

GEOMETRIAS AXIOMÁTICAS - GEAM8
CONGRUÊNCIA DE TRIÂNGULOS

1. Demonstre a proposição 5 do Livro I dos Elementos¹ (teorema do triângulo isósceles):

Os ângulos junto à base dos triângulos isósceles são iguais entre si, e, tendo sido prolongadas ainda mais as retas iguais, os ângulos sob a base serão iguais entre si.

2. Demonstre o Teorema do ângulo externo (proposição 16 do Livro I dos Elementos).

Tendo sido prolongado um dos lados de qualquer triângulo, o ângulo exterior é maior do que cada um dos ângulos interiores e opostos.

3. Em um triângulo ABC , escolhamos aleatoriamente pontos $P \in BC$, $Q \in AC$ e $R \in AB$, todos diferentes dos vértices de ABC . Prove que o perímetro do triângulo PQR é menor que o perímetro do triângulo ABC .
4. Seja $ABCD$ um quadrilátero qualquer. Mostre que os pontos médios de seus lados são os vértices de um paralelogramo.
5. Construimos dois triângulos equiláteros ABE interno e BFC externo ao quadrado $ABCD$. Prove que os pontos D , E e F se localizam na mesma reta.
6. $ABCDEF$ é um hexágono tal que as diagonais AD , BE e CF passam todas por um mesmo ponto M , que as divide ao meio. Quanto vale a soma dos ângulos $\hat{A} + \hat{B} + \hat{C}$?

¹Este teorema é conhecido como *pons asinorum* - veja mais em: <https://planetmath.org/PonsAsinorum>