



A Matemática Egípcia – Solução de alguns problemas algébricos do papiro de Rhind

Alex Marques dos Reis

Trabalho de Conclusão do Curso Superior de Licenciatura em Matemática, orientado pelo Prof. Dr. Henrique Marins de Carvalho.

IFSP
São Paulo
2018

A Matemática Egípcia – Solução de alguns problemas algébricos do papiro de Rhind

Alex Marques dos Reis

Trabalho de Conclusão do Curso Superior de Licenciatura em Matemática, orientado pelo Prof. Dr. Henrique Marins de Carvalho.

IFSP

São Paulo

2018

Dados Internacionais de Catalogação na Publicação (CIP)

Reis, Alex Marques.

Manual de Elaboração de Trabalho de Conclusão do Curso (TCC) do Curso de Licenciatura em Matemática / Alex Marques dos Reis. - São Paulo: IFSP, 2018.

58f

Trabalho de Conclusão do Curso Superior de Licenciatura em Matemática - Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia de São Paulo

Orientador: Henrique Marins de Carvalho

1. Matemática Egípcia. 2. Papiro de Rhind. 3. Sistema de Numeração. 4. Métodos de Multiplicação e Divisão. 5. Frações Unitárias. 6. Método da Falsa Posição. A Matemática Egípcia – Solução de alguns problemas algébricos do papiro de Rhind.

ALEX MARQUES DOS REIS

**A MATEMÁTICA EGÍPCIA – SOLUÇÃO DE ALGUNS PROBLEMAS
ALGÉBRICOS DO PAPIRO DE RHIND**

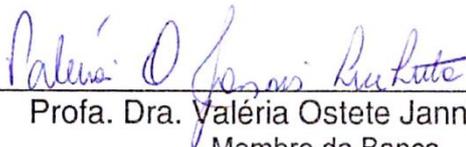
Monografia apresentada ao Instituto Federal de
Educação, Ciência e Tecnologia de São Paulo, em
cumprimento ao requisito exigido para a obtenção do
grau acadêmico de Licenciado em Matemática.

APROVADO EM 03/07/2018

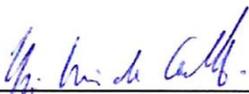
CONCEITO: 9,0



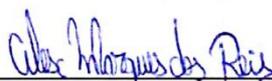
Prof. Me. José Maria Carlini
Membro da Banca



Profa. Dra. Valéria Ostete Jannis Luchetta
Membro da Banca



Prof. Dr. Henrique Marins de Carvalho
Orientador



Aluno: Alex Marques dos Reis

“De que me irei ocupar no céu, durante toda a Eternidade, se não me derem uma infinidade de problemas de Matemática para resolver?”.

Augustin Louis Cauchy

AGRADECIMENTOS

Agradeço primeiramente a Deus, que me permitiu realizar esse trabalho, pois em todos os momentos é Ele quem se mostra ser o maior mestre que alguém possa ter.

Aos meus pais, que me deram uma boa criação desde cedo, me ensinaram como ser uma pessoa melhor, nunca deixaram faltar nada em casa e são quem admiro cada vez mais conforme o passar dos anos.

Agradeço ao meu orientador o Prof^o Dr. Henrique Marins de Carvalho, que aceitou fazer parte desse trabalho, pelo grande auxílio que obtive na parte de pesquisa, pela atenção ao responder todas minhas dúvidas sem demora e por cada dica que me deu não somente na realização dessa monografia, mas ao longo do curso.

Aos meus amigos do curso que me apoiaram, incentivaram e deram força durante o decorrer do curso e que de certa forma contribuíram para que esse trabalho acontecesse.

Agradeço a todos os professores do curso que se preocupam em dar uma ótima formação a cada aluno da graduação e lutam continuamente para a melhoria do ensino público em nosso país.

Por fim, agradeço de coração a todos que diretamente ou indiretamente fizeram parte da minha formação.

RESUMO

Este trabalho tem por finalidade estudar a matemática egípcia, com foco na resolução de alguns problemas algébricos do papiro de Rhind. Devido ao longo período que separa nossas civilizações, optamos por interpretar os procedimentos operatórios descritos no papiro, a partir dos conceitos algébricos tais como entendidos atualmente, para tanto, abordaremos algumas questões históricas sobre a civilização egípcia e um breve histórico do desenvolvimento matemático naquele tempo. Na sequência, apresentamos os seguintes métodos de resolução de problemas, os métodos de multiplicação e divisão egípcia, o método de Fibonacci para frações unitárias e o método de falsa posição utilizado nas equações lineares. Por fim, utilizamos um ou mais métodos na resolução de 3 problemas do papiro de Rhind.

Palavras-chaves: Matemática egípcia, papiro de Rhind, Métodos de multiplicação e divisão, método de Fibonacci, frações unitárias, método da falsa posição.

THE EGYPTIAN MATHEMATICS - SOLUTION TO SOME ALGEBRAIC PROBLEMS OF THE RHIND PAPYRUS

ABSTRACT

This work aims to study Egyptian mathematics, with a focus on solving some algebraic problems of the Rhind papyrus. Due to the long period that separates our civilizations, we choose to interpret the operative procedures described in the papyrus, from algebraic concepts such as understood today, to do so, we will address some historical questions about Egyptian civilization and a brief history of mathematical development at that time. Following, we present several methods of problem solving, for example, the Egyptian multiplication and division methods, the Fibonacci method for unit fractions and the false position method used in linear equations. Lastly, we use one or more methods in solving the Rhind papyrus problems.

Keywords: Egyptian mathematics, Rhind papyrus, Methods of multiplication and division, Fibonacci method, unit fractions, false position method.

LISTA DE FIGURAS

Pág.

Figura 1 – Ilustração sobre a cultura egípcia.....	21
Figura 2 - Cerâmica feita pelos egípcios.....	23
Figura 3 - Representação dos números na simbologia egípcia.....	25
Figura 4 - Representação do número 23.654 com símbolos egípcios.....	25
Figura 5 - Soma simples com símbolos egípcios.....	27
Figura 6 - Representação de algumas frações na simbologia egípcia.....	31
Figura 7 - Exemplo de repartição de pães com frações unitárias.....	33
Figura 8 - Um pedaço do papiro de Rhind.....	38
Figura 9 - Representação de 9 pães.....	42
Figura 10 - Representação de 9 pães divididos.....	43
Figura 11 - Representação da divisão do resto de pães.....	43

LISTA DE TABELAS

Pág.

Tabela 1 - Multiplicação de 29 por 38.....	28
Tabela 2 - Divisão de 1485 por 27.....	29
Tabela 3 - Divisão de 367 por 9.....	30
Tabela 4 - Multiplicação de $1/2+1/3+1/15$ por 10.....	41
Tabela 5 - Divisão de 1386 por 97.....	46
Tabela 6 - Multiplicação de 7 por 7.....	48
Tabela 7 - Multiplicação de 49 por 7.....	49
Tabela 8 - Multiplicação de 343 por 7.....	49
Tabela 9 - Multiplicação de 2401 por 7.....	50

SUMÁRIO

	<u>Pág.</u>
1	INTRODUÇÃO.....19
2	OS EGÍPCIOS E A MATEMÁTICA EGÍPCIA.....21
2.1	A civilização egípcia.....21
2.2	A matemática egípcia.....24
2.2.1	O sistema de numeração egípcia.....25
3	OS MÉTODOS DE RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS.....27
3.1	Adição e Subtração.....27
3.2	Os métodos de Multiplicação e Divisão.....27
3.3	Frações Unitárias.....30
3.4	O Método da Falsa Posição.....34
4	RESOLUÇÃO DE ALGUNS PROBLEMAS DO PAPIRO DE RHIND.....37
4.1	Os Papiros37
4.1.1	O Papiro de Moscou (Ou Papiro de Golenishev).....37
4.1.2	O Papiro de Rhind (Ou Papiro de Ahmes)37
4.2	Alguns problemas do Papiro de Rhind.....39
4.3	Problema 06 do Papiro de Rhind.....39
4.3.1	Solução39
4.3.2	Prova Real40
4.3.3	Um exemplo de como seria feita esta divisão.....41
4.4	Problema 31 do Papiro de Rhind.....44
4.4.1	Solução.....44
4.4.2	Prova Real47
4.5	Problema 79 do Papiro de Rhind.....48
4.5.1	Solução.....48
4.5.2	Relação com uma Progressão Geométrica.....50
5	CONCLUSÃO53
	REFERÊNCIAS55

1 INTRODUÇÃO

Essa monografia foi gerada a partir da vontade de compreender os conceitos matemáticos desenvolvidos pelos antigos egípcios há milhares de anos antes de Cristo, com um foco especial na solução de alguns problemas do papiro de Rhind com base na matemática atual.

O trabalho está estruturado a partir de pesquisas bibliográficas com base em livros, artigos científicos, teses ou revistas nas áreas de matemática e história, buscando por meio dessas duas ciências estabelecer o entendimento dos conceitos utilizados pelos egípcios e o pensamento matemático vivenciado no período.

Inicialmente exploraremos um pouco da história dos povos egípcios, suas características, o território ocupado pelo povo, sua estrutura política, a agricultura, as contribuições na astronomia, matemática, artesanato, dentre tantas outras.

A partir daí, começaremos nosso estudo sobre a matemática, tratando das contribuições em algumas áreas, tais como na agricultura e engenharia. Assim, vamos entender como funciona o sistema de numeração decimal e tomar conhecimento dos símbolos utilizados para a representação dos números.

Para solucionarmos diversos problemas contidos no papiro de Rhind, deveremos entender como funcionam as operações matemáticas básicas, tais como a soma e subtração, os métodos de resolvermos multiplicações e divisões, além disso, apresentaremos alguns dos métodos de obtermos frações unitárias e o método da falsa posição que serão aplicados na resolução de diversos problemas algébricos do papiro de Rhind.

Dispostos dessas ferramentas, vamos primeiramente conhecer um pouco sobre a história de dois papiros egípcios famosos, o papiro de Rhind e o papiro de Moscou, e a partir daí, trataremos da solução e algumas curiosidades sobre três problemas do papiro de Rhind.

No Problema 06 do papiro de Rhind trataremos da divisão de pães entre homens, nessa questão utilizaremos as frações unitárias para a repartição do pão, o método de multiplicação para tirar a prova real e um exemplo de como seria feita essa divisão. No problema 31, vamos resolver uma equação linear pelo método da falsa posição

com o apoio de frações unitárias e o método de divisão. E finalmente, no Problema 79 faremos uma multiplicação sucessiva de um mesmo termo, o que culmina no conceito de progressão geométrica.

2 OS EGÍPCIOS E A MATEMÁTICA EGÍPCIA

Neste capítulo, estudaremos a civilização egípcia, suas contribuições, território e algumas outras características para entendermos o funcionamento da matemática egípcia e seu sistema numérico.

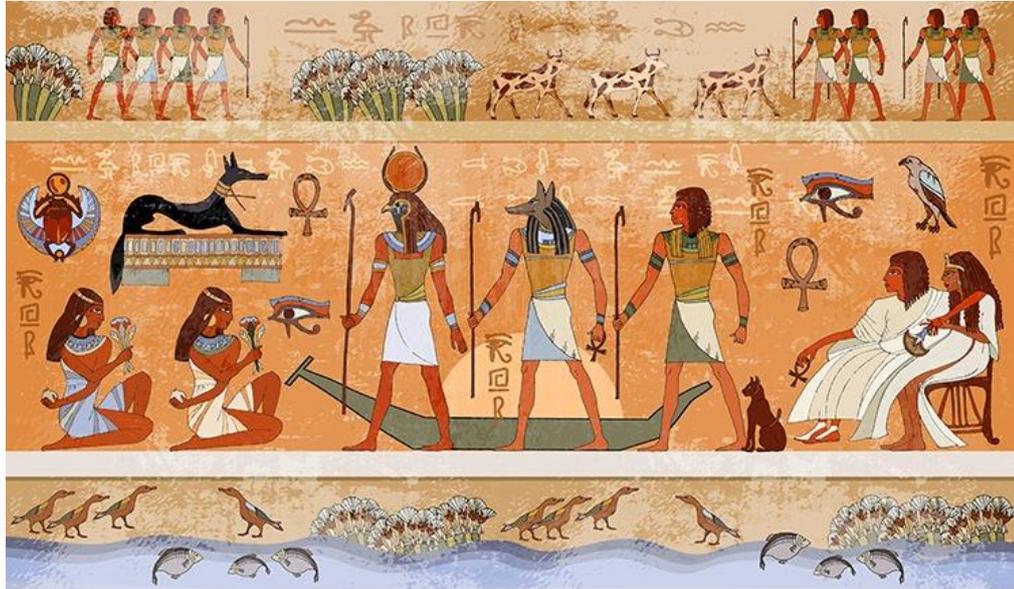


Figura 1 – Ilustração sobre a cultura egípcia
Fonte: Matriyoshka (2018)

2.1 A civilização egípcia

Antes de começarmos o estudo sobre a matemática desenvolvida no Egito Antigo, devemos primeiramente situar a contextualização histórica, geográfica, política e social dessa antiga civilização; a partir daí teremos uma noção geral para analisar o desenvolvimento matemático da civilização egípcia daquele período.

Ainda se discute acaloradamente para saber qual das grandes civilizações da antiguidade foi a primeira. A maioria das opiniões parece favorável à egípcia, não obstante um número respeitável de autoridades advogarem os direitos do vale do Tigre e do Eufrates. Outros especialistas preferem o Elam, região situada a leste do vale do Tigre-Eufrates e margeando o Golfo Pérsico. Embora não se deva descurar a opinião de nenhum cientista competente, há mais fortes razões para acreditar que os vales do Nilo e do Tigre-Eufrates foram os berços das mais antigas culturas históricas. Essas duas áreas eram, geograficamente, as mais favorecidas da região chamada Crescente Fértil. Aí foi encontrado maior número de artefatos de antiguidade incontestável do que em qualquer outra parte do Oriente Próximo. (BURNS, 1965, p. 49)

Como uma das primeiras civilizações conhecidas, os egípcios estabeleceram-se na região de extremo nordeste da África caracterizada pela existência de extensos

desertos e pela vasta planície banhada pelo rio Nilo. Assim, mesmo tratando-se de uma região árida, a presença do rio Nilo garantia a sobrevivência dos povos ali instalados.

Segundo Burns (1965), o Egito possui uma atmosfera seca, porém revigorante, o que não causava tanto desconforto quanto em regiões mais ao norte, e apesar de ter baixa umidade atmosférica, as inundações anuais do rio Nilo que ocorriam de julho a outubro auxiliavam a amenizar esse problema. Os ventos, que na maior parte do ano sopravam em sentido contrário ao da correnteza do rio Nilo ajudavam muito o transporte fluvial, promovendo grande facilidade de comunicação entre populações numerosas e por fim a grande disponibilidade de metais e pedras de construção proporcionava aos egípcios melhores condições de sobrevivência.

O Egito estava bem protegido contra a invasão e contra a mistura com povos mais atrasados. A leste e a oeste estendia-se o deserto impérvio; ao norte, uma costa sem portos; e, ao sul, as barreiras rochosas de uma série de cataratas obstavam às incursões dos selvagens africanos. (BURNS, 1965, p. 54)

Nesse contexto, o Egito foi uma civilização que se desenvolveu de maneira individual e com pouca interferência de outros povos que ocupavam suas fronteiras, afinal a região era de difícil acesso, o que culminou em uma sociedade com organização única dentre as demais no mesmo período.

Burns nos diz ainda que durante os anos de 4000 a.C e 3200 a.C aproximadamente, não havia um estado unificado no Egito, logo, a região era dividida em certas cidades-estados independentes (ou nomos), que cooperavam economicamente e com a fusão desses estados, dois grandes reinos foram criados, um ao norte e outro ao sul, esse foi o período conhecido como pré-dinástico.



Figura 2 – Cerâmica feita pelos egípcios
 Fonte: Doberstein (2010, p. 11)

Período esse que trouxe algumas contribuições tais como a confecção de armas, instrumentos, tecidos de linho, artefatos de cerâmica que eram feitos manualmente, assim como a implantação do eficiente sistema de irrigação, do saneamento de terras pantanosas e a invenção do primeiro calendário solar da história do homem.

De acordo com o cômputo dos egiptólogos modernos, esse calendário foi posto em vigor por volta de 4.200 a.C. A existência de um calendário exato nessa época prova que a matemática, e possivelmente as demais ciências, já haviam alcançado um grau considerável de desenvolvimento. (BURNS, 1965, p. 58)

Mokhtar (2010, p. 39) nos diz que "O primeiro evento historicamente importante de que se tem notícia é a união dos dois reinos pré-históricos, ou melhor, a sujeição do Baixo Egito pelo soberano do Alto Egito, denominado Menés", por volta do ano 3200 a.C, a primeira dinastia de Menés e a segunda são chamadas de período Arcaico. Então surgiram outras dinastias, sendo que da terceira à sexta compuseram o que hoje chamamos de Antigo Império. Mokhtar (2010, p. 42) nos mostra ainda que: "Segundo a teoria da realeza, o faraó encarnava o Estado e era responsável por todas as atividades do país. Além disso, era o sumo sacerdote de todos os deuses, servindo-os diariamente em cada um dos templos".

Durante toda a história do antigo Egito, a arte e a literatura representaram o faraó segundo um ideal estereotipado, sendo, contudo, notável que se tenha chegado a conhecer os reis individualmente, como seres dotados de personalidade própria. (MOKHTAR, 2010, p. 42)

A partir dessa pequena contextualização histórica, podemos agora iniciar nosso estudo sobre a matemática desenvolvida no antigo Egito.

2.2 A matemática egípcia

Vamos agora compreender como se originou o conhecimento matemático no Egito antigo e principalmente, qual a função dessa matemática no cotidiano do povo egípcio. Vale a ressalva de que estamos fazendo apenas uma releitura adaptada à matemática atual a respeito da forma como os egípcios utilizavam a matemática, mostrando como era sua escrita, as operações e alguns outros métodos empregados na resolução dos mais diversos problemas que eles se deparavam.

Com a drenagem de pântanos, o controle de inundações e a irrigação era possível transformar as terras ao longo desses rios em regiões agricultáveis ricas. Projetos extensivos dessa natureza não só serviram para ligar localidades anteriormente separadas, como também a engenharia, o financiamento e a administração desses projetos, e os propósitos que os motivaram requeriam o desenvolvimento de considerável tecnologia e da matemática concomitante. Assim, pode-se dizer que a matemática primitiva originou-se em certas áreas do Oriente Antigo primordialmente como uma ciência prática para assistir a atividades ligadas à agricultura e à engenharia. (EVES, 2011, p. 57)

Sabendo que os egípcios se fixaram as margens do rio Nilo, assim, toda a sua cultura foi formada com base nas inundações do rio, o mesmo ocorre com a matemática, que foi concebida de maneira prática, de acordo com as atividades desenvolvidas pelo povo no Egito antigo. Dessa forma, a matemática fora aplicada na maioria dos processos agrícolas desenvolvidos no período.

Como vimos, a ênfase inicial da matemática ocorreu na aritmética e na mensuração práticas. Uma arte especial começou a tomar corpo para o cultivo, aplicação e ensino dessa ciência prática. Nesse contexto, todavia, desenvolvem-se tendências no sentido da abstração e, até certo ponto, passou-se então a estudar a ciência por si mesma. Foi dessa maneira que a álgebra evoluiu ao fim da aritmética e a geometria teórica originou-se da mensuração. (EVES, 2011, p. 57)

Ao abordar questões cada vez mais frequentes no cotidiano dos egípcios, foi necessário que a matemática tivesse um tratamento aplicado, nesse sentido, ela foi evoluindo e conseqüentemente a abstração foi se sofisticando, alcançando um estágio que poderíamos denominar como uma “pré-álgebra”.

2.2.1 O sistema de numeração egípcia

Os egípcios foram um dos primeiros povos a utilizar um sistema de numeração decimal, que por meio da utilização de símbolos conseguiam representar praticamente quaisquer números que eles precisassem.

O sistema decimal egípcio já estava desenvolvido por volta do ano 3000 a.C., ou seja, antes da unificação do Egito sob o regime dos faraós. O número 1 era representado por uma barra vertical, e os números consecutivos de 2 a 9 eram obtidos pela soma de um número correspondente de barras. Em seguida, os números eram múltiplos de 10, por essa razão, diz-se que tal sistema é decimal. O número 10 é uma alça; 100, uma espiral; 1 mil, a flor de lótus; 10 mil, um dedo; 100 mil, um sapo; e 1 milhão, um deus com as mãos levantadas. (ROQUE, 2012, p. 56)

Na figura 1 a seguir, podemos ver os símbolos utilizados para a representação dos números.

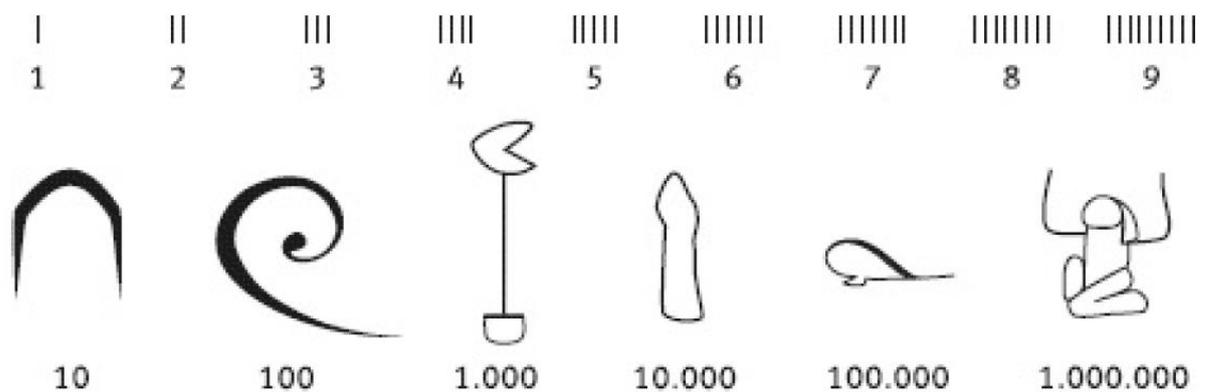


Figura 3 – Representação dos números na simbologia egípcia
Fonte: Roque (2012, p. 56)

Assim, os egípcios usavam os símbolos, repetindo-os até 9 vezes, onde na décima vez o símbolo seria trocado por seu próximo múltiplo de 10, vejamos agora um exemplo de como podemos representar o número 23.654.



Figura 4 – Representação do número 23.654 com símbolos egípcios
Fonte: Adaptado de Roque (2012, p. 56)

Sabendo que cada dedo equivale a 10.000, a flor de lótus vale 1.000, a espiral vale 100, a alça vale 10 e a barra vale 1, de acordo com as quantidades de símbolos utilizados na figura 2 acima chegamos ao seguinte número:

$$\begin{aligned}
 &10.000 + 10.000 + 1.000 + 1.000 + 1.000 + 100 + 100 + 100 + 100 + 100 + 100 + 10 \\
 &\quad + 10 + 10 + 10 + 10 + 1 + 1 + 1 + 1 = 20.000 + 3.000 + 600 + 50 + 4 \\
 &\quad = 23.654
 \end{aligned}$$

Notemos que, mesmo invertendo a ordem dos símbolos na Figura 2, o resultado final não se altera, já que o sistema decimal egípcio é um sistema não-posicional, ou seja, não importa a ordem de escrita dos símbolos; assim, o importante é a quantidade e quais símbolos serão utilizados. Comparando com o sistema decimal posicional que utilizamos atualmente, há uma diferença sensível, pois os números representados pelos símbolos 25 e 52 são diferentes justamente pela posição ocupada pelos símbolos 2 e 5 em cada caso.

3 OS MÉTODOS DE RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS

Neste capítulo vamos estudar alguns dos métodos que os egípcios utilizavam na resolução de problemas, vale a ressalva de que teremos um olhar mais atual, pois devido ao grande período que nos separa da civilização egípcia antiga e por conta da escassez de informações sobre a matemática desenvolvida naquele tempo, temos poucas informações exatas de como os egípcios utilizavam a matemática. Logo, faremos uma releitura, nos aproveitando da nossa matemática atual para contextualizar a matemática egípcia.

3.1 Adição e Subtração

Segundo Galvão (2008, p.74) a adição e a subtração eram dadas por agrupamentos simples, bastando apenas acrescentar os símbolos, no caso da soma e cancelar símbolos iguais, no caso da subtração. Conforme ilustrado pela figura a seguir.

$$\begin{array}{r}
 27 \\
 + \\
 38 \\
 \hline
 65
 \end{array}$$

Figura 5 – Soma simples com símbolos egípcios
 Fonte: Galvão (2008, p. 74)

3.2 Os métodos de Multiplicação e Divisão

A partir do desenvolvimento de um sistema de numeração, torna-se necessário o entendimento de algumas formas de cálculo, tais como a multiplicação e a divisão simples entre dois números inteiros.

Uma das consequências do sistema de numeração egípcio é o caráter aditivo da aritmética dependente. Assim, a multiplicação e a divisão eram em geral efetuadas por uma sucessão de duplicações com base no fato de que todo número pode ser representado por uma soma de potências de 2. Como exemplo de multiplicação achemos o produto de 26 por 33. Como $26 = 16 + 8 + 2$, basta somarmos os múltiplos correspondentes de 33. (EVES, 2011, p. 57)

Vejamos como o cálculo da multiplicação entre dois valores é dada na tabela abaixo, calcularemos a multiplicação de 29 por 38.

Tabela 1 – Multiplicação de 29 por 38

Soma	Fator de Multiplicação	Número
	1	29
*	2	58
*	4	116
	8	232
	16	464
*	32	928
	64	1856

Fonte: O autor

Podemos notar que na coluna *soma* temos com asterisco os fatores de multiplicação 2, 4 e 32, pois $2 + 4 + 32 = 38$ que é um dos números que queremos multiplicar, e na coluna *número*, começamos com nosso outro número a ser multiplicado, o 29, assim, fazemos sucessivas multiplicações por 2 até que na coluna de *Fator de Multiplicação* não chegue a ultrapassar o valor 38, por isso paramos no valor 32, pois o próximo número seria 64 que é maior que 38.

Somamos assim os valores $58 + 116 + 928 = 1102$, logo, a multiplicação de 29 por 38 tem como resultado 1102, e era dessa forma que os antigos egípcios efetuavam cálculos de multiplicação.

Agora, veremos de uma maneira muito parecida com a multiplicação, como era feita a divisão entre dois números pelo método dos egípcios. Por exemplo, queremos dividir 1485 por 27, a Tabela 2 nos auxiliará na solução desse problema.

Tabela 2 – Divisão de 1485 por 27

Soma	Fator de Multiplicação	Número
*	1	27
*	2	54
*	4	108
	8	216
*	16	432
*	32	864
	64	1728

Fonte: O autor

A coluna soma se refere a quais valores utilizaremos para o cálculo da divisão, assim como na multiplicação, tomando os valores referenciados na coluna *número*, temos que $27 + 54 + 108 + 432 + 864 = 1485$, assim a partir da coluna *Fator de Multiplicação*, temos os seguintes números referenciados $1 + 2 + 4 + 16 + 32 = 55$, portanto, a divisão de 1485 por 27 tem como resultado 55.

Temos também o caso em que a divisão não é exata, sendo assim, agora faremos a divisão egípcia entre os números 367 e 9, ou seja, 367 dividido por 9. A tabela abaixo nos auxiliará na solução desse problema.

Tabela 3 – Divisão de 367 por 9

Soma	Fator de Multiplicação	Número
	1	9
	2	18
	4	36
*	8	72
	16	144
*	32	288
	64	576

Fonte: O autor

Perceba que não temos como conseguir o número 364 a partir das combinações na coluna *número*, logo, a combinação mais próxima é a de $72 + 288 = 360$, ou seja, ainda resta 7 pra conseguirmos chegar no valor 367, portanto, sabemos que a divisão inteira será dada pelos valores $8 + 32 = 40$, no entanto ainda restando o valor 7.

3.3 Frações Unitárias

Os egípcios tinham um curioso método de representar as frações na forma $1/n$ como uma soma de frações cujo numerador é o número 1, essas são as chamadas frações unitárias.

Os egípcios esforçaram-se para evitar algumas das dificuldades computacionais encontradas com frações representando-as, com exceção de $2/3$, como soma das frações chamadas unitárias, ou seja, aquelas de numerador igual a 1. Essa redução tornava-se possível graças ao emprego de tábuas que davam a representação desejada para frações do tipo $2/n$, as únicas necessárias devido à natureza diádica da multiplicação egípcia. (EVES, 2011, p. 73)

Entretanto, no papiro de Rhind (que nos será apresentado no Capítulo 4), são encontradas diversas representações de frações entre 0 e 1 como soma de frações unitárias.

As frações unitárias eram indicadas, na notação hieroglífica egípcia, pondo-se um símbolo elíptico sobre o número do denominador. Um símbolo especial era usado também para a fração excepcional $2/3$ e um outro símbolo às vezes aparecia para $1/2$. (EVES, 2011, p. 73)

escrita egípcia	nossa escrita
	$\frac{1}{3}$
	$\frac{1}{12}$
	$\frac{1}{21}$

Figura 6 – Representação de algumas frações na simbologia egípcia
Fonte: Reynaud

A seguir, temos um exemplo de como expressamos as frações de maneira unitária, desta maneira, o número $3/7$ pode ser escrito como a soma de $1/3 + 1/11 + 1/231$. Apesar dos egípcios conseguirem escrever e trabalhar com as frações unitárias da forma descrita acima, não temos certeza de qual método era utilizado para auferir tal resultado.

Vejamos como converter nossas frações em frações egípcias. Evidentemente, não se trata de um procedimento egípcio, uma vez que nossas frações não existiam para eles, e a palavra “converter” sequer teria sentido nesse caso. (ROQUE, 2012, p. 59)

Agora vamos decompor esse número, conseguindo assim, transformá-lo em uma soma de frações unitárias pelo método de Fibonacci descrito em sua obra *Liber Abaci*, editado em 1202. Este método é descrito por Roque (2012, p.59).

1º passo: Invertamos a fração $3/7$, obtendo $7/3$.

2º passo: Agora procuramos o menor número inteiro que seja maior do que $7/3$, assim, encontramos o número 3, a partir daí, invertemos o número inteiro 3, e obtemos a fração $1/3$.

3º passo: subtraímos $1/3$ da fração $3/7$.

$\frac{3}{7} - \frac{1}{3} = \frac{9-7}{21} = \frac{2}{21}$, ou seja: $\frac{3}{7} = \frac{1}{3} + \frac{2}{21}$, Agora, repetiremos os passos para a fração $2/21$, assim teremos:

1º) Invertendo $2/21$ obtemos $21/2$.

2º) O menos inteiro maior que $21/2$ é 11, que invertido se converte na fração $1/11$

3º) Subtraindo $1/11$ de $2/21$, temos:

$\frac{2}{21} - \frac{1}{11} = \frac{22-21}{231} = \frac{1}{231}$, ou seja: $\frac{2}{21} = \frac{1}{11} + \frac{1}{231}$, como todas as frações se converteram em frações unitárias, temos que o resultado é dado por:

$$\frac{3}{7} = \frac{1}{3} + \frac{1}{11} + \frac{1}{231}$$

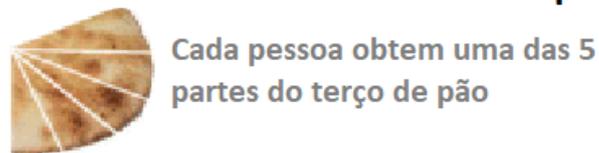
E assim conseguimos expressar a fração como uma soma de frações unitárias.

A imagem abaixo trata de um exemplo prático da utilização de frações unitárias no dia a dia dos egípcios:

Exemplo: Vamos dividir 3 pães entre 5 pessoas



Então, dividimos a parte que restou dos 2 pães e dividimos novamente em 5 partes



Logo, cada pessoa obtém:

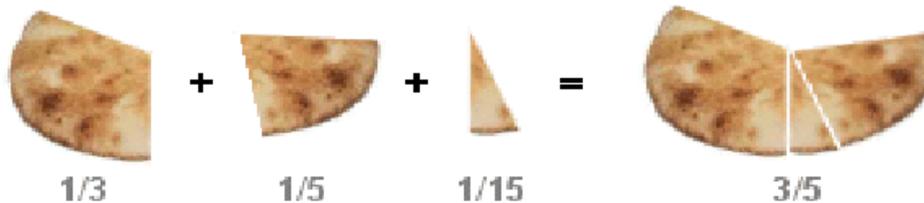


Figura 7 – Exemplo de repartição de pães com frações unitárias
Fonte: Mastin (2010).

Note que: se fizermos a decomposição da fração $\frac{3}{5}$ pelo método de Fibonacci, obtemos a seguinte solução:

$$\frac{3}{5} = \frac{1}{2} + \frac{1}{10}$$

Ou seja, a decomposição em frações unitárias não é única, assim podemos ter diversas somas de frações unitárias como a solução de uma fração qualquer.

3.4 O Método da Falsa Posição

Segundo Mol (2013, pg.25), diversos problemas contidos no papiro de Rhind e Moscou (veja no capítulo 4) são sobre a divisão de víveres, animais e outros objetos, assim, temos que;

Esses problemas eram resolvidos de forma aritmética ou através de equações lineares da forma $x + ax = b$ ou $x + ax + bx = c$. Com exceção da fração $2/3$, os egípcios trabalhavam com frações com numerador 1, o que trazia dificuldades para o manejo de tais equações. A solução encontrada foi resolvê-las por um método conhecido hoje como “método da falsa posição”. (MOL, 2013, pg. 25)

Assim, veremos agora como aplicar esse processo para calcular o valor da incógnita x por meio do Método da Falsa Posição.

No método da falsa posição, um valor específico é atribuído à incógnita. A expressão do lado esquerdo é calculada para esse valor e o resultado encontrado é comparado com o resultado desejado. Em seguida, o resultado correto é encontrado por proporção. (MOL, 2013, pg. 25)

A seguir, temos um exemplo de como encontrar o valor da incógnita x por meio do método da falsa posição, portanto, queremos calcular o valor de x na equação expressa abaixo:

$$x + \frac{1}{11}x = 29$$

Primeiramente vamos supor um valor de x que torne a expressão $x + \frac{1}{11}x$ um número inteiro, logo, devemos nos preocupar com o valor 11 no denominador, então, uma boa escolha para o valor (falso) de x é o próprio 11, assim sendo, se substituirmos 11 na incógnita x , obtemos a seguinte expressão:

$$x + \frac{1}{11}x = 11 + \frac{1}{11} \times 11 = 11 + 1 = 12$$

A partir daí, tomaremos os valores 29 e 12 para obter a fração $\frac{29}{12}$, agora, podemos adotar um processo de tornar a fração $\frac{29}{12}$ uma fração unitária, tal como abordado abaixo:

$$\frac{29}{12} = \frac{24 + 5}{12} = \frac{24}{12} + \frac{5}{12} = 2 + \frac{4 + 1}{12} = 2 + \frac{4}{12} + \frac{1}{12} = 2 + \frac{1}{3} + \frac{1}{12}$$

E com isso, o valor de x é dado pela multiplicação entre o valor falso determinado no começo e a fração unitária que acabamos de encontrar, portanto:

$$x = 11 \times \left(2 + \frac{1}{3} + \frac{1}{12} \right) = 11 \times 2 + \frac{11}{3} + \frac{11}{12}$$

Podemos simplificar de maneira a conseguirmos um número inteiro com uma soma de frações unitárias, veja:

$$x = 22 + \left(3 + \frac{1}{2} + \frac{1}{6} \right) + \left(\frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{12} \right) = 26 + \frac{1}{3} + \frac{1}{6} + \frac{1}{12}$$

Assim, encerramos os métodos abordados neste trabalho, vale ressaltar que estes não são os únicos métodos utilizados pelos antigos egípcios, e apenas selecionamos alguns desses métodos de acordo com os problemas tratados no próximo capítulo.

4 RESOLUÇÃO DE ALGUNS PROBLEMAS DO PAPIRO DE RHIND

Neste capítulo, trataremos sobre os papiros matemáticos egípcios e principalmente da solução de 3 problemas do papiro de Rhind no contexto de uma matemática mais atual.

4.1 Os Papiros

Alguns dos escritos matemáticos do Egito antigo que conhecemos e destacaremos neste trabalho são os papiros:

O Papiro é uma planta naturalmente comum próximo aos rios da África e do Oriente Médio, mas podendo ser encontrada em quase todos os cantos do mundo. Consiste na matéria-prima para a confecção do papel de papiro, usado principalmente entre os antigos egípcios como suporte para a escrita. (Significados, 2017)

Infelizmente, os papiros matemáticos mais conhecidos nos dias de hoje, sofreram de degradação ao passar dos tempos, assim, veremos dois papiros que contém em suas escrituras diversos problemas matemáticos.

4.1.1 O Papiro de Moscou (Ou Papiro de Golenishev)

O papiro de Moscou é um dos poucos papiros que resistiram a dura passagem do tempo, nele temos um texto matemático com 25 problemas.

1850 a.C. Essa é a data aproximada do papiro Moscou ou Golenishev, um texto matemático que contém 25 problemas já antigos quando o manuscrito foi compilado. O papiro, que foi adquirido no Egito em 1893 pelo colecionador russo Golenishev, agora se encontra no Museu de Belas-Artes de Moscou. Ele foi publicado com um comentário editorial em 1930. Tem cerca de 18 pés de comprimento por cerca de três polegadas de altura. (EVES, 2011, p.69)

Apesar de ser uma importante fonte histórica para o estudo da matemática egípcia, nesse trabalho concentraremos nossos esforços unicamente na resolução de problemas do papiro de Rhind.

4.1.2 O Papiro de Rhind (Ou Papiro de Ahmes)

O papiro de Rhind é nosso foco de estudo, e uma das principais obras sobre a matemática desenvolvida no Egito antigo.

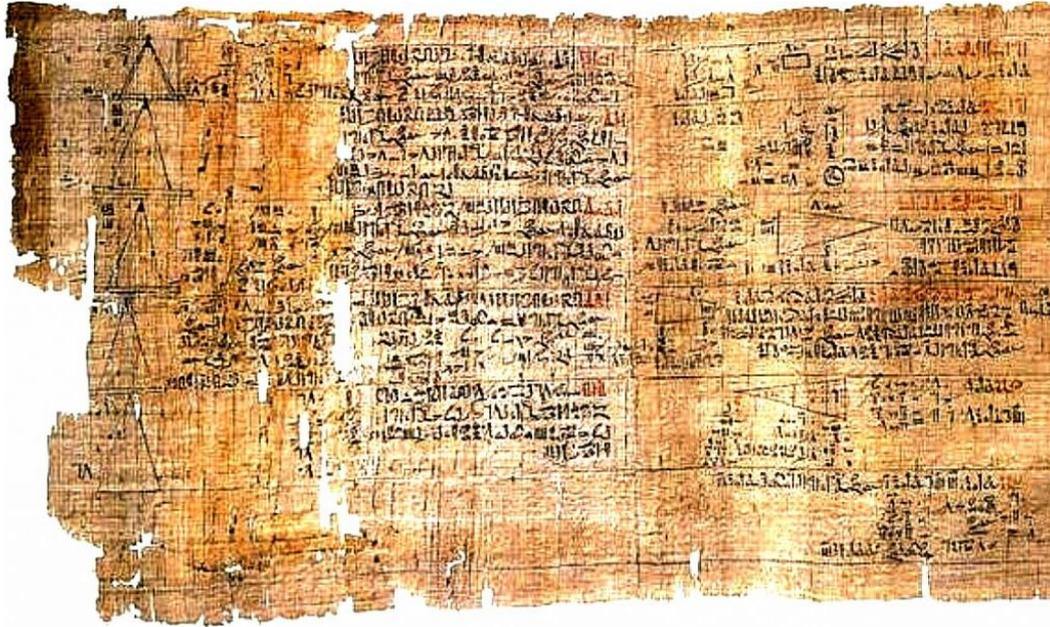


Figura 8 – Um pedaço do papiro de Rhind
Fonte: Scribe (2015).

O papiro Rhind é uma fonte primária rica sobre a matemática egípcia antiga; descreve os métodos de multiplicação e divisão dos egípcios, o uso que faziam das frações unitárias, seu emprego da regra de falsa posição, sua solução para o problema da determinação da área de um círculo e muitas aplicações da matemática a problemas práticos. (EVES, 2011, p. 70)

Como uma das poucas fontes conhecidas sobre a matemática egípcia, o papiro de Rhind foi descoberto no século 19, aproximadamente 3500 anos depois de sua escrita.

Temos notícia da matemática egípcia por meio de um número limitado de papiros, entre eles o de Rhind, escrito em hierático e datado de cerca de 1650 a.C., embora no texto seja dito que seu conteúdo foi copiado de um manuscrito mais antigo ainda. O nome do papiro homenageia o escocês Alexander Henry Rhind, que o comprou, por volta de 1850, em Luxor, no Egito. Esse documento também é designado papiro de Ahmes, o escriba egípcio que o copiou, e encontra-se no British Museum. (ROQUE, 2012, p. 27)

Além do mais, segundo Imhausen (2016, pg. 65), o papiro está disposto em duas partes, sendo que a primeira mede 295,5 cm por 32 cm e a segunda parte mede 199,5 cm por 32 cm. A respeito do conteúdo do documento, são identificados 87 trechos com assuntos distinguíveis, sendo que 64 deles são classificados como os “problemas” do papiro.

4.2 Alguns problemas do Papiro de Rhind

Os problemas matemáticos tratam de tópicos do que hoje identificamos como pertencentes às áreas da aritmética, álgebra e geometria, abordaremos, a seguir, algumas formas de resolução de problemas do papiro, sob um olhar da matemática atual, pois não sabemos como de fato os Egípcios solucionavam esses problemas nos valendo, no entanto, da aplicação dos métodos abordados no capítulo anterior.

4.3 Problema 06 do Papiro de Rhind

Enunciado: Divida 9 pães entre 10 homens¹. (CHACE, 1927, p. 62 – tradução livre)

4.3.1 Solução

Uma maneira de solucionarmos o problema seria usando um método para encontrar frações unitárias, assim, utilizaremos o método de Fibonacci, disposto na seção 3.3 deste trabalho. Logo;

Queremos dividir 9 pães dentre 10 homens, portanto escrevamos a fração $\frac{9}{10}$, a partir daí, aplicamos o método seguindo os passos vistos na Seção 3.3 deste trabalho.

1º passo: invertemos a fração obtendo $\frac{10}{9}$

2º passo: Procuramos o menor número inteiro que seja maior do que a fração $\frac{10}{9}$, encontramos o número 2, a partir daí, invertemos o número 2, obtendo a fração $\frac{1}{2}$.

3º passo: Subtraímos $\frac{1}{2}$ da fração original $\frac{9}{10}$.

$$\frac{9}{10} - \frac{1}{2} = \frac{9 - 5}{10} = \frac{4}{10} = \frac{2}{5}$$

Assim, temos que $\frac{9}{10}$ pode ser escrito como: $\frac{9}{10} = \frac{1}{2} + \frac{2}{5}$ (Equação 1)

Neste momento, repetiremos os mesmos passos acima, mas agora considerando a fração $\frac{2}{5}$.

¹ Original em inglês (CHACE, 1927, p. 62)

1º passo: invertemos a fração obtendo $\frac{5}{2}$

2º passo: Procuramos o menor número inteiro que seja maior do que a fração $\frac{5}{2}$, encontramos o número 3, a partir daí, invertemos o número 3, obtendo a fração $\frac{1}{3}$.

3º passo: Subtraímos $\frac{1}{3}$ da fração original $\frac{2}{5}$.

$$\frac{2}{5} - \frac{1}{3} = \frac{6 - 5}{15} = \frac{1}{15}$$

Assim, temos que $\frac{2}{5}$ pode ser escrito como: $\frac{2}{5} = \frac{1}{3} + \frac{1}{15}$ (Equação 2)

E para finalizar, substituindo a Equação 2 na Equação 1, temos que $\frac{9}{10}$ pode ser escrito como:

$$\frac{9}{10} = \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{15}$$

Portanto, cada homem recebe $\frac{1}{2}$ de pão, $\frac{1}{3}$ de pão e $\frac{1}{15}$ de pão.

4.3.2 Prova Real

Para fazermos a prova real, podemos utilizar o método de multiplicação disposto na Seção 3.2 deste trabalho, mas agora trabalhando com frações unitárias.

1º passo: Vamos multiplicar $\frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{15}$ por 10 (pois 10 é o número de homens)

Tabela 4 – Multiplicação de $\frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{15}$ por 10

Soma	Fator de Multiplicação	Número
	1	$\frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{15}$
*	2	$\frac{2}{2} + \frac{2}{3} + \frac{2}{15} = 1 + \frac{2}{3} + \frac{2}{15} = 1 + \left(\frac{1}{2} + \frac{1}{6}\right) + \left(\frac{1}{8} + \frac{1}{120}\right)$
	4	$2 + \left(1 + \frac{1}{3}\right) + \left(\frac{1}{4} + \frac{1}{60}\right)$
*	8	$4 + \left(2 + \frac{2}{3}\right) + \left(\frac{1}{2} + \frac{1}{30}\right) = 7 + \frac{1}{6} + \frac{1}{30}$

Fonte: O Autor

Assim, como queremos o valor 10, tomamos as linhas com (*) e fazendo a soma dessas duas linhas, teremos:

$$1 + \left(\frac{1}{2} + \frac{1}{6}\right) + \left(\frac{1}{8} + \frac{1}{120}\right) + 7 + \frac{1}{6} + \frac{1}{30} = 8 + \frac{60 + 20 + 15 + 1 + 20 + 4}{120} = 9$$

Deste modo, a partir do valor de 10 (homens) encontramos o valor de 9 (pães) que é a resposta correta.

4.3.3 Um exemplo de como seria feita esta divisão

Pode parecer estranho dizer que cada homem receba $\frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{15}$, ou seja, $\frac{1}{2}$ de pão, $\frac{1}{3}$ de pão e $\frac{1}{15}$ de pão. Assim, vejamos na Figura 1:

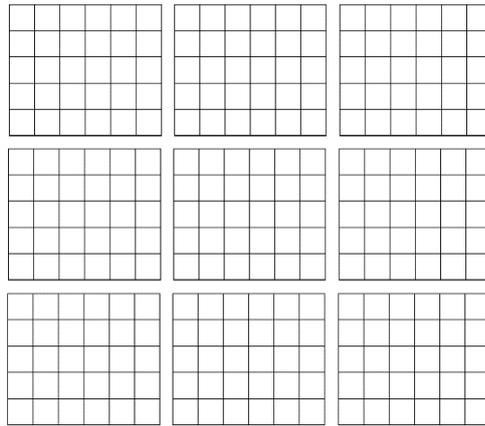


Figura 9 - Representação de 9 pães
Fonte: O Autor

Onde cada um dos quadriláteros 6x5 seja um pão inteiro, totalizando 9 pães, sendo que cada pão contém 30 divisórias. Queremos que cada um dos 10 homens receba a sua parte, como calculado anteriormente.

Então, tiramos $\frac{1}{15}$ de cada pão, simbolizados pela cor vermelha na figura a seguir, ou seja $\frac{1}{15}$ de 30 partes que nos dá um total de 2 partes de cada pão, em seguida, podemos distribuir essas fatias para 9 homens.

A seguir, tiramos $\frac{1}{3}$ de cada pão, simbolizados pela cor verde na figura a seguir, ou seja $\frac{1}{3}$ de 30 partes que nos dá um total de 10 partes de cada pão, em seguida, podemos distribuir essas fatias para 9 homens.

E finalmente, tiramos $\frac{1}{2}$ de cada pão, simbolizados pela cor azul na figura a seguir, ou seja $\frac{1}{2}$ de 30 partes que nos dá um total de 15 partes de cada pão, em seguida, podemos distribuir essas fatias para 9 homens.

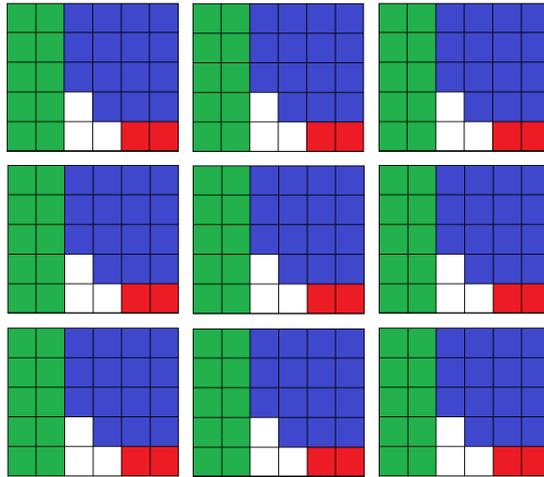


Figura 10 - Representação de 9 pães divididos
Fonte: O autor

Assim, podemos notar que sobraram 3 partes de cada pão, logo, juntando essas partes e dividindo da mesma forma que fizemos aos primeiros 9 homens, conseguimos as fatias de $\frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{15}$ que será dada ao último homem que faltava, conforme a Figura 3.

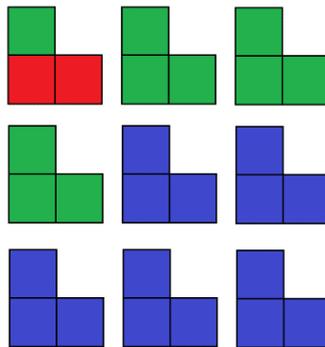


Figura 11 - Representação da divisão do resto de pães
Fonte: O autor

Portanto, conforme nosso exemplo, cada homem recebeu 2 partes do pão simbolizadas pela cor vermelha, 10 partes do pão simbolizadas pela cor verde e 15 partes do pão simbolizadas pela cor azul.

4.4 Problema 31 do Papiro de Rhind

Enunciado: Uma quantidade, e $\frac{2}{3}$ dela, e $\frac{1}{2}$ dela, e $\frac{1}{7}$ dela, adicionados, torna-se 33.

Qual é a quantidade?² (CHACE, 1927, p. 72)

4.4.1 Solução

Aqui temos um exemplo de uma equação do primeiro grau, desse modo, podemos utilizar o método da falsa posição disposto na Seção 3.4 deste trabalho. Logo, do Enunciado temos a seguinte equação:

$$x + \frac{2}{3}x + \frac{1}{2}x + \frac{1}{7}x = 33 \text{ (equação 1)}$$

Sabemos que o método da falsa posição é útil para a resolução de problemas com equações simples, no entanto, esta equação é demasiadamente mais complicada, o que nos força a aplicarmos o método mais de uma vez para conseguirmos o resultado.

Nesse sentido, inicialmente vamos considerar apenas a equação $x + \frac{2}{3}x = y$ para solucionarmos o problema, assim, queremos achar um valor para x que dê um resultado inteiro para a equação, logo, como temos o número 3 no denominador, $x = 3$ pode ser uma boa escolha, sendo assim, temos:

$$\text{se } x = 3, \text{ temos: } x + \frac{2}{3}x = 3 + \frac{2}{3} \cdot 3 = 3 + 2 = 5$$

A partir daí, tomaremos os valores y e 5 para obter a fração $\frac{y}{5}$, agora, sabemos que x é dado por $x = 3 \cdot \left(\frac{y}{5}\right)$, assim, substituindo na Equação 1, temos a nova equação:

$$y + \frac{1}{2} \cdot \frac{3y}{5} + \frac{1}{7} \cdot \frac{3y}{5} = 33, \text{ então: } y + \frac{3y}{10} + \frac{3y}{35} = 33 \text{ (Equação 2)}$$

Repetindo o processo, agora considerando a equação $y + \frac{3y}{10} = z$, queremos achar um valor para y que dê um resultado inteiro para a equação, logo, como temos o número 10 no denominador, $y = 10$ pode ser uma boa escolha, sendo assim, temos:

² Original em inglês (CHACE, 1927, p. 72)

$$\text{se } y = 10, \text{ temos: } y + \frac{3y}{10} = 10 + \frac{3 \cdot 10}{10} = 10 + 3 = 13$$

A partir daí, tomaremos os valores z e 13 para obter a fração $\frac{z}{13}$, agora, sabemos que y é dado por $y = 10 \cdot \left(\frac{z}{13}\right)$, assim, substituindo na Equação 2, temos a nova equação:

$$z + \frac{3}{35} \cdot \frac{10z}{13} = 33, \text{ então: } z + \frac{6z}{91} = 33$$

E finalmente, agora considerando a equação $z + \frac{6z}{91} = 33$, queremos achar um valor para z que dê um resultado inteiro para a equação, logo, como temos o número 91 no denominador, $y = 91$ pode ser uma boa escolha, sendo assim, temos:

$$\text{se } z = 91, \text{ temos: } 91 + \frac{6 \cdot 91}{91} = 91 + 6 = 97$$

A partir daí, tomaremos os valores 33 e 97 para obter a fração $\frac{33}{97}$, agora, sabemos que z é dado por $z = 91 \cdot \left(\frac{33}{97}\right)$.

$$\text{Como } y = 10 \cdot \left(\frac{z}{13}\right), \text{ então: } y = \frac{10}{13} \cdot \frac{91 \cdot 33}{97}, \text{ logo: } y = \frac{10 \cdot 33 \cdot 7}{97}$$

$$\text{E sabemos ainda que } x = 3 \cdot \left(\frac{y}{5}\right), \text{ então: } x = \frac{3}{5} \cdot \frac{10 \cdot 33 \cdot 7}{97} = \frac{42 \cdot 33}{97} = \frac{1386}{97}$$

Vamos agora utilizar o método de divisão disposto na Seção 3.2 deste trabalho para encontrarmos o valor de 1386 dividido por 97 .

Tabela 5 – Divisão de 1386 por 97

Soma	Fator de Multiplicação	Número
	1	97
*	2	194
*	4	388
*	8	776
	16	1552

Fonte: O autor

Desse modo, somando $776 + 388 + 194 = 1358$, assim, sabemos que o resto da divisão é $1386 - 1358 = 28$ e que o resultado inteiro da divisão é dado por $2 + 4 + 8 = 14$.

Então, podemos escrever:

$$x = \frac{1386}{97} = 14 + \frac{28}{97}$$

E agora, nos resta escrever $\frac{28}{97}$ como uma soma de frações unitárias, assim, pelo método de Fibonacci da Seção 3.3, temos:

1º passo: invertemos a fração obtendo $\frac{97}{28}$

2º passo: Procuramos o menor número inteiro que seja maior do que a fração $\frac{97}{28}$, encontramos o número 4, a partir daí, invertemos o número 4, obtendo a fração $\frac{1}{4}$.

3º passo: Subtraímos $\frac{1}{4}$ da fração original $\frac{28}{97}$.

$$\frac{28}{97} - \frac{1}{4} = \frac{112 - 97}{388} = \frac{15}{388}$$

Assim, temos que $\frac{28}{97}$ pode ser escrito como: $\frac{28}{97} = \frac{1}{4} + \frac{15}{388}$ (Equação 3)

Neste momento, repetiremos os mesmos passos acima, mas agora considerando a fração $\frac{15}{388}$.

1º passo: invertemos a fração obtendo $\frac{388}{15}$

2º passo: Procuramos o menor número inteiro que seja maior do que a fração $\frac{388}{15}$, encontramos o número 26, a partir daí, invertemos o número 26, obtendo a fração $\frac{1}{26}$.

3º passo: Subtraímos $\frac{1}{26}$ da fração original $\frac{15}{388}$.

$$\frac{15}{388} - \frac{1}{26} = \frac{15 \cdot 13 - 2 \cdot 97}{5044} = \frac{195 - 194}{5044} = \frac{1}{5044}$$

Assim, temos que $\frac{15}{388}$ pode ser escrito como: $\frac{15}{388} = \frac{1}{26} + \frac{1}{5044}$ (equação 4)

E para finalizar, substituindo a Equação 4 na Equação 3, temos que $\frac{28}{97}$ pode ser escrito como:

$$\frac{28}{97} = \frac{1}{4} + \frac{1}{26} + \frac{1}{5044}$$

Concluindo,

$$x = 14 + \frac{1}{4} + \frac{1}{26} + \frac{1}{5044}$$

4.4.2 Prova Real

Podemos tirar a prova real substituindo o valor encontrado para x na equação original, assim, a partir da Equação 1, temos que:

$$x + \frac{2}{3}x + \frac{1}{2}x + \frac{1}{7}x = \left(1 + \frac{2}{3} + \frac{1}{2} + \frac{1}{7}\right)x = \left(\frac{42 + 28 + 21 + 6}{42}\right)x = \frac{97}{42}x$$

E sabendo ainda que $x = 14 + \frac{1}{4} + \frac{1}{26} + \frac{1}{5044} = \frac{1386}{97}$, substituindo na expressão acima, temos:

$$\frac{97}{42}x = \frac{97}{42} \cdot \frac{1386}{97} = \frac{1386}{42} = 33$$

Que é a solução da equação original do problema.

4.5 Problema 79 do Papiro de Rhind

“Há 7 casas, em cada casa temos 7 gatos, cada gato mata 7 ratos, cada rato comeu 7 grãos de cevada, cada grão teria produzido 7 hekats de cevada. Qual a soma das coisas enumeradas?” (Galvão, 2008, pg. 86)

4.5.1 Solução

Sabemos que a solução do problema será dada pela multiplicação de todas as coisas do enunciado, assim, primeiramente vamos multiplicar o número de casas por gatos.

Tabela 6 – Multiplicação de 7 por 7

Soma	Fator de Multiplicação	Número
*	1	7
*	2	14
*	4	28
	8	56

Fonte: O autor

Da tabela, temos que $7 + 14 + 28 = 49$ que seria a multiplicação de casas e gatos, que nos daria o número total de gatos, e esse resultado vamos multiplicar pelo número de ratos.

Tabela 7 – Multiplicação de 49 por 7

Soma	Fator de Multiplicação	Número
*	1	49
*	2	98
*	4	196
	8	392

Fonte: o autor

Da tabela, temos que $49 + 98 + 196 = 343$ que seria a multiplicação de casas, gatos e ratos, que nos daria o número total de ratos, e esse resultado vamos multiplicar pelo número de grãos de cevada.

Tabela 8 – Multiplicação de 343 por 7

Soma	Fator de Multiplicação	Número
*	1	343
*	2	686
*	4	1372
	8	2744

Fonte: O autor

Da tabela, temos que $343 + 686 + 1372 = 2401$ que seria a multiplicação de casas, gatos, ratos e grãos de cevada, que nos daria o número total de grãos de cevada, e esse resultado vamos multiplicar pelo número de hekats.

Tabela 9 – Multiplicação de 2401 por 7

Soma	Fator de Multiplicação	Número
*	1	2401
*	2	4802
*	4	9604
	8	19208

Fonte: O autor

Da tabela, temos que $2401 + 4802 + 9604 = 16807$ que seria a multiplicação de casas, gatos, ratos e grãos de cevada, que nos daria o número total de hekats.

Logo, teremos 7 casas, 49 gatos, 343 ratos, 2401 grãos de cevada e 16087 Hekats que nos dará um total de $7 + 49 + 343 + 2401 + 16807 = 19607$ coisas.

4.5.2 Relação com uma Progressão Geométrica

É notável a relação dos cálculos obtidos com o conceito de progressão geométrica, pois em cada caso estamos multiplicando os valores obtidos anteriormente por uma constante, e repetindo esse processo sucessivamente.

Sabemos que em uma progressão geométrica, temos que o n -ésimo termo é dado por: $a_n = a_1 \cdot q^{n-1}$ em que a_1 é o primeiro termo e q é a razão. No caso do Problema 79, temos $a_1 = 7$ e $q = 7$.

Da primeira tabela, temos o segundo termo:

$$a_2 = 7 \cdot 7^{2-1} = 49$$

Da segunda tabela, temos o terceiro termo:

$$a_3 = 7 \cdot 7^{3-1} = 343$$

Da terceira tabela, temos o quarto termo:

$$a_4 = 7 \cdot 7^{4-1} = 2401$$

Da quarta tabela, temos o quinto termo:

$$a_5 = 7 \cdot 7^{5-1} = 16807$$

Dessa forma, podemos também associar a soma de todas as coisas obtidas com a soma da progressão geométrica que é dada por: $S_n = \frac{a_1(q^n - 1)}{q - 1}$ que no caso do Problema 79 temos $n = 5$. Logo:

$$S_5 = \frac{7(7^5 - 1)}{7 - 1} = \frac{7(16807 - 1)}{6} = \frac{7 \cdot 16806}{6} = 7 \cdot 2801 = 19607$$

Assim, os termos da progressão obtidos possuem os mesmos valores contidos nas tabelas de multiplicação e a soma dessa progressão também possui mesmo valor da solução do nosso problema.

5 CONCLUSÃO

Apesar de não sabermos exatamente como a matemática no Egito antigo se desenvolveu, por meio do estudo histórico, analisamos alguns pontos interessantes ao trazer uma linguagem matemática em etapas iniciais de seu desenvolvimento para o contexto da álgebra atual.

Nesse sentido, pudemos utilizar um pouco da álgebra básica e nosso sistema de numeração atual na resolução de problemas do papiro de Rhind. Trabalhamos os métodos de multiplicação e divisão egípcia em um formato de tabela. Aplicamos alguns métodos de encontrar frações unitárias, tais como o método de Fibonacci, assim como conseguir frações unitárias por desenvolvimento algébrico. Por fim, abordamos uma maneira diferente de resolver uma equação linear por meio do método de falsa posição.

Uma das principais vantagens observadas ao resolver problemas pelos métodos estudados anteriormente é a possibilidade de aplicarmos esse estudo em sala de aula como um novo recurso de aprendizado, mostrando que é possível aprender outro sistema numérico diferente do sistema decimal que utilizamos atualmente, além de podermos entender outras formas de trabalhar com as quatro operações básicas por meio dos métodos construídos nesse trabalho ou até mesmo solucionar uma equação linear a partir de um “chute” inicial.

Assim sendo, por meio do estudo da matemática egípcia e os métodos de resolução, pudemos ter uma visão diferente da qual estamos acostumados ao trabalhar com as ferramentas matemáticas atuais e apesar de parecerem mais complicados, os métodos egípcios além de poderem ser utilizados para resolver problemas do papiro de Rhind, podem também ser parte fundamental no estudo de diversas questões nos dias de hoje.

REFERÊNCIAS

BURNS, Edward Mcnall. **História da civilização ocidental: Do homem das cavernas até a bomba atômica.** 2. ed. Rio de Janeiro: Globo, 1965. 717 p. Disponível em: <<https://cesarmangolin.files.wordpress.com/2010/02/burns-historia-da-civilizacao-ocidental-vol2.pdf>>. Acesso em: 13 jun. 2018.

CHACE, Arnold Buffum. **The Rhind mathematical papyrus: BRITISH MUSEUM IOO57 AND IOO58.** 1927. Disponível em: <https://upload.wikimedia.org/wikipedia/commons/7/7b/The_Rhind_Mathematical_Papyrus,_Volume_I.pdf>. Acesso em: 13 jun. 2018.

EVES, Howard. **Introdução à história da matemática.** 5. ed. Campinas, Sp: Editora da Unicamp, 2011. 848 p. Disponível em: <<https://www.passeidireto.com/arquivo/2329305/introducao-a-historia-da-matematica>>. Acesso em: 13 jun. 2018.

GALVÃO, Maria Elisa Esteves Lopes. **História da Matemática: dos números à geometria.** Osasco: Edifio, 2008. 208 p.

IMHAUSEN, Annette et al. Egyptian Mathematics. In: KATZ, Victor. **The Mathematics of Egypt, Mesopotamia China, India, and Islam: A Sourcebook.** Princeton: Princeton University Press, 2007. Cap. 1. p. 07-57.

MASTIN, Luke. **Egyptian Mathematics.** 2010. Disponível em: <<http://www.storyofmathematics.com/egyptian.html>>. Acesso em: 13 jun. 2018.

MATRIYOSHA (Comp.). **Ancient Egypt scene mythology. Egyptian gods and pharaohs:** Vetor royalty-free. Disponível em: <<https://www.istockphoto.com/pt/vetorial/ancient-egypt-scene-mythology-egyptian-gods-and-pharaohs-gm627488842-111159457>>. Acesso em: 13 jun. 2018.

MOKHTAR, Gamal. **História geral da África, II: África antiga.** 2. ed. Brasília: Unesco, 2010. 1008 p. Disponível em: <<http://www.dominiopublico.gov.br/download/texto/ue000319.pdf>>. Acesso em: 13 jun. 2018.

MOL, Rogério Santos. **Introdução à história da matemática.** Belo Horizonte: Caed-ufmg, 2013. 138 p. Disponível em: <http://www.mat.ufmg.br/ead/acervo/livros/introducao_a_historia_da_matematica.pdf>. Acesso em: 13 jun. 2018.

REYNAUD, Inês. **Os egípcios e as frações.** 2010. Disponível em: <<http://profinesreynaud.blogspot.com.br/2010/08/os-egipcios-e-as-fracoes.html>>. Acesso em: 13 jun. 2018.

ROQUE, Tatiana. **História da Matemática: Uma visão crítica, desfazendo mitos e lendas.** Rio de Janeiro: Zahar, 2012. 409 p. Disponível em: <<https://th3m4th.files.wordpress.com/2016/01/historia-da-matematica-tatiana-roque.pdf>>. Acesso em: 13 jun. 2018.

SCRIBE, Borja C. **Papiro de Ahmes o Rhind, Museo Británico**. 2015. Disponível em:
<<http://cienciamisterioymas.com/papiro-de-ahmes-o-rhind-museo-britanico/>>. Acesso em: 13 jun. 2018.

SIGNIFICADOS. **Significado de Papiro**: O que é Papiro. 2017. Disponível em:
<<https://www.significados.com.br/papiro/>>. Acesso em: 13 jun. 2018.