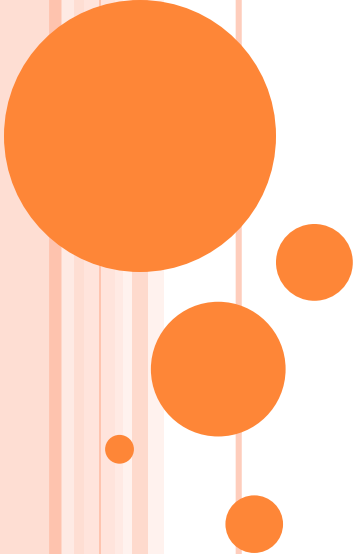




GEOMETRIAS AXIOMÁTICAS

AULA 2 (31/07/26)

Profª Daniela Passos

EXEMPLO DE UM SISTEMA AXIOMÁTICO

O Clube dos 3 Amigos

Um grupo de 3 amigos quer criar regras para escolher filmes na noite de cinema, sem brigas.

Termos Primitivos

- Amigo
- Gênero de Filme

Axiomas

1. Cada gênero de filme deve ser amado por pelo menos dois amigos.
2. Cada amigo deve amar exatamente dois gêneros de filme.
3. Dois amigos diferentes só podem gostar do mesmo gênero em exatamente uma opção.

Teorema do Controle Remoto

Se o clube tem exatamente 3 amigos, a lista de gêneros disponíveis precisa ter exatamente 3 gêneros para que ninguém quebre as regras.

Exercício: Demonstre o teorema do controle remoto



DEMONSTRANDO ALGUMAS PROPOSIÇÕES

Com base nos axiomas e noções comuns estabelecidos por Euclides, no seu livro “Os Elementos”, vamos demonstrar algumas proposições.

Nas demonstrações, além das noções comuns e postulados, *só é possível usar as proposições que as antecedem* (considerando que já foram demonstradas).

Para cada proposição apresentada, leia, interprete e faça um esboço gráfico que a represente.



DEMONSTRANDO ALGUMAS PROPOSIÇÕES

Exercício 1: Demonstre as proposições 5 e 6. Você pode usar, além das noções comuns e postulados, as proposições que as antecedem.

Proposições de 1 a 4 (parafraseadas do original):

01

Dada uma reta finita, é possível construir sobre ela um triângulo equilátero.

02

É possível traçar uma linha reta igual a uma dada linha reta com extremidade num dado ponto

03

É possível dadas duas linhas retas desiguais, obter da linha reta maior uma parte igual à linha reta menor

04

(LAL) Se dois triângulos apresentam respectivamente iguais dois lados e o ângulo compreendido entre eles, então os demais lados e ângulos serão respectivamente iguais.



PROPOSIÇÕES (LIVRO I DE “OS ELEMENTOS”

5.

Os ângulos junto à base dos triângulos isósceles são iguais entre si, e, tendo sido prolongadas ainda mais as retas iguais, os ângulos sob a base serão iguais entre si.

6.

Caso os dois ângulos de um triângulo sejam iguais entre si, também os lados que se estendem sob os ângulos iguais serão iguais entre si.



PROPOSIÇÕES (LIVRO I DE “OS ELEMENTOS”

7.

Sobre a mesma reta não serão construídas duas outras retas iguais às duas mesmas retas, cada uma a cada uma, em um e outro ponto, no mesmo lado, tendo as mesmas extremidades que as retas do começo.

Paráfrase:

07

De qualquer extremidades de uma linha reta dada, chamada base, se conduzem duas outras linhas retas que se encontram em um ponto; não é possível construir, com os mesmos extremos e da mesma parte, duas linhas retas respectivamente iguais àquelas inicialmente construídas que tenham um ponto de encontro diferente



PROPOSIÇÕES (LIVRO I DE “OS ELEMENTOS”

8.

Caso dois triângulos tenham os dois lados iguais [aos] dois lados, cada um a cada um, e tenham também a base igual à base, terão também o ângulo igual ao ângulo, o contido pelas retas iguais.

Paráfrase:

08

Se dois triângulos têm respectivamente dois lados iguais, e bases também iguais, então também são iguais os ângulos formados entre os lados iguais correspondentes.



EXERCÍCIO “PARA O LAR”

Exercício: a) Reescreva a definição de retas perpendiculares (Def 10) com suas palavras.

b) Use régua e compasso e realize a construção à seguir (está na próxima página), proposta por Euclides, e mostre que o segmento $\overline{FC}$ é perpendicular a $\overline{AB}$.

c) Demonstrar a Proposição 12 (Faça a construção e depois mostre que ela satisfaz a proposição).

Você pode usar as proposições de 1 a 10, além dos axiomas e conceitos primitivos.

09

É possível dividir pela metade um ângulo retilíneo dado.

10

É possível dividir pela metade uma reta finita dada.

11

Dada uma reta, é possível de um seu ponto levantar uma perpendicular.

12

De um ponto externo a uma reta infinita dada é possível levantar uma perpendicular a reta dada.

EXERCÍCIO “PARA O LAR”

Construção (para o item (b)):

Fique tomado sobre a AC o ponto D , encontrando ao acaso, e fique posta a CE igual à CD , e fique construído sobre a DE o triângulo equilátero FDE , e fique ligada a FC ; digo que foi traçada a linha reta FC em ângulos retos com a reta dada AB , a partir do ponto dado C sobre ela.

