a 4 meses (90 a 120 dias).

Diante desta alta variabilidade para o tempo de colheita, este trabalho tem como foco criar uma modelagem matemática que avalie o crescimento da cebolinha a partir do modelo logístico, determinando o período a partir do qual a taxa de crescimento estabiliza, determinando assim o período para colheita e suas consequências econômicas.

Deste modo, este trabalho encontra-se organizado nesta introdução, fundamentação teórica, metodologia, resultados e conclusão, no qual formam cinco capítulos.

No primeiro capítulo, apresenta-se a introdução, onde são citados alguns parâmetros da produção da cebolinha servindo para nortear a produção agrícola.

O segundo capítulo apresenta a fundamentação teórica, que especifica os detalhes sobre o contexto histórico da agricultura e sua evolução, contextualizando com algumas peculiaridades da cebolinha, detalhes da agenda 2030 da ONU, aspectos sobre a modelagem matemática, cálculo numérico e equações diferenciais, terminando com a construção do modelo Logístico.

O terceiro capítulo descreve a metodologia e a construção do experimento para a obtenção dos dados relativos às alturas das hortaliças e consequente obtenção dos parâmetros do modelo.

No quarto capítulo são apresentados os resultados obtidos decorrentes da construção do modelo e sua consequente discussão e análise.

Por fim, o quinto capítulo apresenta as conclusões obtidas com o desenvolvimento deste trabalho, bem como sugestões para pesquisas futuras.

---

<sup>1</sup> Empresa Brasileira de Pesquisa Agropecuária (Embrapa) criada em 26 de abril de 1973 e é vinculada ao Ministério da Agricultura, Pecuária e Abastecimento. Tem como desafio desenvolver um modelo de agricultura e pecuária genuinamente brasileiro, superando as barreiras que limitavam a produção de alimentos, fibras e energia no País. (Embrapa).

<sup>2</sup> Disponível em: <https://ainfo.cnptia.embrapa.br/digital/bitstream/CPAP/56103/1/FOL105.pdf>. Acesso em: 04/04/2023.

<sup>3</sup> Disponível em: <https://www.infoteca.cnptia.embrapa.br/infoteca/bitstream/doc/350000/1/CPAFAP1999Hortadomestica.pdf>. Acesso em: 04/04/2023.

## **2 FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA**

Neste capítulo serão especificados detalhes da Agenda 2030 da ONU e o contexto histórico da agricultura e sua evolução, contextualizando com algumas peculiaridades da cebolinha. Outro ponto tratado diz respeito a aspectos gerais da modelagem matemática e das equações diferenciais, utilizada para o desenvolvimento do trabalho.

### **2.1 Agenda 2030 da ONU**

Segundo a ONU-BR (2015), essa agenda foi idealizada no ano de 2015 durante a cúpula de desenvolvimento sustentável em Nova York composta por 193 países integrantes da ONU. Essas nações se dispuseram a atingir todos os objetivos até o ano de 2030. Esse plano foi desenvolvido e coordenado pelo Programa das Nações Unidas para o Desenvolvimento (PNUD).

Esta agenda é um plano que propõe para os países as principais metas a serem alcançadas para se chegar ao pleno desenvolvimento trabalhando em benefício das pessoas e do planeta, buscando fortalecer a paz universal. Sua maior tese é a exterminação da extrema pobreza e destaca que isso é um quesito indispensável para o desenvolvimento sustentável.

Para ONU-BR (2015), todos os países e todas as partes do mundo interessados nessa ação irão atuar em parceria para programar este plano, trabalhando pela proteção do nosso planeta.

A ONU-BR (2015) destaca que agenda propõe soluções para diversos meios da sociedade como: meio ambiente, desigualdade social, discriminação, preconceito, fome, saúde, crise hídrica, indústria, educação, energia, emprego, consumo e justiça. Em 2030 todos os países apresentarão seus pontos alcançados e mostrarão alternativas sustentáveis para solucionar os problemas no mundo. Todos os objetivos estimularão a ação de todos para os próximos 15 anos em áreas de importância crucial para o planeta e para a humanidade.

Segundo a ONU-BR (2015), esta agenda destaca 17 objetivos de desenvolvimento sustentável (ODS) e dentro deles as 169 metas a serem alcançadas até o ano de 2030. Cada objetivo trata de um assunto da sociedade, dentro dos quais estão agregadas metas que detalham cada ponto a ser resolvido.

Os 17 objetivos de desenvolvimento sustentável idealizados pela agenda da ONU são:

- Objetivo 1: Erradicação da pobreza;
- Objetivo 2: Fome zero e agricultura sustentável;
- Objetivo 3: Saúde e bem-estar;
- Objetivo 4: Educação de qualidade;
- Objetivo 5: Igualdade de gênero;
- Objetivo 6: Água potável e saneamento;
- Objetivo 7: Energia acessível e limpa;
- Objetivo 8: Trabalho decente e crescimento econômico;
- Objetivo 9: Indústria, inovação e infraestrutura;
- Objetivo 10: Redução das desigualdades;
- Objetivo 11: Cidades e comunidades sustentáveis;
- Objetivo 12: Consumo e produção responsáveis;
- Objetivo 13: Ação contra a mudança global do clima;
- Objetivo 14: Vida na água;
- Objetivo 15: Vida terrestre;
- Objetivo 16: Paz, justiça e instituições eficazes;
- Objetivo 17: Parcerias e meios de implementação.

Posto isto, observa-se que o trabalho proposto atende alguns requisitos da agenda 2030 da ONU, dentre os quais se destacam o objetivo de desenvolvimento sustentável, ODS de número 2 que trata da fome zero e agricultura sustentável, cujo intuito é, segundo a ONU-BR (2015), acabar com a fome, alcançar a segurança alimentar e melhoria da nutrição e promover a agricultura sustentável. A meta específica contemplada pelo projeto é a 2.3, que segundo a ONU-BR (2015) requer:

2.3 Até 2030, dobrar a produtividade agrícola e a renda dos pequenos produtores de alimentos, particularmente das mulheres, povos indígenas, agricultores familiares, pastores e pescadores, inclusive por meio de acesso seguro e igual à terra, outros recursos produtivos e insumos, conhecimento, serviços financeiros, mercados e oportunidades de agregação de valor e de emprego não agrícola.

No mesmo objetivo, outra meta contemplada pelo trabalho é a 2.4, cujo propósito é:

2.4 Até 2030, garantir sistemas sustentáveis de produção de alimentos e implementar práticas agrícolas resilientes, que aumentem a produtividade e a produção, que ajudem a manter os ecossistemas, que fortaleçam a capacidade de adaptação às mudanças climáticas, às condições meteorológicas extremas, secas, inundações e outros desastres, e que melhorem progressivamente a qualidade da terra e do solo.

Além disso, o trabalho proposto está em paralelo com a ODS de número 6, que trata da água potável e saneamento, cujo objetivo é, segundo a ONU-BR (2015), assegurar a disponibilidade e gestão sustentável da água e saneamento para todas e todos. A meta em específico que o projeto atende é a 6.4, que segundo a ONU-BR (2015) requer:

6.4 Até 2030, aumentar substancialmente a eficiência do uso da água em todos os setores e assegurar retiradas sustentáveis e o abastecimento de água doce para enfrentar a escassez de água, e reduzir substancialmente o número de pessoas que sofrem com a escassez de água.

O presente trabalho traz contribuições na área da sustentabilidade, pois apresenta alternativas a uma produção responsável e o uso eficiente dos recursos naturais, atendendo à ODS de número 12, que é assegurar padrões de produção e de consumo sustentáveis, e especificamente contemplam as metas 12.1 e 12.2, que segundo a ONU-BR (2015) tratam de:

12.1 Implementar o Plano Decenal de Programas sobre Produção e Consumo Sustentáveis, com todos os países tomando medidas, e os países desenvolvidos assumindo a liderança, tendo em conta o desenvolvimento e as capacidades dos países em desenvolvimento.

12.2 Até 2030, alcançar a gestão sustentável e o uso eficiente dos recursos naturais.

## **2.2 Contexto histórico da agricultura**

Mesquita e Estevam (2010) mencionam que há mais de doze mil anos o homem vivia da caça e colheita, e esta parte da história é nomeada pelos historiadores como período paleolítico, ou período da idade da pedra lascada. Entretanto, alguns povos que caçavam notaram que alguns grãos que eram

coletados da natureza para a sua alimentação poderiam ser enterrados, isto é, "semeados" a fim de produzir novas plantas iguais às que os originaram. Assim esses povos começaram a cultivar grãos e assim dando origem a agricultura. Devido a essa mudança de comportamento os historiados nomeiam como período neolítico, que se caracteriza pelo sedentarismo do homem, ou seja, ele passou a ficar num único local cultivando alimentos.

A partir desse desenvolvimento Mesquita e Estevam (2010) relatam que as primeiras formas de agricultura eram certamente praticadas perto de moradias e aluviões das vazantes dos rios, onde as terras já fertilizadas que não exigiam, portanto o deslocamento.

Essa prática permitiu o aumento da produção de alimentos e as plantas começaram a serem cultivadas muito próximas umas das outras. Isso porque elas podiam produzir frutos, que eram facilmente colhidos quando maduros o que permitia uma maior produtividade das plantas cultivadas em relação ao seu habitat natural.

Logo, as frequentes e perigosas buscas à procura de alimentos eram evitadas. Assim surgiu o cultivo das primeiras plantas domesticadas entre as quais se inclui o trigo e a cevada.

Por fim, Mesquita e Estevam (2010) contam que no período neolítico os homens passaram a viver mais próximos uns dos outros, pois perceberam que se trabalhassem juntos na agricultura produziriam uma maior quantidade de alimentos. Isso originou a formação de diferentes cidades e civilizações como o império Egípcio que surgiu ao redor do rio Nilo e a Mesopotâmia que surgiu ao redor dos rios Tigre e Eufrates, contribuindo para a formação das civilizações que hoje conhecemos.

### **2.3 Cebolinha – *Allium Fistulosum***

A cebolinha possui folhas alongadas e tubulares, aromática, macias e de alto valor nutritivo, muito apreciada pela população humana, sendo também uma cultura pouco estudada, apesar de ser bastante cultivada no Brasil (MAKISHIMA, 1993). Sua origem é o Oriente ou Sibéria. Na Idade Média foi difundida para a Europa e introduzida no Brasil por imigrantes portugueses (FILGUEIRA, 2000).

Essa hortaliça tem folhas cilíndricas e fistulosas, com altura entre 30 e 50 cm, de coloração verde escura, tendendo para o Glauco. Produz pequeno bulbo cônico,

envolvido por uma película rósea, com perfilhamento e formação de touceira (FILGUEIRA, 2000).

É considerada uma cultura perene com uma faixa de temperatura média para o cultivo entre 8 e 22 °C, suportando frios prolongados e existindo cultivares que resistem bem ao calor, vegeta melhor em condições amenas, apresentando maior perfilhamento nos plantios de fevereiro a julho nas regiões produtoras do Brasil (MAKISHIMA, 1993).

A colheita da cebolinha inicia-se entre 55 e 60 dias após o transplântio ou entre 85 e 100 dias após a sementeira, quando as folhas atingem de 20 a 40 cm de altura. O rebrotamento é aproveitado para novos cortes, podendo um cultivo ser explorado por dois a três anos, principalmente quando são conduzidos em condições de clima ameno (HEREDIA, 2003).

Ao abordar sobre as diferentes espécies de cebolinha, uma das mais conhecidas é a *Allium Fistulosum*, originária da Sibéria, conhecida também como cebolinha comum. A planta é considerada perene, ou seja, tem uma longa durabilidade, e apresenta folhas cilíndricas e fistulosas, com 30 a 50 cm de altura (ZÁRATE e VIEIRA, 2004).

Outra espécie bastante comum é a *Allium Schoenoprasum*, originária da Europa e conhecida também como cebolinha europeia, apresentam folhas finas e forma tufo bem fechados. As hastes florais têm 15 a 20 cm de altura (ZÁRATE e VIEIRA, 2004).

Tanto a cebolinha comum como a europeia são amplamente cultivadas no Brasil e estão presentes em quase todos os lares brasileiros (BATISTA, 2012).

## 2.4 Modelagem matemática

Biembengut e Hein (2000) destacam que a modelagem matemática é a arte de expressar através da linguagem matemática situações problema de nosso meio. Biembengut e Hein (2000), ainda dão definições mais claras do que é a modelagem matemática:

É processo que envolve a obtenção de um modelo. Este, sob certa óptica, pode ser considerado um processo artístico, visto que para elaborar um modelo, além do conhecimento de matemática, o modelador precisa ter uma dose significativa de intuição e criatividade para interpretar o contexto, saber discernir que conteúdo matemático melhor se adapta e também ter senso

lúdico para jogar com as variáveis envolvidas (BIEMBENGUT E HEIN, 2000, p. 12).

Já Bassanezi (2004) afirma que a modelagem é:

Um processo dinâmico utilizado para obtenção e validação de modelos matemáticos. É uma forma de abstração e generalização com a finalidade de previsão de tendências. A modelagem consiste, essencialmente, na arte de transformar situações da realidade em problemas matemáticos cujas soluções devem ser interpretadas na linguagem usual (BASSANEZI, 2004, p. 24).

O entendimento do conceito de modelagem matemática torna possível a compreensão do conceito de modelo matemático. Biembengut e Hein (2000) respondem tal questão ao denominar como um conjunto de símbolos e relações matemáticas que procuram traduzir, de alguma forma, um fenômeno em questão ou problema de situação real.

Semelhantemente Bassanezi (2004) afirma que é um conjunto de símbolos e relações matemáticas que representam de alguma forma o objeto que é estudado em questão.

Maturana e Varela (1995) traçam quatro condições para se propor um modelo matemático adequado. São elas:

- I. **Fenômeno a ser explicado:** Para que se possa explicar o fenômeno, inicialmente, procura-se reconhecer a situação-problema, familiarizando-se com ela e, então, efetua-se uma descrição detalhada (MATURANA, 1995, p. 71).
- II. **Hipótese explicativa:** A partir da descrição, analisa-se criteriosamente o fenômeno, propondo um sistema conceitual, formulando hipóteses, identificando constantes e variáveis envolvidas, formulando e modelando a situação-problema (MATURANA, 1995, p. 71).
- III. **Dedução de outros fenômenos:** Uma vez modelada, resolve a situação-problema a partir do modelo, realiza-se uma aplicação e interpreta-se a solução, procurando, assim, descrever e deduzir ou verificar outros fenômenos a partir deste modelo (MATURANA, 1995, p. 71).
- IV. **Observações adicionais:** A partir dos resultados verificados e deduzidos da aplicação, efetua-se uma avaliação e validação do modelo e observam-se os



outros fenômenos deduzidos. O processo de modelagem pode ser utilizado em qualquer área do conhecimento. Na matemática, em particular, o processo de modelagem requer do modelador, dentre outras habilidades, conhecimento matemático e capacidade de fazer uma leitura do fenômeno sob uma ótica matemática. Nestes termos, o modelo é expresso em termos matemáticos (fórmulas, diagramas, gráficos, representações geométricas, equações algébricas, tabelas, programas computacionais) que levam à solução do problema ou permitem a dedução de uma solução (MATURANA, 1995, p. 71).

Por fim a modelagem matemática tem suas raízes ancoradas na matemática aplicada, na qual o foco do processo de utilizar a matemática para resolver problemas está no modelo a ser construído para caracterizar a situação. Assim, o objetivo é solucionar um problema de maneira adequada (MALHEIROS, 2012).

## **2.5 Cálculo numérico**

Para Sperandio et al (2003), o cálculo numérico lida com solução de equações e sistemas de equações algébricas, equações lineares e não lineares; interpolação polinomial; aproximação de funções; integração e diferenciação numérica, e solução de equações diferenciais ordinárias.

Na análise de Sperandio et al (2003), mesmo que a solução analítica de uma equação ou sistema de equação seja difícil, por meio do cálculo numérico essa solução pode ser obtida. O autor também trata que o entendimento do cálculo numérico exige conhecimento prévio de cálculo diferencial e integral, geometria analítica, álgebra linear e conhecimentos básicos de lógica de programação.

Sperandio et al (2003), descreve também que o cálculo numérico é uma ferramenta que auxilia na resolução e solução de problemas que envolvem modelagem matemática. Para o autor, primeiro se gera o problema e em seguida são obtidos os modelos matemáticos e por fim a resolução e solução, podendo-se usar o cálculo numérico como uma ferramenta mediadora.

Para construir a função de crescimento da cebolinha, os dados experimentais das alturas em função do tempo serão ajustados a uma função logística através do Método dos Mínimos Quadrados (MMQ).

Sperandio et al (2003), detalha que o MMQ é uma técnica de otimização matemática que procura encontrar o melhor ajuste para um conjunto de dados minimizando a soma dos quadrados das diferenças entre o valor estimado e os dados observados.

## **2.6 Equações diferenciais**

Para Zill (2014) a equação diferencial é uma equação cuja solução é uma função que aparece na equação sob a forma das respectivas derivadas.

Em particular as equações diferenciais podem solucionar modelos matemáticos relacionados com dinâmica populacional; decaimento radioativo; lei de Newton do resfriamento e aquecimento; disseminação de uma doença; reações químicas; misturas; drenagem de tanque; circuito em série; corpos em queda; corpos em queda e resistência do ar e cabos suspensos (ZILL, 2014).

Para Allen (2007) as equações diferenciais solucionam diversos problemas em muitas áreas do conhecimento e são uma importante ferramenta para resolução de modelos matemáticos que descrevem os processos biológicos.

Por fim, é possível desenvolver modelos matemáticos para processos biológicos que abrangem conceitos de Equações Diferenciais Ordinárias, Equações Diferenciais Parciais, Equações Íntegro-Diferenciais, Equações a Diferenças, dentre outras. O tipo de formulação depende do processo biológico que está sendo estudado (ALLEN, 2007).

## **2.7 Modelo Logístico**

Ao abordar sobre o crescimento de hortaliça, Almeida (2015) relata que o método mais aproximado no campo das equações diferenciais que descreve o fenômeno de crescimento vegetativo, é o modelo logístico. Matematicamente esse modelo é a solução de uma equação diferencial e foi nomeado por Pierre François Verhulst (1804-1849).

Almeida (2015) demonstra que o modelo logístico envolve o crescimento exponencial da população seguido por uma redução constante no crescimento populacional até que o tamanho da população se estabilize, assumindo uma curva em forma de S.

Para Sodré (2003) o modelo logístico serve para remediar os equívocos do modelo exponencial ou maltusiano, no que tange ao crescimento populacional. Isso porque no modelo exponencial ou maltusiano, uma popula o tende a crescer infinitamente se a taxa de crescimento,  $k$ , for positiva, ou tende a se reduzir e chegar   extin o se  $k$  for negativo. O modelo de Malthus   descrito pela equa o:

$$\frac{dp}{dt} = kp \quad (2.1)$$

Para Sodré (2003) o modelo logístico visa satisfazer essa lacuna, pois independentemente do valor de  $k$ , poderá se alcançar uma fun o matemática que descreve o crescimento populacional, e sua respectiva estagna o.

Sodré (2003) detalha que a equa o diferencial deste modelo faz o produto entre a taxa de crescimento populacional de Malthus ( $kp$ ) e taxa de decaimento dessa popula o  $\left(1 - \frac{p}{L}\right)$ , e   descrita como:

$$\frac{dp}{dt} = kp \cdot \left(1 - \frac{p}{L}\right) \quad (2.2)$$

Onde:

$\frac{dp}{dt}$    a taxa de crescimento populacional;

$p$    a popula o no instante  $t$ ;

$L$    o limite máximo para a popula o, ou a capacidade suporte do ambiente;

$k$    a taxa de crescimento natural.

As solu es estacionárias ou pontos de equilíbrio do modelo de logístico são  $p = 0$  e  $p = L$ .

A soluço geral da Equa o (2.2) pode ser obtida pelo método da separa o das variáveis, seguido do uso de integra o por fra es parciais que resulta em:

$$p(t) = \frac{L}{1 + e^{-K(t-t_0)}} \quad (2.3)$$

onde:

$t_0$  é o valor do ponto médio da curva;

$L$  é o valor máximo da curva;

$K$  é a declividade da curva.

Manipulando algebricamente a Equação (2.3), obtém-se o modelo abaixo, que será usado para estipular o crescimento da cebolinha:

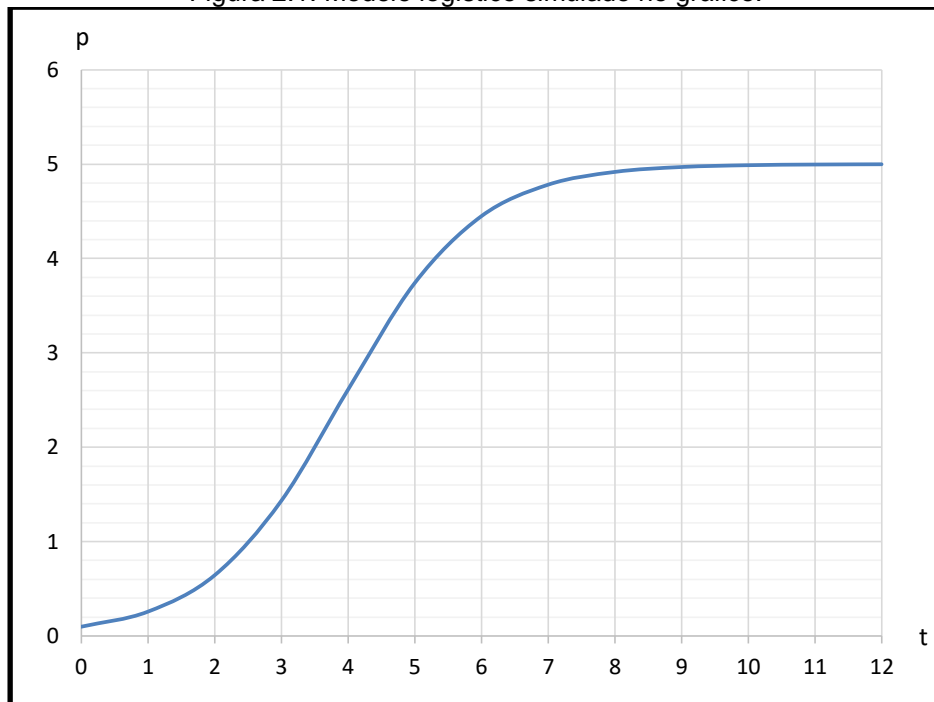
$$p(t) = \frac{L}{1 + Ce^{-Kt}} \quad (2.4)$$

onde:

$C$  é dado por  $e^{(k.t_0)}$ .

Por fim, a Figura 2.1 mostra o gráfico do comportamento do modelo logístico, tomando  $L=5$ ,  $C=50$  e  $K=1$ , ou seja, tomando  $p(t) = \frac{5}{1+50e^{-t}}$ . O que se pode observar é que no início o crescimento é exponencial, então, conforme a saturação se inicia, o crescimento diminui e, na maturidade, o crescimento irá parar.

Figura 2.1: Modelo logístico simulado no gráfico.



Fonte: Acervo pessoal.

### 3 METODOLOGIA

Este capítulo descreve e sintetiza o processo de construção do solo e o plantio das sementes de cebolinha. Descreve também como será feito o tratamento dos dados para a obtenção dos parâmetros de crescimento ajustados aos dados obtidos na coleta das alturas da cebolinha em função do tempo.

#### 3.1 Construção do solo e plantio

Nesta seção, inicialmente é apresentada a construção do solo para o plantio considerando os materiais usados. Primeiramente foi disponibilizado um vaso em formato de tronco de cone, de altura de 17 centímetros, e com diâmetro de 18,5 centímetros na parte superior. Este vaso possui quatro furos na sua parte inferior para o escoamento da água, conforme pode ser observado na Figura 3.1.

Figura 3.1: Vaso para o plantio.



Fonte: Acervo pessoal.

Em seguida foram adquiridos dois sacos de terra Garden, para o preenchimento interno do vaso. Este solo é originalmente composto de húmus de minhoca, e o peso deste solo é de 1000 gramas cada e, segundo o fabricante,

contém substâncias que permitem nutrição de melhor qualidade para plantas e evita a propagação de doenças. A Figura 3.2, mostra a embalagem do solo vegetal:

Figura 3.2: Terra Garden.



Fonte: Acervo pessoal.

Neste caso o fabricante não fornece informações precisas sobre o solo vegetal e a partir disso foi necessário buscar mais informações sobre este componente. Segundo a EMBRAPA (2014), este solo é muito abundante na região sul amazônica. O solo vegetal ou terra vegetal é também chamado de terra preta, e é rica em húmus. Este solo, chamado solo húmífero, contém cerca de 10% de

húmus (composto de materiais orgânicos, ou seja, restos de animais e plantas mortas) e é bastante fértil (EMBRAPA, 2014).

O húmus ajuda a reter água no solo, torna-se poroso e com boa aeração e, através do processo de decomposição dos organismos, produz os sais minerais necessários às plantas (EMBRAPA, 2014).

A terra preta apresenta também elevada fertilidade, contrastando com os solos adjacentes, destacando-se os altos teores de fósforo, cálcio, zinco e manganês, além dos elevados estoques de carbono orgânico nestes solos, com estimativa de até cem vezes superiores aos solos adjacentes (EMBRAPA, 2014).

A Figura 3.3 mostra o solo vegetal inserido dentro do vaso.

Figura 3.3: Solo inserido dentro do vaso.



Fonte: Acervo pessoal.

Depois de preparada a terra, foram plantadas 10 sementes de cebolinha da espécie *Allium Fistulosum*. A Figura 3.4 mostra a embalagem da cebolinha e a Figura 3.5 as sementes.





e o local marcado com um palito ao lado. A Figura 3.6 mostra o buraco já fechado com as sementes semeadas e a indicação do local semeado.

Figura 3.6: Solo com as sementes plantadas.



Fonte: Acervo pessoal.

### **3.2 Coleta das alturas das sementes**

Depois de feito o plantio, as alturas e diâmetros dos brotos das sementes passaram a ser coletadas a cada 4 dias. Ao coletar os dados, foi levado em conta o local do plantio que se localiza na cidade de Osasco, cuja latitude é  $23^{\circ} 31' 58''$  ao sul, região localizada próxima ao trópico de Capricórnio, caracterizada por um clima tropical. Além disso, o solo era regado todos os dias pela manhã.

Outro ponto levado em consideração foi o local do armazenamento. Neste caso, escolheu-se um local com incidência solar de pelo menos 5 horas diárias no período vespertino.

Conforme já mencionado, após o plantio, as alturas das sementes passaram a ser coletados a cada 4 dias, e a unidade de medida usada para medir altura foi em centímetros, e ao medir as alturas foi considerada a semente mais alta. O instrumento de medição foi uma fita milimétrica.

### 3.3 Construção da curva logística

Tendo adotado o modelo logístico descrito na Equação (2.4), é necessário descobrir os valores de  $L$ ,  $C$  e  $k$ , para se construir a função.

Os valores dos coeficientes  $C$  e  $k$  são obtidos através da linearização da Equação (2.4), feita com base nos dados das alturas das sementes, constantes na Tabela 4.1, que será apresentado adiante, no próximo capítulo.

O parâmetro de ajuste linear se dá pela equação:

$$z = at + b \quad (3.1)$$

Onde:

$$z = \ln \left( \frac{L - p}{p} \right)$$

$$a = -k$$

$$b = \ln C \text{ ou } C = e^b$$

O valor de  $L$ , necessário para linearização e servindo ao mesmo tempo de ponto de estabilização, isto é, o valor assintótico, pode ser estimado de diferentes maneiras. Para este trabalho, a metodologia escolhida foi utilizar altura mais alta da cebolinha.

## 4 RESULTADOS E DISCUSSÕES

Aqui são apresentadas as alturas das sementes, Tabela 4.1, e posteriormente o resultado do modelo matemático construído é apresentado juntamente com os dados experimentais, Figura 4.3. Por fim, é apresentado o estudo do modelo matemático construído para estimação do tempo de colheita.

### 4.1 Alturas das sementes

A Tabela 4.1 apresenta os dados coletados neste experimento sobre o crescimento da cebolinha.

Tabela 4.1: Altura das sementes de 0 a 100 dias.

<b>Tempo (dias)</b> <b>(<i>t</i>)</b>	<b>Altura (cm)</b> <b>(<i>p</i>)</b>
0	0,0
4	0,0
8	0,5
12	1,1
16	2,4
20	2,9
24	3,9
28	4,7
32	6,2
36	7,0
40	7,9
44	8,9
48	10,7
52	12,9
56	15,4
60	17,1
64	19,5
68	21,0
72	23,1
76	24,9
80	26,2
84	26,9
88	27,6
92	27,9
96	28,0
100	28,1

Fonte: Acervo pessoal.

Durante a medição das alturas, também foram tiradas algumas fotos, que eram retratadas com uma distância de 40 centímetros da câmera fotográfica.

A Figura 4.1 mostra o desenvolvimento da cebolinha durante 25, 50, 75 e 100 dias após o plantio.

Figura 4.1: Imagens durante 25, 50, 75 e 100 dias após o plantio.  
A) 25 dias; B) 50 dias; C) 75 dias e D) 10 dias.



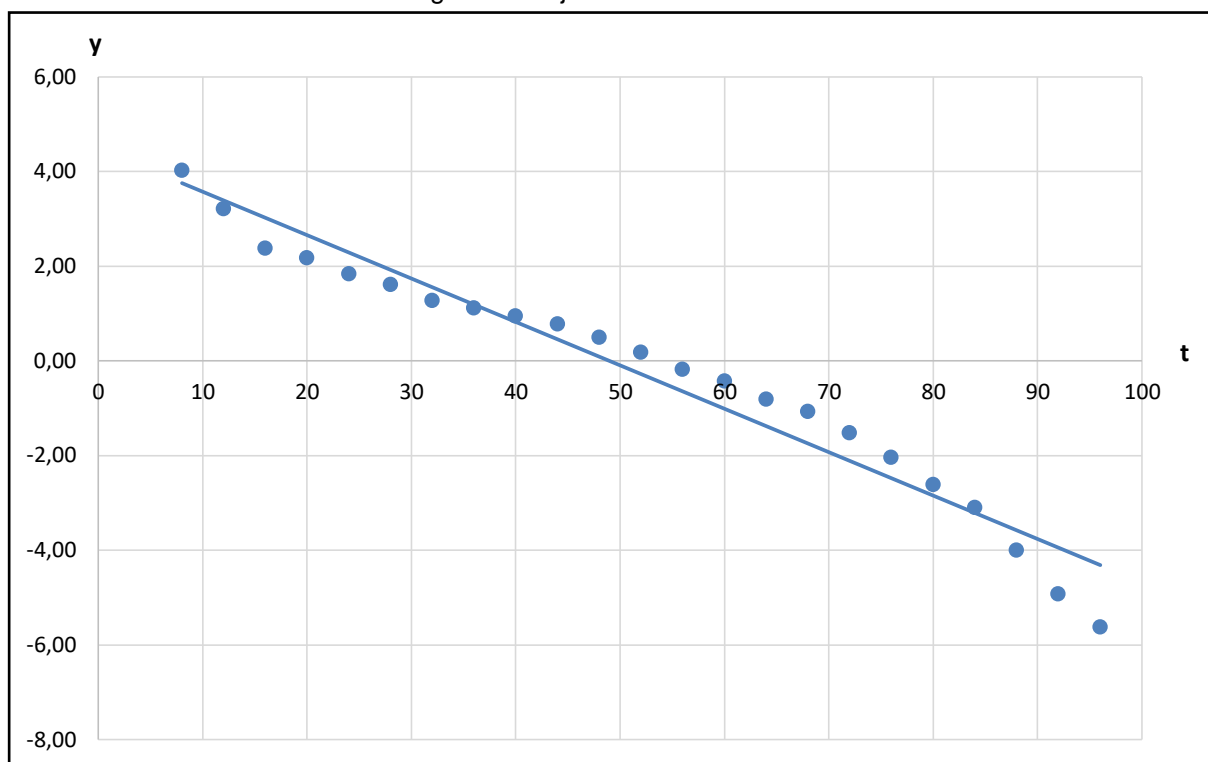
Fonte: Acervo pessoal.

## 4.2 Determinação da curva logística

Sendo ( $L$ ) necessário para linearização e servindo ao mesmo tempo de ponto de estabilização, isto é, o valor assintótico, pode ser estimado de diferentes maneiras. Para este trabalho, a metodologia escolhida foi utilizar altura mais alta da cebolinha, demonstrada na Tabela 4.1 como  $L = 28,1$ .

Além disso, ainda com o auxílio da Tabela 4.1 e da Equação (2.4), os parâmetros de ajuste linear foram calculados, obtendo-se a equação:  $z = -0,0917t + 4,4844$ , com  $R^2 = 0,955$ , cujo comportamento pode ser observado na Figura 4.2.

Figura 4.2: Ajuste linear dos dados



Fonte: Acervo pessoal.

A partir disso o valor de  $a = -0,0917$ , e conseqüentemente o valor de  $k = 0,0917$  foi obtido.

Semelhantemente, o valor de  $b = 4,4844$  e, por conseqüência  $C = e^{4,4844} = 88,6237$ , foi determinado.

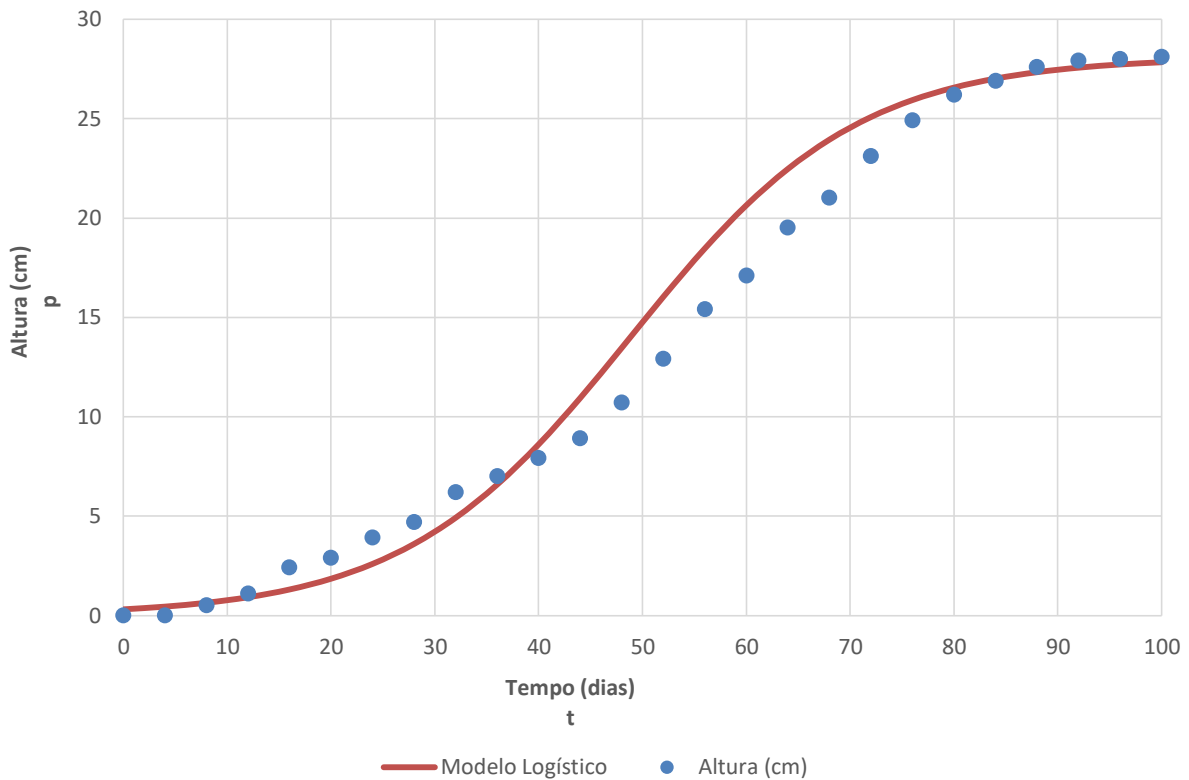
Conseqüentemente o valor do ponto médio da curva ( $t_0$ ) pode ser determinado pela razão entre  $b$  e  $k$ , resultando em  $t_0 = 48,9029$ .

Em termos da Equação (2.4) temos a função logística para o crescimento da cebolinha dada por:

$$p(t) = \frac{28,1}{1 + 88,6237e^{-0,0917t}} \quad (4.1)$$

Cujo gráfico pode ser observado na Figura 4.3, juntamente com os dados experimentais.

Figura 4.3: Comparação entre os dados e o modelo logístico



Fonte: acervo pessoal.

Observa-se que obteve uma aproximação entre os dados coletados e o modelo logístico, que resulta numa confiabilidade nos prognósticos de otimização para obtenção do tempo de colheita.

Os dados da linearização para a obtenção da Equação (4.1) encontram-se no apêndice A.

### 4.3 Derivada da função logística e otimização

Como o objetivo deste trabalho é estudar o melhor período para a colheita, estipulou-se que este período é quando o crescimento fica inerte, ou seja, muito próximo de zero.

Matematicamente, a função que descreve o crescimento da hortalça deve ter derivada, ou taxa de crescimento, próxima de zero, para a obtenção do instante no qual a estagnação no crescimento ocorre.

Partindo da Equação (4.1), sua derivada é dada por:

$$p'(t) = \frac{227,5503e^{-0,0917t}}{(88,6237 + e^{-0,0917t})^2} \quad (4.2)$$

O ponto de estabilização, isto é, onde o valor da curva logística se aproxima do valor assintótico, pode ser estimado quando a taxa de crescimento próximo de zero. Entretanto, neste caso o crescimento não chega a zero, pois a função logística é estritamente crescente em todo o seu domínio. Porém, este crescimento ocorre em taxas cada vez menores, se aproximando do valor assintótico conforme o tempo tende a infinito.

Deste modo, para o crescimento da cebolinha foram calculadas as derivadas discretas dos valores da Tabela 4.1 e, adotado um limite máximo de  $\varepsilon = 0,025$ , tal que o instante no qual este limite ocorre será definido o período, em dias, para corte. Os dados as derivadas discretas se encontram-se no apêndice B.

Esta restrição resultou na Equação (4.3):

$$\frac{227,5503e^{-0,0917t}}{(88,6237 + e^{-0,0917t})^2} < 0,025 \quad (4.3)$$

cuja solução aproximada é  $x \cong 99,21$ .

A partir da interpretação do modelo matemático, podemos concluir que em 99 dias o crescimento da cebolinha começou a estagnar. Levando isso em consideração, a cada dia que se excede, se não houver a colheita, haverá um o gasto diário, sem aumentar o retorno financeiro.

A Empresa de Assistência Técnica e Extensão Rural do Distrito Federal (EMATER-DF), nos ajuda a detalhar numericamente o prejuízo, pois estima que o custo para manter 1 hectare de cebolinha é de R\$ 36.664,22 com custo de comercialização unitário de R\$ 1,53. Considerando que do tempo de plantio até a colheita seja de 100 dias, o custo diário de plantio será de aproximadamente R\$ 366,64 por hectare.

Levando isso em conta nesse experimento, a partir de 99 dias o crescimento da cebolinha começa a estagnar e a cada dia que se excede, se não houver a colheita o gasto diário será de aproximadamente R\$ 366,64, sem o aumento no retorno financeiro.

Avaliando todo esse cenário, pode-se concluir que quando o produtor excede ao prazo de colheita, ele passa a ter um gasto que não será recuperado pelo aumento da produtividade e, ainda tende a perder a oportunidade de ofertar, de uma maneira antecipada, seu produto no mercado consumidor e conseguir algumas vantagens de vendas.



## 5 CONSIDERAÇÕES FINAIS

Neste trabalho foi feito o plantio de sementes de cebolinha em um vaso com um solo adubado e foi medido o seu crescimento em função do tempo. A partir da análise deste crescimento foi feita uma modelagem matemática que resultou em uma função logística.

Prosseguindo ao estudo do crescimento desta hortaliça, analisou-se o momento no qual seu crescimento diminuiu e estabilizou. Conseqüentemente este modelo matemático tornou-se uma ferramenta para a previsão de colheita de sementes, implicando na otimização de produção agrícola.

Este estudo determinou que a partir de 99 dias o crescimento da cebolinha começou a estagnar, e considerando estas estimativas, se, hipoteticamente, um produtor decidir cultivar essa hortaliça por mais alguns dias, não atingirá um crescimento maior, podendo resultar em desperdício de recursos e produtividade.

Este trabalho fez um contraponto com as cartilhas da Embrapa mostrado no Capítulo 1, onde mostra a indicação do tempo de colhimento da cebolinha, e foi obtido com precisão o período ideal de colheita de 99 dias, mas dentro das estipulações dessas cartilhas.

Este estudo contribuiu também com os objetivos de desenvolvimento sustentável da Agenda 2030 da ONU, pois auxiliou nas propostas tangentes a produção de alimentos, uso racional da água e produção responsável.

Como sugestões de trabalhos futuros para ampliar o alcance deste trabalho, tem-se:

- Relacionar o tema do trabalho com agronomia sustentável;
- Propor propostas tangentes ao tema, na educação básica, relacionando plantio e construção de gráficos;
- Utilizar o experimento testando diferentes tipos de solos, climas e períodos do ano;
- Utilizar o experimento em uma plantação que produz cebolinha e avaliar a viabilidade do modelo;
- Construir o modelo logístico, levando-se em conta diferentes variáveis tais como peso, volume ou área.



## REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

ALLEN, L. J. S. **An Introduction to Mathematical Biology**. Texas Tech University. Pearson Prentice Hall, 2007.

ALMEIDA, L. M. W; OLIVEIRA, C. F. O. **Modelos de crescimento populacional: um olhar à luz de uma socioepistemologia**. *UNIÓN – Revista Ibero-americana de educacion matemática*. 2015. Disponível em: <[https://www.researchgate.net/publication/280041348\\_Modelos\\_de\\_crescimento\\_populacional\\_um\\_olhar\\_a\\_luz\\_de\\_uma\\_socioepistemologia](https://www.researchgate.net/publication/280041348_Modelos_de_crescimento_populacional_um_olhar_a_luz_de_uma_socioepistemologia)>. Acesso em: 20/10/2023.

BASSANEZI, R. C. **Modelagem Matemática**. Santo André: UFABC, 2013. Disponível em: <<http://posmat.ufabc.edu.br/inverno/wp-content/uploads/2013/04/minicurso-ufabc1.pdf>>. Acesso em: 10 jul. 2023.

BATISTA, I. **Cultivo da cebolinha**. [S.l.]: Informática e Agricultura, 2012. Disponível em: <<http://iuribatista.blogspot.com/2012/01/cultivo-da-cebolinha.html>>. Acesso em: 26 jul. 2023.

BIEMBENGUT, M.S; HEIN, N. **Modelagem matemática no Ensino**. Blumenau: Ed. Contexto, 2000.

Embrapa (1999). **Horta Doméstica**. Disponível em: <<https://www.infoteca.cnptia.embrapa.br/infoteca/bitstream/doc/350000/1/CPAFAP1999Hortadomestica.pdf>>. Acesso em: 04 abr. 2023.

Embrapa (2007). **Série Plantas Medicinais, Condimentares e Aromáticas: Cebolinha**. Disponível em: <<https://ainfo.cnptia.embrapa.br/digital/bitstream/CPAP/56103/1/FOL105.pdf>>. Acesso em: 04 abr. 2023.

Embrapa (2014). **As terras pretas de índio da Amazônia: O entendimento de sua formação e evolução**. Disponível em:

<<https://www.sobiologia.com.br/conteudos/solo/solo8.php>>. Acesso em: 25 Jul. 2023.

Empresa de Assistência Técnica e Extensão Rural do Distrito Federal (EMATER-DF). **Custo de produção.** Distrito Federal. Disponível em: <<https://www.emater.df.gov.br/wp-content/uploads/2018/06/Cebolinha-vers%C3%A3o-2017.1.pdf>>. Acesso em: 10 out. 2023.

FILGUEIRA, F.A.R. **Novo Manual de Olericultura:** Agrotecnologia moderna na produção e comercialização de hortaliças. 2. ed. Viçosa MG: UFV, p. 402, 2000.

HEREDIA, Z. et al. Produção e renda bruta de cebolinha e de salsa em cultivo solteiro e consorciado. **Horticultura Brasileira**, Set 2003, no.3, p.574-577. 21 v.

MAKISHIMA, N. **O cultivo de hortaliças.** Brasília: EMBRAPA-CNPQ: EMBRAPA-SPI, 1993. 116 p. (Coleção Plantar, 4).

MALHEIROS, A. P. S. **Pesquisas em Modelagem Matemática e diferentes tendências em Educação e em Educação Matemática.** *Bolema: Boletim de Educação Matemática.* n. 43, p. 861-882, 2012. 26 v.

MATURANA, Humberto R. e VARELA, Francisco G. **A Árvore do Conhecimento, tradução de Jonas Pereira dos Santos.** Editora Psy II: Campinas, 1995.

MESQUITA, J. P. H. F; ESTEVAM, L. O. F. **Nova Historia Integrada.** Curitiba PR: TerraSul, p.27, 2010.

MOTA, N. F. **Efeito do Bokashi no crescimento da cebolinha, do coentro e em alguns atributos químicos e biológicos do solo.** 2013. 66 f. Dissertação (Mestrado em Agronomia/Solos e Nutrição de Plantas) - Centro de Ciências Agrárias, Universidade Federal do Ceará, Fortaleza, 2013.

ONU-BR: NAÇÕES UNIDAS DO BRASIL – ONU BR. **A Agenda 2030**. 2015. Disponível em: <<https://nacoesunidas.org/pos2015/agenda2030/>>. Acesso em: 01 abr. 2023.

PINHEIRO, R. A; CABRAL, M. J. S; SILVA, J. E; OLIVEIRA, J. P. S; SANTOS, D. R; BARROS, R. P. **Produtividade da cebolinha (*allium fistulosum* L.) cultivada em diferentes fontes de adubação orgânica**. Diversitas Journal. Santana do Ipanema/AL. n. 4, p.2551-2559, out/dez. 2020. 5 v.

SAMBUICHI, R. H. R; OLIVEIRA, M. A. C; SILVA, A. P. M; LUEDEMANN, G. **A sustentabilidade ambiental da agropecuária brasileira: impactos, políticas públicas e desafios**. IPEA, 2012.

SODRÉ, Ulysses. **Equações Diferenciais Ordinárias**. Computação, Engenharia Elétrica e Engenharia Civil. UEL: Londrina. 2003.

SOUZA, G. H. O; LIMA, R. F; APARECIDO, L. E. O. **Desempenho agrônômico comparativo entre duas espécies de cebolinha em Naviraí, Mato Grosso do Sul**. Futuro e tendências para gestão, desenvolvimento e inovação. V EIGEDIN. 2021. Disponível em: <<https://periodicos.ufms.br/index.php/EIGEDIN/article/view/14341/9643>>. Acesso em: 30 mar. 2023.

SPERANDIO, D; MENDES, J. T; SILVA, L. H. M. **Cálculo numérico**. São Paulo SP: Pearson, 2003.

Department of Educacion - State of Maine. **Definition of Agriculture**. 2012. Disponível em: <<http://web.archive.org/web/20120323075557/http://www.maine.gov/education/aged/definition.html>>. Acesso em: 30 mar. 2023

ZÁRATE, N. A. H.; VIEIRA, M. C. **Produção e renda bruta da cebolinha solteira e consorciada com espinafre**. Horticultura Brasileira, Brasília, v. 22, n. 4, p. 811-814, 2004.

ZILL, D, G. **Equações diferenciais com aplicações em modelagem.** São Paulo SP: Cengage Learning, 2014.

## GLOSSÁRIO

**Adubação:** Agricultura. Ação ou efeito de adubar (colocar adubo); adubamento.

**Aração:** Aração do solo é uma técnica de preparo do solo para plantio que se baseia na inversão de camadas do solo. A aração revolve o solo aumentando os níveis de oxidação da matéria orgânica e rompendo a estrutura do solo.

**Bulbo:** Órgão vegetal subterrâneo ou aéreo, composto por um eixo basal encurtado, ger. discoide, e uma gema ('broto') envolta por catafilos ou folhas basais carnosas, cheias de substâncias alimentícias, o que possibilita a sobrevivência do espécime no gelo ou na seca.

**Escarificação:** A escarificação é uma técnica de preparo do solo para plantio menos agressiva na estrutura. Através do uso de escarificador, a operação rompe camadas do solo sem realizar inversão.

**Fertilizadas:** Fertilizavas vem do verbo fertilizar. O mesmo que: fecundavas. Tornar fértil: os adubos fertilizam a terra.

**Fibras:** Fibras é o plural de fibra. O mesmo que: fibrilhas, filamentos, ligamentos.

**Gradagem:** Gradagem no solo é uma técnica de preparo do solo para plantio realizada após as operações de aração. Por realizar o revolvimento e a inversão de camadas, o arado acaba por deixar o terreno desnivelado e a Gradagem nivela o terreno.

**Nutrientes:** Substâncias que realmente vão exercer as funções de alimentação. O alimento é a fonte dos nutrientes (glicose, aminoácidos, etc.).

**Orgânico:** Que não tem adição de produtos químicos (insumos, fertilizantes etc.); processado naturalmente: legumes orgânicos.

**Rebrotamento:** Surge um broto no indivíduo, que cresce e se destaca, originando um novo organismo. Alguns dos organismos que se reproduzem por brotamento são: fungos, hidras, esponjas e até certas plantas.

**Séculos:** Período de cem anos, contado a partir de um ponto cronologicamente determinado: o século XX vai de 1º de janeiro de 1901 à 31 de dezembro de 2000.

**Sustentáveis:** Sustener, suportar: colunas que sustentam a cúpula. Amparar, escorar, manter, financiar.

**Touceira:** Conjunto de plantas da mesma espécie que nascem muito próximas entre si, formando um tufo espesso; também pode ser constituído pelos diversos eixos de uma única planta.

**Transplântio:** O transplântio consiste na operação de transferência de uma planta adulta de um local para outro, podendo tanto ser para outro local no solo quanto para um recipiente como vaso ou jardineira.

**Vazantes:** É o plural de vazante. O mesmo que: jusantes, refluxos, vazões.



## APÊNDICE A – TABELA DE LINEARIZAÇÃO DOS DADOS

Neste tópico é abordado sobre a linearização dos dados, para obtenção das variáveis. Os valores do Z foram obtidos com base na altura ( $p$ ), através da fórmula:

$$Z = \ln\left(\frac{28,1-p}{p}\right)$$

Não foram usados na linearização a primeira, segunda e última linha, pois os valores seriam indeterminados ou nulos, modificando o resultado da linearização. Os valores da Linearização se obtém abaixo:

Tabela A: Linearização dos dados.

Tempo (dias) ( $t$ )	Altura (cm) ( $p$ )	$Z = \ln\left(\frac{28,1-p}{p}\right)$
0	0,0	-
4	0,0	-
8	0,5	4,01
12	1,1	3,20
16	2,4	2,37
20	2,9	2,16
24	3,9	1,83
28	4,7	1,61
32	6,2	1,26
36	7,0	1,10
40	7,9	0,94
44	8,9	0,77
48	10,7	0,49
52	12,9	0,16
56	15,4	-0,19
60	17,1	-0,44
64	19,5	-0,82
68	21,0	-1,08
72	23,1	-1,53
76	24,9	-2,05
80	26,2	-2,62
84	26,9	-3,11
88	27,6	-4,01
92	27,9	-4,94
96	28,0	-5,63
100	28,1	-

Fonte: Acervo pessoal.



## APÊNDICE B – TABELA DO LIMITE MÁXIMO DE $\varepsilon$

Neste tópico é abordado sobre o processo de derivada discreta dos dados, para obtenção do limite ( $\varepsilon$ ).

Os valores do limite ( $\varepsilon$ ) foram obtidos calculando as derivadas discretas das alturas sobre o tempo, obtendo-se os valores abaixo:

Tabela B: Derivada discreta dos dados.

<b>Tempo (dias) (<math>t</math>)</b>	<b>Altura (cm) (<math>p</math>)</b>	<b>Limite (<math>\varepsilon</math>)</b>
0	0,0	0,0000
4	0,0	0,0000
8	0,5	0,1250
12	1,1	0,1500
16	2,4	0,3250
20	2,9	0,1250
24	3,9	0,2500
28	4,7	0,2000
32	6,2	0,3750
36	7,0	0,2000
40	7,9	0,2250
44	8,9	0,2500
48	10,7	0,4500
52	12,9	0,5500
56	15,4	0,6250
60	17,1	0,4250
64	19,5	0,6000
68	21,0	0,3750
72	23,1	0,5250
76	24,9	0,4500
80	26,2	0,3250
84	26,9	0,1750
88	27,6	0,1750
92	27,9	0,0750
96	28,0	0,0250
100	28,1	0,0250

Fonte: Acervo pessoal.

O valor adotado do limite ( $\varepsilon$ ) foi o menor possível sendo diferente de zero.