

**INSTITUTO FEDERAL DE EDUCAÇÃO, CIÊNCIA E TECNOLOGIA DE
SÃO PAULO
DEPARTAMENTO DE CIÊNCIAS E MATEMÁTICA
ÁREA: MATEMÁTICA**

JÉSSICA ANDRADE TEIXEIRA

**O Conhecimento Sobre Volumes Mediante a Teoria De Van
Hiele e a Base Nacional Comum Curricular**

**SÃO PAULO
2019**

JÉSSICA ANDRADE TEIXEIRA

O Conhecimento Sobre Volumes Mediante a Teoria De Van Hiele e a Base Nacional Comum Curricular

Trabalho de Conclusão de Curso apresentado ao curso de Licenciatura em Matemática do Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia de São Paulo – Campus São Paulo como requisito parcial para obtenção do título de Licenciado em Matemática.

Orientadora: Prof. Ma. Vania Batista Flose Jardim.

SÃO PAULO
2019

Dados Internacionais de Catalogação na Publicação (CIP)

TEIXEIRA, Jéssica Andrade.

O Conhecimento Sobre Volumes Mediante a Teoria de Van Hiele e a Base Nacional Comum Curricular / Jéssica Andrade Teixeira. – São Paulo: IFSP, 2019. 53f.

Trabalho de Conclusão do Curso Superior de Licenciatura em Matemática – Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia de São Paulo.

Orientadora: Vania Batista Flose Jardim.

1. BNCC. 2. Geometria. 3. Proposta curricular. 4. Van Hiele. 5. Volumes. I. O conhecimento Sobre Volumes Mediante a Teoria de Van Hiele e a Base Nacional Comum Curricular.

JÉSSICA ANDRADE TEIXEIRA

O Conhecimento Sobre Volumes Mediante a Teoria De Van Hiele e a Base Nacional Comum Curricular

Monografia apresentada ao Instituto Federal de Educação, Ciências e Tecnologia de São Paulo, como requisito exigido para a obtenção do grau acadêmico de Licenciada em Matemática.

APROVADO EM ___ / ___ / ___

Conceito: _____

Prof.^a Ma. Vania Batista Flose Jardim
Orientadora

Prof. Dra. Claudia Regina Boen Frizzarini
Membro da Comissão de Avaliação

Prof. Dra. Marisa Garcia
Membro da Comissão de Avaliação

“A Geometria existe por toda a parte. É preciso, porém, olhos para vê-la, inteligência para compreendê-la e alma para admirá-la.”

Johannes Kepler

Aos Meus Pais, Valdineide e Paulo que sempre me incentivaram aos estudos e tanto contribuem para a minha formação acadêmica e pessoal, com apoio, amor, carinho, esforço e dedicação de seu tempo a mim diariamente. Sou eternamente grata a participação de vocês em minha vida e ao amor que recebo durante cada nova etapa que inicio.

AGRADECIMENTOS

Agradeço...

A Deus primeiramente, por ter preparado minha vaga nesta instituição de ensino e por ter me capacitado aos estudos durante toda minha vida, por sempre colocar boas pessoas nos meus caminhos, por ter me dado saúde e força durante esses anos, seja nos momentos felizes e tranquilos ou naqueles em que estive frágil e sem ânimo para continuar, mas em que fui renovada.

Aos meus pais, Valdineide e Paulo que estão comigo em todos os momentos, que me ensinaram e ensinam cada dia mais com seus jeitos amáveis de ser e que me incentivam a continuar e a acreditar em mim em cada uma das vezes que acho que não vou conseguir. Sou hoje esta pessoa graças a eles e tudo que recebi durante esses 21 anos de idade. A dedicação deles comigo foi fundamental neste período e acredito que não seria possível realizá-lo sem toda a contribuição, afinal quem acordaria comigo todos os dias às 5h20 para preparar minhas refeições e me fazer companhia no café da manhã senão a minha mãe? Quem além do meu pai levantaria este horário para me levar à faculdade e me fazer companhia no caminho até mesmo se não fosse trabalhar pela manhã? Estes são apenas dois exemplos entre todas as outras ações deles por mim. Muito obrigada pelo amor, pelo carinho e pela educação que recebi de vocês. Agradeço também a Laika (minha cachorra fofa) que sempre alegrou nossa família pedindo carinho, comida ou pra sairmos pra brincar, mesmo se eu estivesse no auge da concentração.

À Vania, minha professora, orientadora e amiga nestes anos de curso, que com certeza vai continuar sendo minha “mãe desorientadora”, pois melhor orientadora eu não conheço. Muito obrigada por todo tempo dedicado a este trabalho, por todos os outros que já escrevemos e apresentamos, por me adotar (junto com o Maurício e a Malu) nas viagens, por me socorrer quando eu estava desesperada pelo IFSP, por todos os ensinamentos (e são muitos viu?) e por ser esta professora exemplar, tão fofa e dedicada que admiro e me inspiro.

Aos meus amigos do curso, por cada momento de estudo compartilhado (tenho certeza que não conseguiria me formar em quatro anos sem a ajuda de vocês), pelas comemorações a cada semestre conquistado, mas também pelo apoio e

companhia em cada momento difícil em nossa carreira. Em especial, agradeço ao Alexander e ao Lucas Nicácio por todos os trabalhos que ralamos pra fazer, pois esse “trio inesperado” conquistou muitas coisas, pelas brincadeiras que divertiram nossas manhãs e por sempre me ajudarem e incentivarem. À Thais e Naara pela companhia em várias manhãs e tardes, pela ajuda com as disciplinas e ao Silas e ao Ramon por sempre me ajudarem com explicações maravilhosas, mesmo tarde da noite. À Letícia (minha irmã desorientada) que me ajudou MUITO com a revisão e formatação do trabalho, que disponibilizou seu tempo e boa vontade indo até o IFSP mais cedo ou em dias que não tinha aula, só pra me acompanhar neste trabalho. Também sou grata ao Lucas Ricardo, que foi sempre um amigo maravilhoso (hoje um namorado maravilhoso) e muito generoso em todas as vezes que me ofereceu ajuda com os estudos e com este trabalho, pela companhia nos momentos bons e ruins durante o curso e por me apoiar e incentivar.

Aos meus professores que me acrescentaram muito conhecimento e gosto/encanto pela matemática ou pela profissão, que me incentivaram a seguir nesta carreira, mostrando os aspectos positivos e negativos e proporcionando novas experiências. Às professoras Cláudia e Marisa por aceitarem participar da banca deste trabalho e trazer suas contribuições em minha pesquisa.

Aos alunos do estágio, do PIBID, da Residência Pedagógica e das aulas particulares, por me ensinarem com suas perguntas e gestos, por serem receptivos e por tanto contribuírem para a minha formação.

Aos meus familiares que proporcionaram muitos momentos de alegria e lazer durante este curso e durante a realização deste trabalho, que me apoiaram nos momentos difíceis e sempre estiveram ao meu lado. Em especial aos meus tios Marleide e Carlos que sempre me receberam muito bem, por cuidarem de mim desde pequena e por serem tão presentes em minha vida, à minha prima Juliana por todo carinho, por todos os mimos, pelas incríveis decorações nos meus materiais, pela companhia nos finais de semana cheios de listas ou cheios de jogos, filmes e guloseimas e sem dúvida pela companhia na melhor viagem que fiz até hoje.

Às minhas amigas de fora do IFSP (ballet, Ensino Médio, etc) por sempre se preocuparem comigo, por me animarem e me fazerem companhia antes e durante a

graduação, por todos os passeios e visitas e por todo companheirismo. Vocês são muito especiais desde que as conheci.

Enfim, a todos que não consegui citar aqui, mas que sem dúvidas foram muito importantes neste percurso e fizeram parte da conquista deste sonho. Sempre me lembrarei de todos e serei muito grata.

O Conhecimento Sobre Volumes Mediante a Teoria De Van Hiele e a Base Nacional Comum Curricular

RESUMO

TEIXEIRA, Jéssica Andrade. *O Conhecimento Sobre Volumes Mediante a Teoria de Van Hiele e a Base Nacional Comum Curricular* - Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia de São Paulo, São Paulo, 2019.

Este trabalho apresentará um estudo sobre o ensino de geometria, mais especificamente no âmbito dos volumes, tendo como parâmetro a Base Nacional Comum Curricular (BNCC) a fim de relacionar os conteúdos da Educação Básica e a sequência proposta com o modelo do pensamento geométrico de Van Hiele. Por meio da análise da BNCC serão exploradas as fases da construção do raciocínio geométrico a serem desenvolvidas pelo aluno, conforme a sequência apresentada na teoria em questão. A partir do modelo de Van Hiele, com uma abordagem qualitativa que visa compreender as propostas da BNCC, será feita uma análise documental para identificar, neste contexto, como os níveis do processo de aprendizagem de geometria podem ocorrer para que haja a transição de uma fase da aprendizagem à outra, desde a Educação Infantil até o Ensino Médio, no qual serão abordadas novas características sobre os volumes. Além disto, com o mesmo tratamento, será feita uma breve relação da teoria com os conceitos de volumes apresentados durante o curso de Licenciatura em Matemática do Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia de São Paulo (IFSP), com o intuito de estabelecer uma conexão entre o que os professores da Educação Básica aprendem sobre volumes nas diferentes disciplinas da formação inicial e o que levam para seus alunos durante sua atuação em sala de aula.

Palavras-Chaves: BNCC; Geometria; Proposta Curricular; Van Hiele; Volumes.

The Volume Knowledge through Van Hiele's Theory and the National Common Curricular Base

ABSTRACT

TEIXEIRA, Jéssica Andrade. The Volume Knowledge through Van Hiele's Theory and the National Common Curricular Base - Federal Institute of Education, Science and Technology of Sao Paulo, Sao Paulo, 2019.

This paper will present a study about geometry teaching, specifically within the scope of the volumes, using the National Common Curricular Base (BNCC) as a parameter in order to relate the contents of Basic Education and the proposed sequence with VanHiele's model of geometric thinking. Through the analysis of the BNCC it will be explored the phases of construction of the geometric reasoning to be developed by the student, according to the sequence presented in the theory. From the Van Hiele's model, with a qualitative approach that aims to understand the proposals of the BNCC, it will be made a documental analysis to identify, in this context, how the levels of the geometry learning process can occur so there is the transition from one phase of learning to another, from the kindergarten until the high school, in which new characteristics about volumes will be addressed. In addition, with the same treatment, a brief relation will be made between theory and volume concepts presented in the Mathematics Degree course of the Federal Institute of Education, Science and Technology (IFSP), in order to establish a connection between what teachers of Basic Education learn about volumes in the different subjects of initial formation course and what they take to their students during their performance in the classroom.

Keywords: BNCC; Geometry; Curriculum Proposal; Van Hiele; Volumes;

SUMÁRIO

	<u>Pág.</u>
INTRODUÇÃO	13
CAPÍTULO 1. A teoria de Van Hiele e uma breve perspectiva da Teoria de Currículo	16
1.1. A Teoria de Van Hiele	16
1.2. A Teoria de Currículo	21
CAPÍTULO 2: Metodologia.....	24
CAPÍTULO 3: Análise e levantamento dos documentos oficiais	28
3.1. Educação Básica.....	28
3.2. Ensino Superior: o caso da Licenciatura em Matemática.....	38
3.3. A relação entre o conceito de volume e a Teoria de Van Hiele.....	40
CONSIDERAÇÕES FINAIS	46
REFERÊNCIAS.....	49
APÊNDICE A – CONCEITOS DE GEOMETRIA DA EDUCAÇÃO INFANTIL	51
APÊNDICE B – CONCEITOS DE GEOMETRIA E GRANDEZAS NO ENSINO FUNDAMENTAL	52
APÊNDICE C – CONCEITOS DE GEOMETRIA E GRANDEZAS NO ENSINO MÉDIO.....	55

INTRODUÇÃO

Geometria é um ramo da matemática que estuda formas, comprimentos, superfícies e volumes. Este último, por sua vez, tem como significado o “espaço ocupado por um corpo” ou “grandeza”, assim como encontramos em alguns dicionários da língua portuguesa. Dado que o enfoque desta pesquisa é o levantamento do conceito de volumes proposto para a Educação Básica, podemos compreender como este campo da matemática pode estar presente em nossas vidas e qual a necessidade de estudá-la neste período. De acordo com os Parâmetros Curriculares Nacionais referentes ao Ensino Fundamental II:

Os conceitos geométricos constituem parte importante do currículo de Matemática no ensino fundamental, porque, por meio deles, o aluno desenvolve um tipo especial de pensamento que lhe permite compreender, descrever e representar, de forma organizada, o mundo em que vive (BRASIL, 1998, p.51).

Já nos Parâmetros Curriculares Nacionais do Ensino Médio, encontramos alguns parágrafos que dão continuidade à proposta anteriormente citada:

Essas competências são importantes na compreensão e ampliação da percepção de espaço e construção de modelos para interpretar questões da Matemática e de outras áreas do conhecimento. De fato, perceber as relações entre as representações planas nos desenhos, mapas e na tela do computador com os objetos que lhes deram origem, conceber novas formas planas ou espaciais e suas propriedades a partir dessas representações são essenciais para a leitura do mundo através dos olhos das outras ciências, em especial a Física (BRASIL, 2002, p.44).

Daí também decorre a necessidade do estudo da geometria do espaço, campo no qual está inserido o cálculo do volume de diferentes sólidos geométricos. Este assunto se inicia com mais profundidade no Ensino Médio, período no qual o aluno tem maior contato com outras disciplinas, sendo inclusive capaz de perceber as relações com o meio em que habita, o qual é dotado de diversas formas, áreas e volumes. Com esta ideia e utilizando a propriedade visual que a geometria possui, é possível facilitar a compreensão de alguns conceitos geométricos por meio de novos métodos didáticos e até mesmo influenciar os alunos de modo que criem gosto pelo conteúdo abordado e tenham condições para alcançar estudos mais aprofundados sobre o tema, com novas percepções sobre o meio ao seu redor.

A Base Nacional Comum Curricular (BRASIL, 2018), em sua última reformulação, apresenta que os estudantes no Ensino Médio constroem e ampliam a noção de medida a partir do estudo de diferentes grandezas, podendo até obter

expressões para o cálculo de medidas de áreas e volumes de alguns sólidos geométricos. O mesmo documento apresenta duas unidades temáticas relacionadas a este estudo: Geometria e Grandezas e Medidas. Este ainda ressalta a necessidade de que ambas devem ser abordadas conjuntamente no processo de ensino, de modo que o aluno conheça a relação entre as duas unidades e ao mesmo tempo saiba distinguir a natureza delas.

No entanto, ao analisar o estudo de alguns autores, vemos que a geometria é deixada para os últimos momentos do ano letivo, por muitas vezes não sendo trabalhada:

[...] a geometria não encontra seu lugar dentro do ensino de matemática senão na forma de uma espécie de “apêndice curricular”, apresentado de modo fortemente fragmentado, relegado à condição de último capítulo do livro, aquele que, coincidentemente, não encontra tempo de ser visto durante o ano escolar (LAUTENSCHLAGER, 2019, p.2).

Diversos autores consideram que um dos fatores que levaram a esta situação no ensino de Geometria foi o movimento da Matemática Moderna, que ocorreu por volta da segunda metade da década de sessenta. Lautenschlager (2019) e Lorenzatto (1995), por exemplo, apresentam que entre as características do movimento sobressaem a “algebrização da geometria”, o que enfraqueceu o modelo anterior e suas práticas pedagógicas até os dias de hoje, sem que houvesse um lugar adequado para o ensino da Geometria no Brasil.

Como consequência, o cálculo de medidas dos sólidos geométricos, especialmente dos volumes, também é deixado para o final, em alguns casos não sendo apresentado aos alunos no ano letivo proposto. Sendo esse o objeto em questão, esperamos contribuir para a eliminação de possíveis barreiras na aprendizagem deste conteúdo ao tomar como base a sequência apresentada na BNCC e relacioná-la ao modelo de desenvolvimento do pensamento geométrico de Van Hiele.

Desta forma, ao analisar o currículo nacional e suas propostas de ensino nas unidades de Geometria e de Grandezas e Medidas, buscaremos relacionar os cinco níveis de compreensão no pensamento geométrico da teoria de Van Hiele com cada conteúdo de geometria espacial (relacionado aos volumes de sólidos geométricos) abordado na Educação Básica, a fim de levantar a forma como estão propostas as

abordagens deste conceito. Por fim, ainda serão analisadas as propostas das Diretrizes Curriculares Nacionais para os cursos de Licenciatura em Matemática, identificando também as implicações que esta teoria pode ter sobre a formação do professor e sua atuação nas aulas de Geometria.

CAPÍTULO 1. A teoria de Van Hiele e uma breve perspectiva da Teoria de Currículo

Neste capítulo será apresentada a teoria do desenvolvimento do pensamento geométrico de Van Hiele, uma vez que este é o referencial teórico que fundamenta o presente trabalho. Sobre a teoria será feita uma descrição detalhada de suas características, de sua estruturação e um breve relato das ideias que influenciaram o casal que a desenvolveu, apresentando ainda um pouco sobre o contexto em que ambos criaram a teoria e suas repercussões.

Além da teoria de Van Hiele também se fez necessário apresentar uma visão sobre a Teoria de Currículo, visto que este trabalho utiliza como documento principal para levantamento do conceito de volumes na Educação Básica a Base Nacional Comum Curricular em vigor atualmente. Neste sentido, tomou-se como base a perspectiva de Gimeno Sacristán sobre currículo para descrever pontos em que melhor se enquadram o documento observado.

1.1. A Teoria de Van Hiele

O modelo de desenvolvimento do pensamento geométrico é de autoria de Pierre M. van Hiele e Dina van Hiele-Gedolf e, por este motivo, é popularmente conhecido como “Teoria de Van Hiele”. O casal holandês contribuiu amplamente para questões sobre o ensino e aprendizagem de geometria com sua pesquisa, a qual deu origem a suas teses de doutorado nos anos de 1957, na universidade de Utrecht, na Holanda. Dina acabou falecendo após o término de sua tese e então Pierre continuou aprimorando o modelo e esclarecendo suas propriedades, chegando a publicar o livro “*Structure and insight: a theory of mathematics education*”¹ no ano de 1986.

Nos anos seguintes ao término das teses, a teoria foi ganhando conhecimento e chegou a ser aplicada pela União Soviética na estruturação de um novo currículo de geometria e posteriormente pela Holanda no projeto Wiskobas de desenvolvimento curricular. No entanto, o modelo passou a ser amplamente conhecido ao ser divulgado nos Estados Unidos, onde teve tradução para o inglês, por volta de 1976 e passou a ser estudado por mais pesquisadores.

¹ “Estrutura e discernimento: uma teoria da educação matemática.” (Tradução nossa)

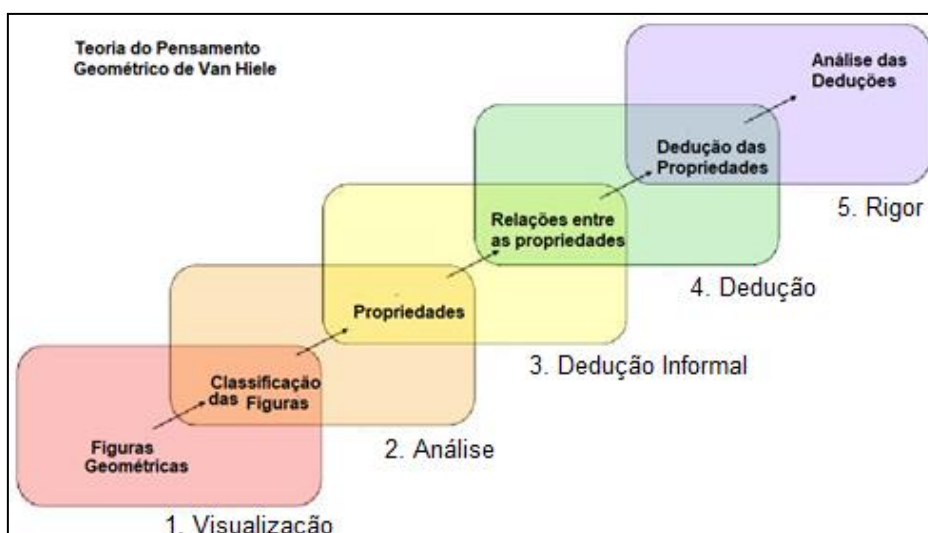
De acordo com Alves e Sampaio (2010) muitos autores consideram uma relação existente entre a teoria de Jean Piaget sobre epistemologia genética e o modelo dos Van Hiele, como a presença de etapas relacionadas ao indivíduo, de modo que o próprio Pierre também assumiu algumas influências após leituras da teoria piagetiana quando deu sequência ao desenvolvimento da teoria. No estudo do desenvolvimento cognitivo de Piaget (que possui uma relação direta sobre aprendizagem) foram levantados quatro fatores (maturação, experiência com o mundo físico, experiências sociais e equilíbrio) e também destacados entre eles os que eram relacionados à passagem de um estágio ao outro, assim como no modelo do pensamento geométrico de Van Hiele, o qual propõe cinco níveis de compreensão no decorrer do ensino e a transição entre cada um deles por parte do aluno. Embora exista esta correspondência na forma organizacional das duas teorias, vale ressaltar que a grande diferença entre elas está justamente ligada ao fato de o modelo dos van Hiele ser voltado unicamente à aprendizagem de geometria, enquanto a psicologia de Piaget está relacionada ao desenvolvimento da criança e à aprendizagem.

A partir destas considerações, seguem algumas características da teoria do casal holandês. O modelo do desenvolvimento do pensamento geométrico apresenta cinco níveis de compreensão propostos para o processo de aprendizagem dos alunos, destacando as características de transição entre cada nível. São eles:

- (i) visualização ou reconhecimento;
- (ii) análise;
- (iii) dedução informal ou ordenação;
- (iv) dedução formal;
- (v) rigor.

Estes níveis estão mais bem representados na Figura 1, a seguir.

Figura 1 - Diagrama representativo sobre os níveis de compreensão do modelo de Van Hiele



Fonte: Adaptado de lydiahallblog.wordpress.com/2016/02/14/250/comment-page-1/

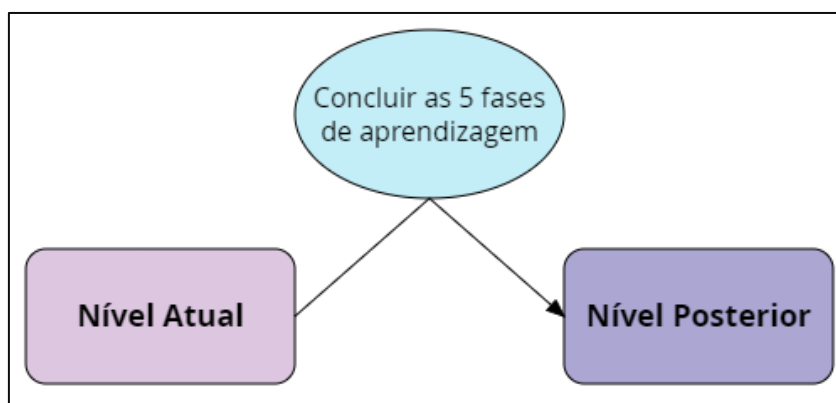
No nível 1 de “visualização” (ou “reconhecimento”) “os alunos reconhecem as figuras visualmente por sua aparência global” (DE VILLIERS, 2010, p. 401) e neste momento também podem aprender o vocabulário geométrico. Os mesmos atingem o nível 2 de “análise” quando passam a identificar as propriedades das figuras geométricas e descrevê-las a partir destas características, ou seja, quando passam a “reconhecer representações equivalentes de um mesmo conceito, relacionando procedimentos associados às diferentes representações” (BRASIL, 2000, p. 42). Já no nível 3, as principais características são a capacidade de realizar inclusão de classes entre as figuras (a exemplo, compreender que todo quadrado é um retângulo, mas nem todo retângulo é um quadrado) e, também, pela competência de acompanhar provas formais, mas sem reproduzi-las. O nível 4 de “dedução formal”, por sua vez, considera a compreensão e a realização de demonstrações formais por parte dos alunos, visto que é esperado que estes tenham domínio sobre diferentes propriedades. Por fim, o nível 5 denominado “rigor”, é caracterizado pela compreensão de diferentes sistemas, como as geometrias não euclidianas.

Além dos níveis de compreensão, a teoria também propõe 5 fases de aprendizagem, as quais apresentam as relações entre as capacidades desenvolvidas pelo aluno e as características voltadas ao professor durante o ensino. De acordo com o casal, se o processo de ensino segue estas fases de aprendizagem, o aluno terá mais facilidade para alcançar um nível de compreensão do pensamento geométrico e de fato adquirir um novo conhecimento. Com isso, propuseram que para alcançar um nível posterior, as cinco fases sejam concluídas.

Os níveis são contínuos. Embora a afirmação original de Van Hiele fosse a favor da discrição dos níveis, os resultados de outras pesquisas levaram a maioria dos pesquisadores a considerar que a passagem de um nível para o seguinte é um processo contínuo, tendo em vista que a aquisição de um nível de pensamento pelo aluno é gradual e pode ser observada ao longo do tempo. (GUTIÉRREZ, 1992, tradução nossa, p.32).²

Esta ideia da passagem de um nível para o que o sucede, pode ser mais bem esclarecida com a visualização da Figura 2 a seguir, que representa uma transição contínua, considerando a realização de cada uma das cinco fases de aprendizagem.

Figura 2 - As fases de aprendizagem na transição entre os níveis de compreensão



Fonte: Elaborada pela autora

Este processo pode permitir que o docente tenha mais facilidade em reconhecer diferentes níveis em uma sala de aula e inclusive identificar os conhecimentos prévios de seus alunos, para assim, buscar melhores formas de dialogar e apresentar novos conceitos a eles. Além disso, da maneira como está organizada a teoria, apresentando as características de cada nível e a relação entre o professor, o conceito e aluno (como proposto nas fases), também pode contribuir para que o docente elabore a apresentação dos conteúdos em suas aulas de forma contínua, facilitando a compreensão dos discentes ano a ano e, ainda, a transição entre os ciclos escolares, como vemos em uma das propostas da BNCC para a Educação Infantil:

A transição entre essas duas etapas da Educação Básica requer muita atenção, para que haja equilíbrio entre as mudanças introduzidas, garantindo integração e continuidade dos processos de aprendizagens das crianças, respeitando suas singularidades e as diferentes relações que elas estabelecem com os conhecimentos, assim como a natureza das mediações de cada etapa. Torna-se necessário estabelecer estratégias de

²Levels are continuous. Although the original Van Hiele's statement was in favour of the discreteness of the levels, results from further research has currently led to most of the researchers to consider that the movment from a level to the following one is a continuous process, since the acquisition of a thinking level by a student is gradual and it can be observed along the time.

acolhimento e adaptação tanto para as crianças quanto para os docentes, de modo que a nova etapa se construa com base no que a criança sabe e é capaz de fazer, em uma perspectiva de continuidade de seu percurso educativo (BRASIL, 2018, p. 51).

Tendo em vista esta importante contribuição do modelo de Van Hiele, o quadro a seguir apresenta de forma objetiva cada uma das cinco fases e suas respectivas características:

Quadro 1- Fases de Aprendizagem

Fases	Características
Fase 1: questionamento ou informação	- Diálogo entre professor e aluno sobre o material de estudo; - Apresentação de vocabulário do nível a ser atingido; - O professor deve perceber quais os conhecimentos anteriores do aluno sobre o assunto a ser estudado.
Fase 2: orientação direta	- O professor deve selecionar o material com assunto em pauta e deixar que os alunos o explorem; - As atividades deverão proporcionar respostas específicas e objetivas.
Fase 3: explicitação	- Observação por parte do professor; - Deixar que os alunos troquem experiências, pois os diferentes pontos de vista contribuirão para cada um analisar suas ideias e gerar novas conclusões.
Fase 4: orientação livre	- Tarefas constituídas de várias etapas, possibilitando diversas respostas, a fim de que o aluno ganhe experiência e autonomia.
Fase 5: integração	- O professor auxilia no processo de síntese, fornecendo experiências e observações globais, sem apresentar novas ou discordantes ideias.

Fonte: (ALVES; SAMPAIO, 2010) – adaptado pela autora

Como foi apresentado no início desse capítulo, a teoria de Van Hiele trata sobre o desenvolvimento do pensamento geométrico. Tendo em vista que o objeto de estudo deste trabalho são os volumes de sólidos geométricos, o levantamento sobre a Base foi feito a partir das unidades temáticas que envolviam conceitos de geometria espacial e grandezas, para então relacionar as propostas com os níveis de compreensão da teoria de Van Hiele. Assim, pode-se dizer que um dos objetivos da pesquisa é voltar a atenção para um campo específico da geometria (o cálculo de volumes) e, compreender, a partir das propostas curriculares se seu ensino possui relação com o modelo do casal holandês.

1.2. A Teoria de Currículo

Tendo em vista a complexidade em se definir o que é currículo e as discussões sobre a necessidade (ou não) de se ter e seguir um currículo nacional, será dado início a esta seção, colocando que este trabalho não teve por objetivo acrescentar informações ou argumentos que demonstrem posicionamento por este assunto, mas sim de utilizar a BNCC como o documento oficial proposto pelos agentes educacionais dos órgãos político-administrativos, para garantir o direito de aprendizagem, estando em vigor como currículo nacional atualmente. Deste modo, o documento foi utilizado como norteador para realizar o levantamento de hipóteses sobre o ensino de Geometria, em especial dos volumes, por meio da comparação com a teoria de Van Hiele. Ressaltamos ainda que a escolha de observar também as propostas dos PCN se deu pelo fato de representarem expectativas de aprendizagem, uma vez que foram feitos para auxiliar o planejamento e execução do trabalho das equipes escolares.

Além disso, é possível perceber a importância voltada ao papel desempenhado pelo professor com relação ao currículo, uma vez que este tem a responsabilidade de desenvolvê-lo em sala de aula. Neste sentido Clandinin e Connelly (1992), também consideram o currículo como sendo relato das experiências dos professores e alunos ao desempenharem atividades ao longo da vida escolar, sendo necessário se atentar a esta relação.

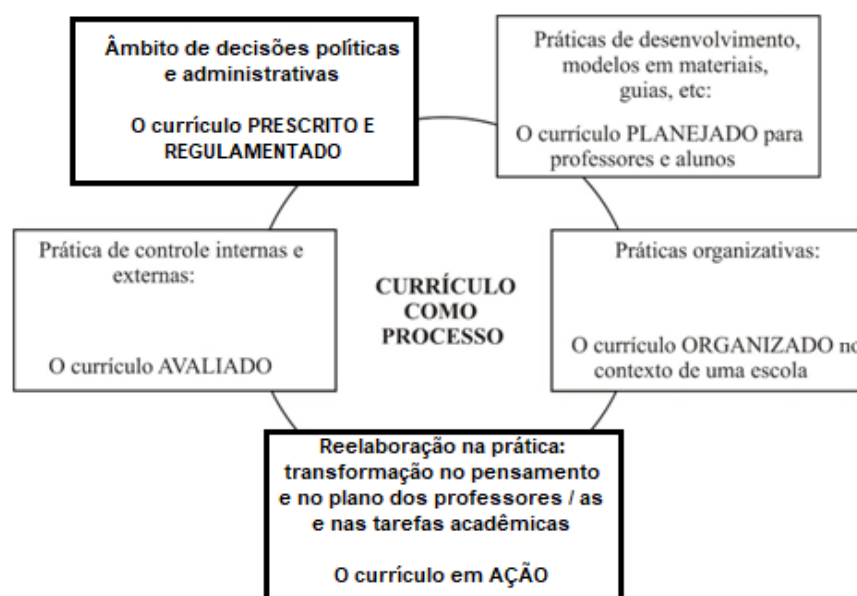
Com isso, considerou-se necessário apresentar em que contextos de currículo se encontram a BNCC e o trabalho do professor em sala. Para isso, recorreremos à teoria de currículo na perspectiva de Sacristán e Gomez (1998). Estes autores consideram que existem diferentes tipos de currículo, determinados por eles como “expectativas curriculares”, de modo que para se compreender o conceito de currículo como um todo, é necessário saber identificar cada um destes processos.

A primeira destas expectativas destacadas por eles é referente aos “documentos curriculares”, os quais são determinados pelos órgãos político-administrativos, também denominados em sua teoria por currículo “prescrito e regulamentado”. A segunda se refere aos materiais disponibilizados para professores e alunos, como por exemplo, as apostilas e livros-didáticos, tomados como base no processo de ensino e aprendizagem em cada ano letivo. Estes são

nomeados como currículo “planejado”. Em seguida está o currículo “organizado”, que se refere à programação e organização da escola como um todo, seja com relação ao calendário acadêmico ou sobre as atividades a serem desenvolvidas durante o período letivo. A quarta expectativa trata do currículo em “ação”, o qual é caracterizado pelo trabalho conjunto desenvolvido por professores e alunos, uma vez que os docentes planejam tarefas baseadas no conceito a ser abordado e os alunos as realizam, desenvolvendo ou aperfeiçoando um conhecimento. A última das expectativas é referente às avaliações do conteúdo abordado, sejam estas em âmbito nacional, ou aquelas exigidas pelas escolas e aplicadas pelos professores com suas turmas. Por isto, é denominada como currículo “avaliado”.

Ainda segundo os autores, todas as expectativas curriculares estão interligadas, de modo que cada uma tem interferência do desenvolvimento de outra. Deste modo, a Figura 3 apresenta de forma clara e resumida estes cinco intervenientes curriculares e a forma como estão relacionados:

Figura 3 - Currículo como Processo



Fonte: adaptado de SACRISTÁN; GOMEZ (1998, p. 139)

Com o auxílio da teoria do Currículo como Processo, é possível identificar em que aspecto se encaixa a BNCC como currículo. Uma vez que este é o documento determinado pelo Ministério da Educação e utilizado como base em território nacional no desenvolvimento das propostas de ensino, pode-se considerá-lo como sendo o currículo “prescrito e regulamentado”. Este, por sua vez, interfere na

produção dos materiais didáticos que serão disponibilizados nas redes de ensino e na organização de cada uma destas, ao considerarem o tempo de desenvolvimento dos conceitos propostos pela Base em cada ciclo da Educação Básica.

A função do professor nesta perspectiva se adéqua ao currículo em “ação”, pois será parte de seu trabalho desenvolver as propostas presentes na BNCC, com uso de um material didático e conforme a organização determinada pela escola. Por fim, o currículo “avaliado” também será em parte responsabilidade do professor, ao verificar o desenvolvimento dos alunos em cada período, além de utilizar os resultados das grandes avaliações (as de âmbito nacional) para refletir sobre a aprendizagem de suas turmas de modo geral. Neste sentido, Sacristán e Gomez acrescentam que “este nível de análise ou concepção [...] é o conteúdo real da prática educativa, porque é onde o saber e a cultura adquirem sentido na interação e no trabalho cotidiano”.(SACRISTÁN; GOMEZ, 1998, p.138)

CAPÍTULO 2: Metodologia

Para o desenvolvimento deste trabalho de conclusão de curso foi utilizada a metodologia descritiva, a qual é caracterizada pelo detalhamento dos dados analisados e apresentados em uma pesquisa. O intuito ao optar por este método foi devido ao objetivo geral do trabalho, que era analisar as propostas curriculares referentes ao ensino do conceito geométrico de volumes em diferentes ciclos da Educação Básica e no Ensino Superior. O método ainda se adequou à comparação feita entre as propostas citadas e a teoria de Van Hiele sobre o desenvolvimento do pensamento geométrico, levando posteriormente à identificação de uma relação entre ambos.

A abordagem da pesquisa possui caráter qualitativo, conforme descrito em Marconi e Lakatos (2003), uma vez que se procura compreender, por meio de análise documental, as características presentes nas propostas de ensino do currículo nacional, a fim de produzir dados mais específicos sobre o ensino dos conceitos relacionados aos volumes de sólidos geométricos. Com este tipo de coleta de dados foi possível formar conclusões sobre o problema de pesquisa com base em diferentes autores e, por meio delas, dissertar sobre o ensino de geometria.

Utilizando as pesquisas dos autores com estudos relacionados à teoria de Van Hiele e analisando documentos oficiais como os Parâmetros Curriculares Nacionais, a Base Nacional Comum Curricular e as Diretrizes Curriculares Nacionais para os Cursos de Matemática, foi feito um estudo detalhado, contendo um comparativo entre a teoria em questão e o conceito matemático apresentado sobre volume em cada nível de ensino.

Inicialmente buscou-se como está determinada na Lei de Diretrizes e Bases a divisão da Educação Básica (BRASIL, 1996), para então voltar a maior parte da atenção da pesquisa por sobre a BNCC. Neste documento, conforme já mencionado na introdução deste trabalho, estão presentes as propostas de ensino para os três grandes ciclos da Educação, Básica: a Educação Infantil, o Ensino Fundamental e o Ensino Médio. No site do Ministério da Educação estão disponíveis para acesso online ou download os currículos de todas as grandes áreas de ensino, já separadas as disciplinas de cada período, estando estas em formato de planilha e também no documento oficial da Base, recentemente atualizado.

Na BNCC a disciplina de matemática está separada em grandes áreas, as quais são responsáveis pelas propostas dos campos de Aritmética, Álgebra, Geometria, Grandezas e Estatística, recebendo nomes distintos conforme as unidades temáticas de cada ciclo. Neste trabalho o levantamento curricular deu-se unicamente sobre as unidades de Geometria e Grandezas e Medidas, realizado em cada um dos anos do ensino nos três períodos escolares: Educação Infantil, Ensino Fundamental e Ensino Médio.

O primeiro ciclo a ser observado foi a Educação Infantil. Ao ler o documento oficial da Base ficou esclarecido que o campo de experiência “Espaços, tempos, quantidades, relações e transformações” está relacionado à área do conhecimento de “Matemática e suas Tecnologias” dos ciclos posteriores e, como esta inclui o ramo da geometria que é parte do objeto de estudo do presente trabalho, as atenções da autora neste ciclo foram restritas ao mesmo.

Na planilha deste campo de experiência os objetivos de aprendizagem e desenvolvimentos estão organizados e divididos para três faixas etárias: bebês (zero a 1 ano e 6 meses), crianças bem pequenas (1 ano e 7 meses a 3 anos e 11 meses) e crianças pequenas (4 anos a 5 anos e 11 meses), de modo que cada um deles apresentam sugestões são denotados por siglas do tipo *(EI01ET01)*, com o intuito de facilitar a relação com objetivos anteriores e posteriores. Dentre estes foram selecionados todos os que estavam diretamente relacionados às primeiras noções do conceito de volume, a fim de gerar uma tabela com os dados recolhidos. Nela, algumas linhas foram destacadas pelo fato de conterem objetivos de aprendizagem que incluem ideias ligadas aos volumes e, ao mesmo tempo, às características de algum nível da teoria de Van Hiele.

Posteriormente observou-se o segundo ciclo da Educação Básica, o Ensino Fundamental, o qual é dividido em dois períodos. Para cada um deles também foi elaborada uma tabela contendo os conceitos de geometria espacial e de volumes que foram levantados da planilha da BNCC. Embora cada período possua uma planilha com suas propostas, ambos dividem a disciplina de matemática pelas mesmas cinco Unidades Temáticas: números, álgebra, geometria, grandezas e medidas e probabilidade e estatística. Estas unidades recebem para cada ano do ciclo alguns “objetos de conhecimento”, sendo que as tabelas geradas após o

levantamento tiveram como base os objetos das unidades de Geometria e Grandezas e Medidas. Nas duas tabelas referentes ao Ensino Fundamental também foram destacadas as linhas que contém os conceitos voltados aos sólidos geométricos e abordagem de seus volumes, conforme as habilidades indicadas na planilha e as características relacionadas aos níveis da teoria do desenvolvimento do pensamento geométrico.

O Ensino Médio, último ciclo da Educação Básica foi observado após a última reformulação da BNCC. Sua planilha é dividida em três colunas: ano/faixa, código da habilidade e habilidade de matemática e suas tecnologias (como é nomeada a área de matemática neste período), diferente do ciclo anterior que já apresentava de forma separada os objetos de aprendizagem de cada unidade. No entanto, os códigos das habilidades também facilitam a relação com aqueles apresentados anteriormente ou posteriormente, proporcionando ao professor uma possibilidade de organizar a sequência didática, de modo contínuo e sem interrupções entre os conceitos apresentados em cada ano. No documento oficial da Base também é possível compreender o significado das siglas de cada código e então identificar a unidade temática a que se refere aquela habilidade e, desta forma, foi possível classificar e agrupar na tabela deste período apenas os conceitos relacionados à Geometria Espacial e Grandezas e Medidas, conforme feito anteriormente.

Mesmo buscando aproximar o formato entre as tabelas de cada ciclo, a que se refere ao Ensino Médio possui algumas características diferentes das demais, visto que os três anos do período não estão separados linha a linha e que não são organizados em objetivos de aprendizagem, mas sim por habilidades. Estas características foram encontradas na planilha da BNCC e, por este motivo, neste trabalho, manteve-se o formato na tabela que apresenta o levantamento curricular do ciclo. Vale ressaltar que o fato de não observarmos os anos separadamente, pode indicar que o conceito relacionado naquela linha da planilha (ou na tabela desta pesquisa) pode ser abordado em qualquer um dos três anos do ciclo, desde que mantendo uma sequência entre si ao dar continuidade em determinado conceito.

É necessário salientar que além das leituras da LDB e análise da BNCC também foram observadas as propostas nos Parâmetros Curriculares Nacionais

(PCN), identificando a relação de concordância existente entre este e a Base (visto que a BNCC possui orientações que vão ao encontro de muitas propostas dos PCN) em cada um dos ciclos da Educação Básica, com olhar voltado especificamente ao que declaram a respeito do ensino de geometria e como se espera que ocorra durante a formação dos discentes.

Por sua vez, para o levantamento das propostas de ensino relacionadas ao curso de Licenciatura em Matemática, foi tomado como parâmetro o que está determinado nas Diretrizes Curriculares Nacionais para os Cursos de Matemática e os conteúdos citados como comuns a todos os cursos de Licenciatura. Entre estes, destacaram-se o Cálculo Diferencial e Integral, os Fundamentos de Geometria e Geometria Analítica, ou seja, grandes áreas de estudo que envolvem conceitos da Geometria Espacial e o volume de sólidos geométricos, calculado por diferentes métodos, conseqüente de teorias e resultados específicos de cada área de estudo da matemática.

Assim, foi possível relacionar os níveis finais da teoria de Van Hiele com conceitos matemáticos do Ensino superior e, ainda, associar as concepções de volumes introduzidas na Educação Básica a sua formalização em um curso de Licenciatura.

CAPÍTULO 3: Análise e levantamento dos documentos oficiais

3.1. Educação Básica

Neste capítulo será feito um levantamento do currículo nacional de Matemática da Educação Básica, especificamente sobre geometria e grandezas (ramos que abordam o conceito de volumes), fundamentado na proposta atual da BNCC.

Inicialmente é relevante explicar que a BNCC é um documento de caráter normativo, previsto primeiramente pela Lei de Diretrizes e Bases - LDB 9.394/1996 e posteriormente pelo Plano Nacional de Educação – PNE 13.005/2014, sendo este, consequência do artigo 8º da LDB e parte da Constituição Federal de 1988. A lei prevê que a Base deve orientar o currículo da Educação Básica em todo o país, tanto em rede pública quanto em rede privada, apresentando competências que se espera que todos os estudantes desenvolvam ao longo da escolaridade básica.

Os currículos da educação infantil, do ensino fundamental e do ensino médio devem ter uma base nacional comum, a ser complementada, em cada sistema de ensino e em cada estabelecimento escolar, por uma parte diversificada, exigida pelas características regionais e locais da sociedade, da cultura, da economia e dos educandos (BRASIL, 1996, n.p.).

De modo geral, o principal objetivo apresentado pela BCNN é proporcionar de forma equilibrada a aprendizagem que todo cidadão tem direito. Vale ressaltar que o trabalho em questão não discorrerá sobre a importância ou não do documento, mas sim, que este irá utilizá-lo para análise, uma vez que está em vigor.

Como mencionado no capítulo anterior, a Educação Básica no país é dividida atualmente em três etapas: Educação Infantil, Ensino Fundamental e Ensino Médio, sendo que cada uma destas áreas está descrita e organizada de forma distinta na Base. Com isso, podemos especificar as características particulares de cada ciclo.

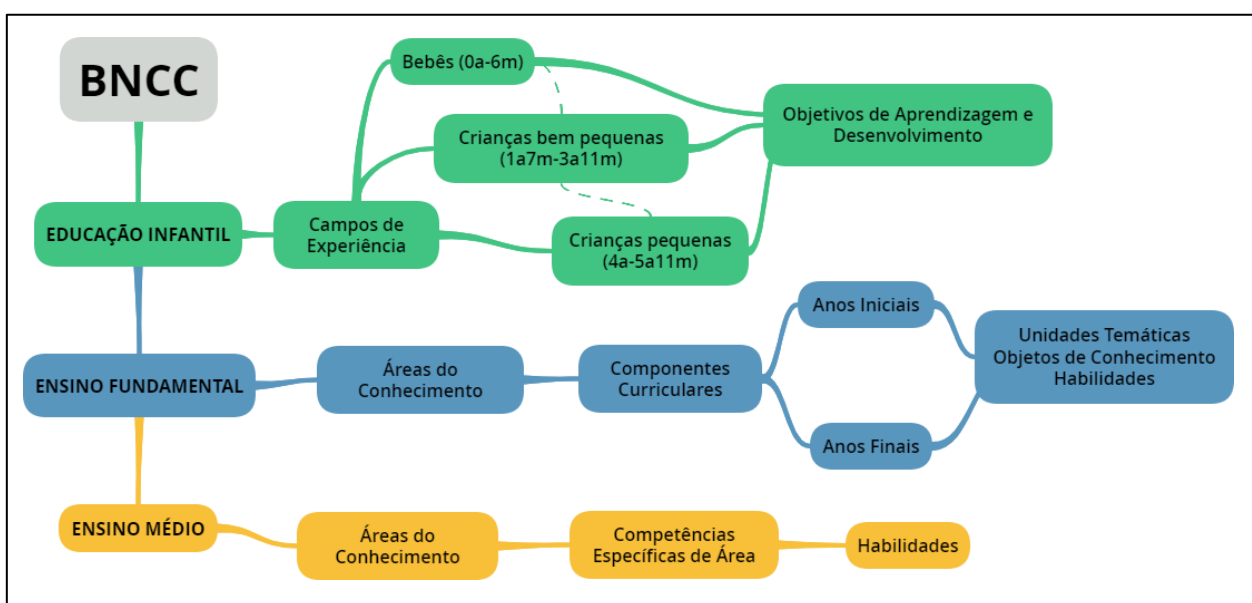
A Educação Infantil é inicialmente separada em Campos de Experiência, sendo “espaços, tempos, quantidades, relações e transformações” o campo relacionado à Matemática. Cada um dos campos será distribuído a três grupos de crianças com diferentes faixas etárias, de modo que o ciclo como um todo compreenderá a idade entre zero e cinco anos e onze meses. Por sua vez, cada uma das faixas etárias de cada campo receberá um objetivo de aprendizagem e

desenvolvimento, contendo mais detalhes do que se espera adquirir naquele período.

Já o Ensino Fundamental é dividido em Áreas do Conhecimento e conseqüentemente em componentes curriculares, os quais contêm diferentes Unidades Temáticas que são trabalhadas em todos os anos do ciclo. Cada unidade é acompanhada pelo objeto de conhecimento a ser ensinado e as habilidades que se espera obter nos alunos.

No Ensino Médio a divisão é feita de forma mais sucinta. Os três anos obrigatórios do período aparecem juntos na proposta e são separadas apenas as Áreas do Conhecimento e suas competências (com o código da área). Então são definidas as habilidades previstas em cada área, referindo-se aos três anos em um único tópico. A Figura 4 a seguir resume a organização dos três períodos da Educação Básica:

Figura 4 - A divisão da Educação Básica pela BNCC



Fonte: Elaborada pela autora

Como a análise do currículo será feita sobre a BNCC nas unidades de geometria e grandezas, tendo como foco o conceito geométrico de volumes, é necessário expor que o documento sugere que “reconhecer volume como grandeza associada a sólidos geométricos envolve o conhecimento de que o volume de um corpo é a medida do espaço ocupada por esse corpo”(BRASIL, 2018, p. 297). Nesta perspectiva, será iniciada a análise do conceito em cada etapa da Educação Básica.

Entre os objetivos de aprendizagem levantados na primeira tabela dos anexos, podemos destacar as ações de “explorar relações de causa e efeito”, “classificar objetos” e “expressar medidas”. Nas relações de causa e efeito destaca-se principalmente o termo “transbordar”, o que leva a ideia intuitiva de volume para as crianças bem pequenas, quando apresentado que diferentes recipientes, por exemplo, apresentam diferentes capacidades. Já nas outras duas relações pode-se realçar o termo “peso”, pois embora as unidades de medida de volume sejam diferentes das unidades de peso, as crianças podem por meio de experimento, comparar objetos mais leves ou mais pesados de acordo com o volume de diversos recipientes e, assim, descobrir em qual deles caberia mais ou menos conteúdo.

Este ciclo da Educação Básica é importante no processo de aprendizagem dos alunos porque inicia ideias sobre diversos conceitos que serão abordados mais formalmente nos ciclos posteriores. Estas podem ser trabalhadas de forma lúdica (e espera-se que assim ocorra, para incorporar a criatividade e imaginação das crianças nesta idade), por meio de observações, experimentos, jogos e brincadeiras, de modo que as crianças venham estabelecer relações com o meio ao seu redor.

Portanto, a Educação Infantil precisa promover experiências nas quais as crianças possam fazer observações, manipular objetos, investigar e explorar seu entorno, levantar hipóteses e consultar fontes de informação para buscar respostas às suas curiosidades e indagações (BRASIL, 2018, p.43).

Na transição da Educação Infantil para o Ensino Fundamental espera-se que o processo de aprendizagem ocorra continuamente, de modo que a criança seja capaz de estabelecer relações entre os conhecimentos adquiridos no percurso educativo. Com este objetivo, a BNCC propõe uma síntese das aprendizagens e destaca no campo de experiências “espaços, tempos, quantidades, relações e transformações” atividades que os alunos podem realizar neste ciclo, a qual deve servir de apoio aos professores na preparação de suas aulas e ao identificar os conhecimentos dos alunos.

Com relação ao Ensino Fundamental, a LDB destaca no artigo 32º que este período obrigatório deve ter duração de nove anos, e ser iniciado aos seis anos de idade, tendo como objetivo a formação básica do cidadão. Deste modo, o referido ciclo escolar é o maior da Educação Básica, já que atende alunos na faixa etária de 6 a 14 anos. Neste sentido, é possível perceber a necessidade de proporcionar um

ensino contínuo e significativo, que venha atender os alunos que neste período estarão em constante mudança cognitiva e física.

De acordo com a BNCC, nos anos iniciais do Ensino Fundamental é possível obter uma articulação com a Educação Infantil por meio das situações lúdicas vivenciadas anteriormente, o que deve prever novas formas de relação com o mundo e o desenvolvimento de hipóteses e conclusões na construção do conhecimento.

Desta forma, dando continuidade ao levantamento curricular, foram destacados com relação ao currículo do Ensino Fundamental I (na segunda tabela dos anexos) os conceitos das unidades de geometria, que estão de alguma forma, ligados ao estudo de sólidos geométricos, e de grandezas e medidas, sendo nesta os itens relacionados ao cálculo de volumes.

Com relação a Grandezas e Medidas no 1º ano do ciclo foi destacada a proposta de medir comprimento, massa e capacidade, o que deve ser feito sobre figuras geométricas planas e espaciais relacionadas ao ambiente dos discentes, como está proposto na unidade de Geometria do mesmo ano. No ano seguinte foi ressaltada no levantamento curricular a orientação de abordagem de medida de capacidade e massa por unidades convencionais como litro, mililitro, cm^3 , grama e quilograma, o que está diretamente relacionado à proposta do ano anterior na mesma unidade, dando continuidade a ideia mais intuitiva iniciada com os alunos. Conhecer estas unidades é relevante para o estudo de volumes, uma vez que algumas delas são medidas convencionais quando calculado o volume de um corpo. Já no 3º ano, dando sequência ao estudo dos cubos, blocos retangulares, pirâmides, cones, cilindros e esferas, iniciados no ano anterior, foi destacada a etapa de medição de massa e capacidade com investigação, que contém registro, estimativas e comparações, envolvendo também as unidades não convencionais, como já fora trabalhado no 1º ano. A proposta em Geometria para o 4º ano indica o início do estudo de prismas e pirâmides e, com isso, foi realçada na unidade de Grandezas a medição de comprimento, massa e capacidade por meio de estimativas e posteriormente com o uso de instrumentos de medida e das unidades convencionais mais usuais.

O 5º ano, último do ciclo I do Ensino Fundamental, merece uma atenção especial, pois a Base apresenta a noção de volume, com uso próprio do termo (e não nomeando apenas “capacidade”) pela primeira vez na unidade de Grandezas e Medidas. Como em Geometria o planejamento é de que neste ano o aluno reconheça figuras geométricas espaciais e se aproxime de suas características e planificações, espera-se que o mesmo venha reconhecer volume como a grandeza associada aos sólidos geométricos, e que sua medição seja feita com cubos, utilizando objetos concretos que venham se aproximar da medida convencional.

É possível perceber na proposta da Base que em todos os anos do Ensino Fundamental I são indicados conceitos relacionados à Geometria Espacial (presente na unidade de Geometria) e novas noções de medidas (presentes na unidade temática de Grandezas e Medidas). O documento ainda ressalta as habilidades que se esperam atingir em cada unidade, de modo que algumas delas estão diretamente relacionadas a uma habilidade anterior ou posterior (mesmo que de outros anos do ciclo), promovendo a continuidade esperada no processo educativo. Esta relação entre as habilidades pode ser identificada pelo código que cada uma recebe e até mesmo pela indicação presente no texto, que algumas vezes ressalta diretamente a habilidade anterior a qual se refere.

Entre as habilidades mencionadas pode-se identificar em Geometria neste ciclo, especialmente as concepções de reconhecimento e comparação de figuras geométricas espaciais entre si e com objetos do mundo físico, diferenciar figuras planas de espaciais, nomear segundo propriedades e características, incluindo ter ou não faces e ser ou não redondas, assim como sugerem os comentários. Também neste período inicia-se a planificação de alguns sólidos geométricos e, com relação a isto, espera-se que os alunos comparem as características estudadas sobre os sólidos em uma habilidade anterior com as de suas planificações. Um dos comentários apresentados em uma proposta na BNCC para o 5º ano, em Geometria, resume bem as capacidades que se espera atingir ao reunir as habilidades previstas quando indicam associação de figuras espaciais a suas planificações (prismas, pirâmides, cilindros e cones) e analisar, nomear e comparar seus atributos, o que implica na classificação dos sólidos em poliedros e corpos redondos.

Por sua vez, em Grandezas e Medidas destacam-se principalmente as habilidades relacionadas a reconhecer unidades de medida apropriadas para uma

medição, escolher os instrumentos de medição mais adequados e comparar e estabelecer relações entre diferentes grandezas. Ainda ressaltam em diferentes anos do ciclo, a estimativa e a comparação entre unidades convencionais e não convencionais realizadas por meio de registros feitos pelos alunos.

Ao ingressar no Ensino Fundamental II, o aluno deixa de ter um professor generalista e passa a ter contato com diversos professores especialistas, algo que marca a fase de adaptação entre este ciclo e o anterior. Neste período é importante a continuação do processo de aprendizagem proporcionando novamente a associação dos conceitos atuais com o que foi adquirido anteriormente, buscando facilitar tal adaptação e não gerar interrupções.

Os professores deste período, especialmente, atuando como mediadores entre o conhecimento matemático e seus alunos, devem ter ciência das propostas curriculares para que saibam identificar os conceitos adquiridos por cada aluno e dar sequência as atividades, relacionando-as com as diferentes realidades presentes na sala de aula e ressaltando a importância dos estudos para os aspectos culturais e sociais, como determinado pela LDB.

Assim como sugerem os Parâmetros Curriculares Nacionais do Ensino Fundamental II, as conexões feitas entre a matemática e demais disciplinas ou com situações do cotidiano, geram significado às práticas matemáticas. O mesmo ocorre entre os diferentes conceitos da área, pois as necessidades da rotina dos alunos lhes permitem reconhecer problemas e buscar soluções dentro do que foi estudado na disciplina. Neste sentido, com relação ao ensino de Geometria e mediante a proposta da BNCC para o período, é possível identificar se há uma conexão entre os conceitos deste ciclo e do anterior no que se refere aos volumes, conforme apresentado na tabela 3 dos anexos.

No 6º ano, entre os conceitos de geometria espacial, estão presentes unicamente o estudo de prismas e pirâmides, com planificações e outras relações entre seus elementos, a exemplo, as relações entre a quantidades de vértices, arestas e faces destes sólidos. Esta proposta dá sequência ao mesmo conceito já iniciado no ano anterior, porém com mais detalhes, ampliando a visão espacial dos alunos, assim como é sugerido nas habilidades desta unidade. Além disso, para o mesmo ano, em Grandezas e Medidas, estão propostas a resolução e elaboração de

problemas envolvendo o cálculo de diferentes medidas sem o uso de fórmulas, entre elas os volumes de blocos retangulares. Para os dois anos seguintes a unidade de geometria não propõe estudos referentes à geometria espacial. No entanto, existe continuação da proposta de cálculo de volumes de blocos retangulares no 7º ano (aqui se apropriando das unidades convencionais) e, também dos volumes do cilindro reto, este no 8º ano. O 9º ano, último do Ensino Fundamental, volta a apresentar na unidade de geometria um objeto de aprendizagem relacionado a geometria espacial, propondo vistas ortogonais de figuras espaciais, no intuito de possibilitar aos alunos que desenhem objetos em perspectiva, por exemplo. Na unidade de grandezas a orientação é para que haja continuidade no cálculo de prismas e cilindros, visando a elaboração e resolução de problemas com o conceito.

Com este levantamento é possível constatar que enquanto no Ensino Fundamental I a unidade temática de Geometria apresenta conceitos da Geometria Espacial em todos os anos do ciclo, no Ensino Fundamental II pode-se observar que a mesma unidade aborda o tema apenas no 6º e 9º anos, ou seja, primeiro e último ano do ciclo II, respectivamente. No entanto, o bloco “grandezas e medidas” (que aparece em todos os anos) está relacionado ao estudo da geometria do espaço e especialmente voltado a problemas e cálculo de volumes de diferentes sólidos.

Vale ressaltar que estas unidades temáticas não devem ser confundidas, mas sim abordadas como conceitos complementares. Um exemplo segundo os PCN para o Ensino Fundamental II que ressalta esta abordagem paralela é o de medir o comprimento de um objeto, no qual o aluno precisa realizar duas operações: uma geométrica (aplicação da unidade no comprimento a ser medido) e outra aritmética (contagem de quantas unidades coube). O documento destaca ainda que para obter áreas e volumes os mesmos procedimentos podem ser utilizados, mas neste caso o aluno terá contato com uma dimensão da medida que não é obtida por uma comparação direta, e sim pelo produto de medidas lineares (lados, arestas etc.). Sendo assim, de modo geral pode-se dizer que a geometria tem como objetivo principal neste período o reconhecimento de figuras, formas e suas propriedades, enquanto grandezas e medidas estão relacionadas a diferentes maneiras de quantificar, buscando relacionar a geometria com o mundo físico e outras áreas do conhecimento.

Outra característica notável é a concordância existente entre a proposta curricular feita pela BNCC e o que é sugerido nos Parâmetros Curriculares Nacionais em Geometria. A unidade temática de Geometria da BNCC está destacada como “Espaços e Medidas” nos PCN e apresenta como objetivos para o estudo da Geometria Espacial: secções de sólidos geométricos por um plano e análise das figuras obtidas, análise da posição relativa entre as arestas e entre faces nos poliedros e o reconhecimento de diferentes figuras tridimensionais, todos estes de acordo com o que foi levantado a partir da Base nas tabelas. Já o campo “grandezas e medidas” é assim referido tanto na BNCC quanto nos PCN e, neste último, os objetivos destacados para este bloco, que novamente vão de acordo com as propostas apresentadas nas tabelas, são: cálculo da área da superfície total de prismas e cilindros e cálculo do volume de prismas retos e composições deles.

Reafirmando a importância do Ensino Fundamental e apresentando a necessidade de uma progressão gradativa no conhecimento, a Base Nacional Comum Curricular para a Educação Infantil já previa para o ciclo posterior o seguinte:

O Ensino Fundamental deve ter compromisso com o desenvolvimento do letramento matemático, definido como as competências e habilidades de raciocinar, representar, comunicar e argumentar matematicamente, de modo a favorecer o estabelecimento de conjecturas, a formulação e a resolução de problemas em uma variedade de contextos, utilizando conceitos, procedimentos, fatos e ferramentas matemáticas (BRASIL, 2018, p.264).

Nos PCN para o Ensino Médio (Brasil, 2000) são apresentados alguns objetivos que se esperam obter por parte dos alunos no ciclo do Ensino Médio, entre os quais se podem destacar a compreensão de conceitos, procedimentos e estratégias matemáticas que possibilitem estudos posteriores. Com isso, é possível notar uma das finalidades deste período, a de proporcionar os conhecimentos de forma mais específica e interligada que nos ciclos anteriores, para que o aluno tenha a possibilidade de optar por uma direção na carreira profissional.

Neste sentido, a Lei de Diretrizes e Bases da Educação Nacional já determinava em seu artigo 35 “a consolidação e o aprofundamento dos conhecimentos adquiridos no ensino fundamental, possibilitando o prosseguimento de estudos” (BRASIL, 1996, n.p). Com esta perspectiva, a Base apresenta referente a este período que:

No Ensino Médio, esses diferentes campos da Matemática são integrados de forma ainda mais consistente. Para tanto, são definidos, nessa etapa, um conjunto de pares de ideias fundamentais que produzem articulações entre os vários campos – Aritmética, Álgebra, Geometria, Probabilidade e Estatística, Grandezas e Medidas – e que são importantes para o desenvolvimento do pensamento matemático. Estes são os pares de ideias fundamentais adotados: variação e constância; certeza e incerteza; movimento e posição; relações e inter-relações (BRASIL, 2018, p.96).

No que diz respeito à geometria, pode-se identificar diversas situações do cotidiano e profissões que utilizam os conceitos pertencentes à Educação Básica (em especial as ideias formalizadas no Ensino Médio). Estas demandam que o indivíduo possua a capacidade de pensar geometricamente, o que traz novamente a questão da construção deste raciocínio e a importância de que haja um ensino contínuo e que possibilite aprendizagens e associações a cada etapa da educação.

Conforme a LDB, o último ciclo da Educação Básica deve ter no mínimo três anos letivos, o que ocorre na maioria das escolas do país. Do mesmo modo, a BNCC propõe a seção do Ensino Médio em três anos, separando o ensino em quatro áreas do conhecimento, dentre as quais é de nosso interesse a de *Matemática e suas Tecnologias*. Esta, por sua vez, está dividida em cinco competências específicas, de modo que cada uma delas apresenta várias habilidades para o ciclo.

Ao finalizar o levantamento curricular da Educação Básica foram destacadas, na quarta tabela dos apêndices, quatro habilidades relacionadas aos conceitos das unidades de Geometria e Medidas relativas aos ciclos anteriores. Estas são referentes aos conceitos de geometria espacial presentes nas habilidades das competências 2, 3 e 5 do Ensino Médio, estando em destaque especialmente as que abordam estudos sobre volume. A primeira delas propõe medições e cálculo de volumes em ações relacionadas à comunidade do discente de modo geral. Já na segunda, não está presente um estudo específico sobre volumes, mas sim sobre diferentes estratégias para se calcular área de superfície, o que novamente envolve o conhecimento sobre diferentes sólidos geométricos, porém em outro aspecto. Na habilidade seguinte espera-se que o aluno venha resolver e elaborar problemas relacionados ao cálculo de algumas grandezas envolvendo situações reais, entre as quais estão presentes os volumes. Por fim, a última linha da tabela apresenta uma habilidade voltada unicamente ao conceito de volumes, uma vez que propõe a

obtenção de fórmulas para o cálculo desta grandeza e a investigação dos processos de medição, como o princípio de Cavalieri.

A planilha disponibilizada pelo MEC referente às propostas curriculares do Ensino Médio está organizada em apenas três colunas, de modo que a primeira delas é sobre os anos de ensino, a segunda sobre o código da habilidade proposta e a terceira sobre a habilidade em si. Um fato interessante que difere este ciclo da Educação Básica dos anteriores, é que em todas as linhas da primeira coluna da planilha os três anos aparecem juntos, como “1º, 2º, 3º”, o que indica a possibilidade de abordar as habilidades em qualquer um dos três anos obrigatórios do ciclo. Com isso, os códigos apresentados na segunda coluna foram de extrema importância para facilitar o levantamento dos conceitos de volumes neste ciclo e identificar a qual competência se referia a habilidade selecionada.

Considerando então que as quatro habilidades ressaltadas na tabela dos apêndices podem ser abordadas em qualquer um dos três anos obrigatórios do ciclo, é possível perceber uma menor proporção do conceito de volume na última etapa da Educação Básica, visto que no período anterior é abordado em todos os anos na unidade de Grandezas e Medidas.

Como foi apresentado na tabela, o conceito de volumes não é abordado em duas das cinco competências específicas do Ensino Médio. Uma delas é a competência 1 que está voltada ao uso de “estratégias, conceitos e procedimentos matemáticos para interpretar situações em diversos contextos, sejam atividades cotidianas, sejam fatos das Ciências da Natureza e Humanas, ou ainda questões econômicas ou tecnológicas” (BRASIL, 2018, p.523), permitindo uma formação científica geral. A outra competência que não inclui habilidades voltadas ao ensino de volumes é a 4. No entanto, de acordo com o que nela está proposto, seria possível integrar o conceito, uma vez que se espera a compreensão e uso de diferentes registros de representação matemáticos (algébrico, geométrico, estatístico, computacional etc.), a fim de solucionar problemas e desenvolver o raciocínio matemático. É importante esclarecer que as competências não estão divididas de acordo com as subáreas da matemática, assim como é feito nos ciclos anteriores, em que todos os anos escolares são separados pelas unidades temáticas voltadas a estas subáreas. Mas sim que cada competência deste período propõe habilidades voltadas a todos os ramos da matemática.

No entanto, isto está de acordo com o que é apresentado pela Base, pois:

O conjunto das competências específicas e habilidades definidas para o Ensino Médio concorre para o desenvolvimento das competências gerais da Educação Básica e está articulado às aprendizagens essenciais estabelecidas para o Ensino Fundamental (BRASIL,2018, p.471).

Assim, com relação aos volumes, pode-se dizer que o período aborda o conceito menos vezes conforme a Base, mas de forma mais específica, dando continuidade ao desenvolvimento das habilidades da etapa anterior e direcionando para novos conhecimentos, com intuito de possibilitar estudos posteriores e aprofundar os novos saberes.

3.2. Ensino Superior: o caso da Licenciatura em Matemática

Este trabalho também contempla um olhar sobre os cursos de nível superior de Licenciatura em Matemática, com base nas propostas das Diretrizes Curriculares Nacionais para os Cursos de Matemática. Este documento (Brasil, 2002) apresenta as características dos cursos de Bacharelado e Licenciatura, as disciplinas que devem estar presentes nas grades curriculares das instituições que os oferecem (incluindo competências e habilidades gerais), o perfil dos profissionais que desejam seguir nestas carreiras e, ainda, direcionamento sobre estágio e atividades complementares durante estes cursos.

Como forma de dar sequência à relação entre as propostas curriculares para o ensino de volumes com a teoria de Van Hiele, também foram observados os conteúdos do curso de Licenciatura em Matemática, uma vez que esta pesquisa é resultado da conclusão de um curso desse tipo, além de o documento tratar dos profissionais que atuarão na Educação Básica: os professores licenciados.

Apesar deste olhar sobre a formação do professor, não foi realizado um levantamento detalhado como o que foi apresentado anteriormente sobre a Educação Básica, pois o objetivo maior estána pesquisa voltada sobre ela. Sendo assim, serão aqui apresentados os conceitos obrigatórios aos cursos de Licenciatura em Matemática de acordo com as diretrizes, ressaltando as competências específicas esperadas por parte do professor da disciplina.

O documento das diretrizes apresenta como conteúdo comum a todos os cursos de Licenciatura os seguintes tópicos:

- a) Cálculo Diferencial e Integral;
- b) Álgebra Linear;
- c) Fundamentos de Análise;
- d) Fundamentos de Álgebra
- e) Fundamentos de Geometria;
- f) Geometria Analítica.

Também nas diretrizes, estão ressaltados à parte como conceitos comuns a estes cursos, os “conteúdos matemáticos presentes na Educação Básica nas áreas de Álgebra, Geometria e Análise”, além dos referentes à Ciência da Educação, da História e Filosofia das Ciências e da Matemática. O documento ressalta a possibilidade de estes conceitos serem divididos ao longo do curso, sem necessidade de manter uma ordem única em todas as instituições.

Sobre o currículo dos cursos de Licenciatura e Bacharelado, as diretrizes apontam competências e habilidades que devem estar presentes na elaboração de ambos. São eles:

- a) capacidade de expressar-se escrita e oralmente com clareza e precisão;
- b) capacidade de trabalhar em equipes multi-disciplinares;
- c) capacidade de compreender, criticar e utilizar novas idéias e tecnologias para a resolução de problemas;
- d) capacidade de aprendizagem continuada, sendo sua prática profissional também fonte de produção de conhecimento
- e) habilidade de identificar, formular e resolver problemas na sua área de aplicação, utilizando rigor lógico-científico na análise da situação-problema;**
- f) estabelecer relações entre a Matemática e outras áreas do conhecimento
- g) conhecimento de questões contemporâneas;
- h) educação abrangente necessária ao entendimento do impacto das soluções encontradas num contexto global e social;
- i) participar de programas de formação continuada;
- j) realizar estudos de pós-graduação;
- k) trabalhar na interface da Matemática com outros campos de saber (BRASIL, 2002, p.3).

Embora não tenha sido feito o levantamento curricular de alguma instituição de Ensino superior para se ter conhecimento detalhado de quais disciplinas e em que período do curso foram abordados os conceitos de volumes de sólidos geométricos, sabendo que as disciplinas de Cálculo Diferencial e Integral, Fundamentos de Geometria e Geometria Analítica devem fazer parte do currículo dos cursos de Licenciatura e, considerando a proposta do item e) citado anteriormente, é possível estabelecer uma relação geral do ciclo do Ensino Superior no que se refere ao conceito de volume, com os níveis 4 e 5 da teoria de Van Hiele. Isto se dá pela necessidade de solicitar neste momento ao aluno da graduação que

apresente conhecimento de propriedades de figuras geométricas, rigor lógico em atividades de demonstração (a exemplo, as expressões para o cálculo de área de superfícies e volumes de sólidos) assim como é apontado em “uma apresentação mais formal, axiomática, da geometria euclidiana deve ter espaço no curso, evidenciando a importância da demonstração para a Matemática e para o seu ensino” (SBEM, 2013, p.12), bem como a capacidade de compreensão de outros métodos para se obterem esses resultados, os quais serão apresentados nas disciplinas comuns a todos os cursos. Por fim, também é possível incluir a compreensão de outras geometrias, como as não-euclidianas, que terão como fundamento diferentes axiomas, o que vai de encontro às características do nível 5 da teoria do desenvolvimento do pensamento geométrico e a proposta feita em um boletim da SBEM para os cursos de Licenciatura em Matemática, ao declarar que “É importante se ressaltar, também, o valor de um tratamento histórico da Geometria Euclidiana e de uma discussão transversal sobre algumas propostas de Geometrias não Euclidianas.” (SBEM, 2013, p.13)

Após a listagem destas, são destacadas no documento mais algumas habilidades próprias do educador matemático, sendo estas relacionadas à elaboração de propostas de ensino-aprendizagem, análise e produção de materiais didáticos e a **análise crítica das propostas curriculares de Matemática na Educação Básica**. Além disso, espera-se ainda que este profissional desenvolva, entre outras competências, **estratégias de ensino que incentivem a autonomia e possibilitem a criatividade dos discentes**.

Os trechos em destaque nas duas últimas habilidades do parágrafo anterior estão diretamente relacionados a duas das propostas deste trabalho, que são o levantamento curricular do conceito de volume e sua análise comparativa com a teoria de Van Hiele, a fim de contribuir com o trabalho do professor, por meio desta associação, uma vez que este pode desenvolver as estratégias de ensino com base no conhecimento que possui a respeito de seus alunos.

3.3. A relação entre o conceito de volume e a Teoria de Van Hiele

Nesta seção será apresentada uma síntese de todo o levantamento feito sobre o conceito de volume na Educação Básica e a relação encontrada entre eles e

os níveis de compreensão da teoria de Van Hiele, destacando também a relação entre esta e o Ensino Superior como foi discutido no tópico anterior.

Esta síntese foi feita em formato de tabela, com o intuito de facilitar a compreensão por parte dos leitores sobre a relação obtida e, ainda, reforçar as características dos níveis no desenvolvimento do pensamento geométrico, segundo a teoria e das habilidades propostas pela BNCC. Na primeira coluna estão apresentados os cinco níveis da teoria de Van Hiele, na segunda as características de cada um dos níveis e na terceira e quarta, respectivamente, os objetos de conhecimento (ou habilidades) retirados da BNCC (Brasil, 2018; Brasil, 2018) e o ano em que são apresentados durante a Educação Básica, como segue:

Quadro 2 - A Teoria de Van Hiele e o Conceito de Volumes nas Propostas de Ensino

Nível de Compreensão	Características do nível	Objeto de Conhecimento/Habilidade na BNCC	Ano/ciclo
1) Visualização ou Reconhecimento	Reconhecer as formas geométricas e aprender o vocabulário de geometria.	Explorar relações de causa e efeito (transbordar, tingir, misturar, mover e remover etc.) na interação com o mundo físico.	Bebês (zero a 1 ano e 6 meses)
		Classificar objetos, considerando determinado atributo (tamanho, peso, cor, forma etc.)	Crianças bem pequenas (1 ano e 7 meses a 3 anos e 11 meses)
		Expressar medidas (peso, altura etc.), construindo gráficos básicos.	Crianças pequenas (4 anos a 5 anos e 11 meses)
2) Análise	Identificar propriedades	Medidas de comprimento, massa e capacidade: comparações e unidades de medida não convencionais	1º ano (Grandezas e Medidas)
		Medida de capacidade e de massa: unidades de medida não convencionais e convencionais (litro, mililitro, cm ³ , grama e quilograma)	2º ano (Grandezas e Medidas)
		Medidas de capacidade e de massa (unidades não convencionais e convencionais): registro, estimativas e comparações	3º ano (Grandezas e Medidas)
		Medidas de comprimento, massa e capacidade: estimativas, utilização de instrumentos de medida e de unidades de medida convencionais mais usuais	4º ano (Grandezas e Medidas)
		Figuras geométricas espaciais: reconhecimento, representações, planificações e características	5º ano (Geometria)

Fonte: Elaborada pela autora

Quadro 3 - A Teoria de Van Hiele e o Conceito de Volumes nas Propostas de Ensino

3) Dedução Informal ou Ordenação	Fazer inclusão de classes e acompanhar provas formais	Noção de volume	5º ano (Grandezas e Medidas)
		Problemas sobre medidas envolvendo grandezas como comprimento, massa, tempo, temperatura, área, capacidade e volume	6º ano (Grandezas e Medidas)
		Cálculo de volume de blocos retangulares, utilizando unidades de medida convencionais mais usuais	7º ano (Grandezas e Medidas)
		Volume de cilindro reto e medidas de capacidade	8º/Grandezas e Medidas
		Volume de prismas e cilindros	9º/Grandezas e Medidas
4) Dedução Formal	Realizar provas formais	[...] medições e cálculos de perímetro, de área, de volume, de capacidade ou de massa.	1º,2º,3º/ Competência 2
		Resolver e elaborar problemas que envolvem o cálculo de áreas totais e de volumes de prismas, pirâmides e corpos redondos em situações reais [...]	1º,2º,3º/ Competência 3
		Investigar processos de obtenção da medida do volume de prismas, pirâmides, cilindros e cones, incluindo o princípio de Cavalieri, para a obtenção das fórmulas de cálculo da medida do volume dessas figuras.	1º,2º,3º/ Competência 5 Ensino Superior
5) Rigor	Compreender outras geometrias e sistemas baseados em diferentes axiomas	Identificar, formular e resolver problemas em determinada área de aplicação utilizando rigor lógico-científico. ³	Ensino Superior

Fonte: Elaborada pela autora

³Trecho retirado (e adaptado) do documento de Diretrizes Nacionais Curriculares para os Cursos de Matemática

A etapa da Educação Infantil ficou contemplada por completo no nível 1, o que se deu essencialmente pelas características de observar, explorar, descobrir, identificar, manipular, relatar, entre outras, presentes nas propostas dos objetivos de aprendizagem e desenvolvimento do período. Em meio a todas estas, foram levantadas aquelas que tinham relação com os primeiros conceitos apresentados sobre volume e, por meio dos objetivos esperados e das sugestões feitas sobre como abordar estes conceitos, identificou-se a relação com o nível de *visualização ou reconhecimento*, que como já foi explicado, contempla noções de reconhecer determinadas figuras por sua aparência e conhecer o vocabulário da Geometria.

Já o conceito de volume no Ensino Fundamental I foi quase todo enquadrado no nível 2 de *análise*, pois neste período foram identificadas, na unidade de Grandezas e Medidas, muitas propostas voltadas às medições de diferentes objetos. Um apontamento relevante sobre a última linha da tabela no nível 2 é o uso do termo “reconhecimento” pela Base em uma proposta da unidade de Geometria no 5º ano. Embora a palavra remeta a ideia do nível 1 da teoria de Van Hiele, nesta etapa foi possível identificar por meio dos comentários disponíveis para cada habilidade da planilha, que o termo aparece com o intuito de retomar e “associar figuras espaciais a suas planificações (prismas, pirâmides, cilindros e cones) [...]” (BRASIL, 2018, p.297), ou seja, relacionar conceitos de habilidades anteriores com uma atual.

O nível 3 de *dedução informal ou ordenação* é iniciado na tabela de síntese com uma proposta do 5º ano que trata sobre a noção de volume. Esta foi incluída no terceiro nível pelo fato de a habilidade propor que esta noção seja trabalhada por meio de empilhamento de cubos (visto que as unidades de medidas para volume são comumente estabelecidas em cm^3 , m^3 ...), ou seja, um modo informal de deduzir e relacionar o espaço ocupado por diferentes sólidos geométricos. Os demais objetos de conhecimento ligados a este nível pertencem ao Ensino Fundamental II e contemplam, de modo geral, o cálculo de volumes de diferentes sólidos geométricos, incluindo a resolução e elaboração de problemas que envolvam este conceito.

Com relação ao Ensino Médio, as três habilidades voltadas à noção de volume que estão apontadas na tabela, se adéquam ao quarto nível, de *dedução formal*, pois nelas foi destacada possibilidade de desenvolver ações que utilizem o conceito em situações reais de sua região, empregando diferentes métodos de

obtenção para o cálculo de volume dos sólidos geométricos. Além disso, a proposta de obtenção de fórmulas para o cálculo de volumes pode estar relacionada tanto ao Ensino Médio, quanto ao Ensino Superior, uma vez que existe a possibilidade de dar início ao processo de demonstrações formais da matemática com os alunos da Educação Básica e prosseguir com este processo com os alunos da Licenciatura, exigindo um rigor diferenciado entre estes ciclos.

Por fim, em se tratando do nível 5 de *rigor*, não foram encontradas no ramo da geometria propostas diretas⁴ para a Educação Básica que abordassem a compreensão de outras geometrias diferentes da euclidiana, ou a concepção de volume dada por outros aspectos. No entanto, isto deve ocorrer na Licenciatura, dado que foi apresentada pelas diretrizes dos cursos superiores a necessidade de incluir disciplinas que envolvam as noções de Fundamentos da Geometria, Cálculo Diferencial e Integral, Geometria Analítica e Álgebra Linear, as quais apresentam métodos e fórmulas diferentes de se obter o volume dos sólidos geométricos já estudados, bem como os de novos objetos espaciais.

⁴Com este termo pretendemos indicar que não foram encontradas propostas que estejam imediatamente relacionadas às Geometrias não-euclidianas na unidade de Geometria da BNCC, não descartando a possibilidade de discuti-las em aulas de Geometria, uma vez que é o tema pode ser incluído na formação inicial do professor.

CONSIDERAÇÕES FINAIS

Com a realização da pesquisa feita para este trabalho conseguimos concluir que existe uma possível relação entre a teoria de Van Hiele sobre o desenvolvimento do pensamento geométrico e as propostas curriculares da BNCC, aspecto relevante por se referirem, respectivamente, à aprendizagem e ao ensino. Apesar desta relação já esperada devido à continuidade no processo de ensino das propostas presentes no documento, não foi estabelecido como objetivo da pesquisa obter um resultado que vinculasse a elaboração da Base a um modelo cognitivo, como por exemplo, indicar que o documento toma como parâmetro a teoria piagetiana apenas por apresentar características semelhantes à teoria de Van Hiele.

Ainda concluímos que a teoria do casal holandês pode contribuir para a atuação do docente, visto que em uma sala de aula pode haver alunos em diferentes níveis de compreensão em determinados conceitos, ocasionados por alguma dificuldade em sua aprendizagem ou com defasagem vinda de etapas anteriores do ensino. Deste modo, ao identificar estes casos, o professor poderá dedicar-se aos alunos com maior atenção ou elaborar aulas e atividades que contribuam no processo de aprendizagem.

Tratando-se dos resultados obtidos na correlação entre as características de cada ciclo acadêmico e os níveis da teoria tomada como base, ressaltamos que o olhar sobre o Ensino Superior não ocorreu de forma detalhada como na Educação Básica devido à grande quantidade de dados que seriam necessários para este novo levantamento, o que não seria possível de realizar por conta do prazo de conclusão do trabalho e pela grande quantidade de dados já observados sobre os demais períodos do ensino, os quais exigiram muito tempo e compreensão. No entanto, consideramos possível a continuação desta pesquisa tendo como foco o Ensino Superior em estudos posteriores, seja por parte da autora ou de outros pesquisadores interessados no tema.

Neste sentido, para este momento, trazemos uma reflexão da autora sobre sua formação no curso de Licenciatura em Matemática após a realização da pesquisa. A graduação foi realizada no Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia de São Paulo, Campus São Paulo, entre os anos de 2016 e 2019. Neste

período, a grade curricular em vigor incluía 65 disciplinas, entre as quais apenas 6 eram voltadas ao campo da Geometria.

No entanto, apenas 4 das 65 disciplinas abordaram o conceito de volumes ao longo do curso, sendo elas: Fundamentos para o Ensino da Matemática - Geometria 2; Vetores e Geometria Analítica, Cálculo Diferencial e Integral 2 e Cálculo Diferencial e Integral III. Em cada uma destas o conceito foi apresentado com objetivos diferentes, que de um modo geral, envolviam estratégias de ensino referentes ao conceito como é abordado na Educação Básica, novas formas de se calcular volume de sólidos já estudados, conhecimento de outros objetos espaciais e a possibilidade de também encontrar seus volumes, ou a demonstração de fórmulas relacionadas a estes cálculos. Deste modo, assim como foi apresentado na tabela 2, acreditamos que estas disciplinas tiveram características relacionadas ao nível 4 da teoria de Van Hiele, pois em diversos momentos foi necessário ter domínio sobre as propriedades relacionadas a geometria e validar resultados que até então eram apenas utilizados e tomados como verdadeiros. Já o quinto nível da teoria pode ser relacionado à disciplina de Geometrias não-euclidianas, ofertada no oitavo semestre do curso, sendo então possível de se estabelecer uma relação geral deste curso de Licenciatura em Matemática com a teoria.

Além disso, foi possível reforçar por meio desta pesquisa a importância da formação inicial do professor, uma vez que este será um dos agentes que desenvolverá o currículo da Educação Básica e terá interferência direta sobre a formação de outros indivíduos. Desta forma, sobre a Geometria, vemos que:

[...] ainda é uma área cujo tratamento e abordagens continuam insuficientes na Educação Básica. Quando é feita, muitas vezes, restringe-se a fórmulas e procedimentos desconectados de outras áreas da Matemática, de outros campos do saber e, principalmente, da vida cotidiana. Este fato pode ser reflexo da maneira como o tema Geometria está contemplado no currículo da licenciatura. (SBEM, 2013, p.12)

Assim, considerando a formação do professor para o ensino de Geometria, os estudos de diversos autores vêm apontando, há anos, uma defasagem desses conceitos nos cursos que formam professores de matemática, causando a “omissão geométrica”, assim como é referida esta ausência por Lorenzato(1995) ou justificando a fala de alguns docentes ao afirmarem “que não se pode ensinar bem aquilo que não se conhece” (LAUTENSCHLAGER, 2019, p.2).

Nesta perspectiva, alguns autores que têm se dedicado à formação inicial do professor que ensina matemática (PEM) apontam que este campo de pesquisa apresenta cinco indicadores, sendo o primeiro deles:

[...] a existência de um objeto de estudo singular, o qual pode ser caracterizado, no caso do professor, pelos processos e práticas de formação inicial e continuada do PEM, envolvendo domínio e aprendizagem de conhecimentos matemáticos voltados para o ensino [...] (FIORENTINI, 2017; p.4)

Portanto, pelas concepções adquiridas neste trabalho, sugerimos que é necessário se atentar especialmente a forma como será apresentado cada um dos conceitos aos futuros professores, para que estes tenham condições de atuar de forma eficaz e suprir, em parte, as necessidades da Educação Básica, uma vez que muitos problemas na educação não estão relacionados à atuação do professor.

REFERÊNCIAS

ALVES, G. S; SAMPAIO, F. F. O modelo de desenvolvimento do pensamento geométrico de Van Hiele e possíveis contribuições da geometria dinâmica. **Revista de Sistemas de Informação da FSMA**, n. 5, p. 69-76, 2010.

BRASIL. Ministério de Educação e Cultura. **LDB - Lei nº 9394/96**, de 20 de dezembro de 1996. Estabelece as diretrizes e bases da Educação Nacional. Brasília: MEC, 1996.

_____.**Parâmetros curriculares nacionais: Ensino Fundamental**. Brasília: MEC-Secretaria de Educação Fundamental, 1998.

_____.**Parâmetros curriculares nacionais: Ensino Médio**. Brasília: MEC-Secretaria de Educação Fundamental, 2000.

_____.**Diretrizes Curriculares Nacionais para os Cursos de Matemática**. Brasília: MEC-Secretaria de Educação Básica, 2002.

_____.**Base nacional comum curricular: Educação é a base**. MEC-Secretaria da Educação Básica. Brasília: Distrito Federal, 2018.

CLANDININ, D. Jean; CONNELLY, F. M. **Handbook of research on curriculum**. New York: Mc Millan, 1992.

DE VILLIERS, M. Algumas reflexões sobre a Teoria de Van Hiele. **Educação Matemática Pesquisa: Revista do Programa de Estudos Pós-Graduados em Educação Matemática**, v. 12, n. 3, 2010.

FIorentini, D. Mapeamento e estado da pesquisa sobre o professor que ensina matemática como campo de estudo. VII Seminário Internacional de Pesquisa em Educação Matemática. Paraná, 2017.

GUTIÉRREZ, A. Exploring the links between Van Hiele Levels and 3-dimensional geometry. **Structural Topology**, n. 18, 1992.

LAKATOS, E. M; MARCONI, M. A. **Metodologia do trabalho científico**. 5 ed. São Paulo: Atlas, 2003. 311 p.

LAUTENSCHLAGER, E. Evoluindo nos Níveis de Van-Hiele: Utilizando o cabrigéomètre na Aprendizagem de Quadriláteros. In Anais do Seminário Nacional de Histórias e Investigação de/em aulas de Matemática, Campinas, 2019, no prelo.

LORENZATTO, S. **Por que não ensinar geometria?** In. A Educação Matemática em Revista. Nº4. São Paulo, SBEM, 1995.

SACRISTÁN, J. G; GÓMEZ, A. I. P. **Compreender e Transformar o Ensino**. 4 ed. Porto Alegre: Artmed, 1998.

SBEM. **A Formação do Professor de Matemática no Curso de Licenciatura:** reflexões produzidas pela comissão partidária SBEM/SBM. Boletim SBEM, n.21, p.1 – 42. Brasília: Sociedade Brasileira de Educação Matemática, 2013.

APÊNDICE A – CONCEITOS DE GEOMETRIA DA EDUCAÇÃO INFANTIL

Quadro A.1 – Conceitos de Geometria na Educação Infantil

Faixas Etárias	Objetivos de aprendizagem e desenvolvimento
Bebês (zero a 1 ano e 6 meses)	Explorar relações de causa e efeito (transbordar, tingir, misturar, mover e remover etc.) na interação com o mundo físico.
Crianças bem pequenas (1 ano e 7 meses a 3 anos e 11 meses)	Classificar objetos, considerando determinado atributo (tamanho, peso, cor, forma etc.).
Crianças pequenas (4 anos a 5 anos e 11 meses)	Estabelecer relações de comparação entre objetos, observando suas propriedades.
Crianças pequenas (4 anos a 5 anos e 11 meses)	Classificar objetos e figuras de acordo com suas semelhanças e diferenças.
Crianças pequenas (4 anos a 5 anos e 11 meses)	Expressar medidas (peso, altura etc.), construindo gráficos básicos.

Fonte: Elaborado pela autora

APÊNDICE B – CONCEITOS DE GEOMETRIA E GRANDEZAS NO ENSINO FUNDAMENTAL

Quadro B.1 – Conceitos de Geometria no 1º Ciclo do Ensino Fundamental

Ano/ Unidade Temática	Objetos de Conhecimento
1º/Geometria	Figuras geométricas espaciais: reconhecimento e relações com objetos familiares do mundo físico
1º/Geometria	Figuras geométricas planas: reconhecimento do formato das faces de figuras geométricas espaciais
1º/Grandezas e Medidas	Medidas de comprimento, massa e capacidade: comparações e unidades de medida não convencionais
2º/Geometria	Figuras geométricas espaciais (cubo, bloco retangular, pirâmide, cone, cilindro e esfera): reconhecimento e características
2º/Geometria	Figuras geométricas planas (círculo, quadrado, retângulo e triângulo): reconhecimento (em desenhos e sólidos geométricos) e características
2º/Grandezas e Medidas	Medida de comprimento: unidades não padronizadas e padronizadas (metro, centímetro e milímetro)
2º/Grandezas e Medidas	Medida de capacidade e de massa: unidades de medida não convencionais e convencionais (litro, mililitro, cm ³ , grama e quilograma)
3º/Geometria	Figuras geométricas espaciais (cubo, bloco retangular, pirâmide, cone, cilindro e esfera): reconhecimento, análise de características e planificações
3º/Grandezas e Medidas	Medidas de capacidade e de massa (unidades não convencionais e convencionais): registro, estimativas e comparações
4º/Geometria	Figuras geométricas espaciais (prismas e pirâmides): reconhecimento, representações, planificações e características
4º/Grandezas e Medidas	Medidas de comprimento, massa e capacidade: estimativas, utilização de instrumentos de medida e de unidades de medida convencionais mais usuais

Fonte: Elaborado pela autora

Quadro B.2 – Conceitos de Geometria no 1º Ciclo do Ensino Fundamental

5º/Geometria	Figuras geométricas espaciais: reconhecimento, representações, planificações e características
5º/Grandezas e Medidas	Noção de volume: reconhecimento de volume como grandeza associada a sólidos geométricos; medições de volumes por meio de empilhamento de cubos, utilizando, preferencialmente, objetos concretos

Fonte: Elaborado pela autora

Página 2

Quadro B.3 - Conceitos de Geometria e Grandezas no 2º Ciclo do Ensino Fundamental

Ano/Unidade Temática	Objetos de Conhecimento
6º/Geometria	Prismas e pirâmides: planificações e relações entre seus elementos (vértices, faces e arestas)
6º/Grandezas e Medidas	Problemas sobre medidas envolvendo grandezas como comprimento, massa, tempo, temperatura, área, capacidade e volume
7º/Grandezas e Medidas	Cálculo de volume de blocos retangulares, utilizando unidades de medida convencionais mais usuais
8º/Grandezas e Medidas	Volume de cilindro reto e medidas de capacidade
9º/Geometria	Vistas ortogonais de figuras espaciais
9º/Grandezas e Medidas	Volume de prismas e cilindros

Fonte: Elaborada pela autora

APÊNDICE C – CONCEITOS DE GEOMETRIA E GRANDEZAS NO ENSINO MÉDIO

Quadro C.1 - Conceitos de Geometria e Grandezas no Ensino Médio

Ano/Competência Específica	Habilidade
1°,2°,3°/Competência 2	[...] medições e cálculos de perímetro, de área, de volume, de capacidade ou de massa. Nível 4
1°,2°,3°/ Competência 3	Empregar diferentes métodos para a obtenção da medida da área de uma superfície [...]
1°,2°,3°Competência 3	Resolver e elaborar problemas que envolvem o cálculo de áreas totais e de volumes de prismas, pirâmides e corpos redondos em situações reais [...] nível 4
1°,2°,3°Competência 5	Investigar processos de obtenção da medida do volume de prismas, pirâmides, cilindros e cones, incluindo o princípio de Cavalieri, para a obtenção das fórmulas de cálculo da medida do volume dessas figuras. Nível 4

Fonte: Elaborado pela autora