INSTITUTO FEDERAL DE
EDUCAÇÃO, CIÊNCIA E TECNOLOGIA

GOVERNO FEDERAL
BRASIL
PAÍS RICO É PAÍS SEM POBREZA

O ensino dos números racionais nos materiais de apoio do 6º ano utilizados em escolas públicas da cidade de São Paulo

Joyce Salvador

Trabalho de Conclusão do Curso Superior de Licenciatura em Matemática, orientada pelo Prof. Dr.Rogério Ferreira da Fonseca.

IFSP
São Paulo
2011

Dados Internacionais de Catalogação na Publicação (CIP)

Salvador, Joyce.
O ensino dos números racionais nos materiais de apoio do 6º ano utilizados em escolas públicas da cidade de São Paulo / Joyce Salvador - São Paulo: IFSP, 2011.
90p.;

Trabalho de Conclusão do Curso Superior de Licenciatura em Matemática - Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia, São Paulo, 2011.
Orientador: Rogério Ferreira da Fonseca.

1. Ensino dos números racionais. 2. Os números racionais nos PCNs 3. Análise de materiais de apoio.
I. O ensino dos números racionais nos materiais de apoio do 6º ano utilizados em escolas públicas da cidade de São Paulo.

JOYCE SALVADOR

O ensino dos números racionais nos materiais de apoio utilizados em escolas públicas da cidade de São Paulo

Monografia apresentada ao Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia, em cumprimento ao requisito exigido para a obtenção do grau acadêmico Licenciada em Matemática.

APROVADA EM 28/11/2011 **CONCEITO:** 7,0

Graziela Marchi Tiago

Profª Drª Graziela Marchi Tiago
Instituto Federal de Educação Ciência e Tecnologia
Membro da Banca

Amari Goulart

Prof. Ms. Amari Goulart
Instituto Federal de Educação Ciência e Tecnologia
Membro da Banca

Prof. Dr. Rogério Ferreira da Fonseca
Instituto Federal de Educação Ciência e Tecnologia
Orientador

Joyce Salvador

Aluna: Joyce Salvador

"Nada está totalmente errado. Até mesmo um relógio parado estará certo duas vezes ao dia."

Wesley Teixeira

Aos Meus Pais

AGRADECIMENTOS

Agradeço a Deus por permitir que a cada dia eu me levantasse e aprendesse um pouco mais sobre a vida, por colocar no meu caminho pessoas inigualáveis escolhidas por suas poderosas mãos, por me capacitar a cada dia para aprender, ensinar, errar, acertar, por me fortalecer e não permitir que minha visão e minha mente se limitassem.

Agradeço aos meus pais, João Bosco e Rosângela, sem os quais eu jamais teria chegado aonde cheguei, conquistado o que conquistei, sempre com honestidade, sinceridade e perseverança. Agradeço-os por sempre me levantarem nos momentos de dificuldades, por me ajudarem a enxergar além da escuridão, me fortalecendo com amor e carinho, sem medir esforços para que eu conquistasse meus sonhos.

Agradeço à minha irmã Cristiane por me chamar atenção àquilo que estava errado e que diante dos meus olhos parecia normal. Agradeço pela sua inocência e luz da juventude que me fazem querer a cada dia fazer parte da vida de muitos como ela.

Agradeço ao meu noivo, João José da Silva Júnior, ao qual não tenho palavras para descrever sua importância e significado em minha vida. Agradeço pelo seu carinho, companheirismo e força em todos os momentos. Por caminhar sempre ao meu lado fazendo tudo que estava ao seu alcance para me fazer sorrir.

Agradeço aos meus amigos de curso, Andreza Carla Barrantes, Seiji Niwa e Thais Costa, pelo companheirismo e união a cada dia, em que cada um, à sua maneira, contribuiu para a minha evolução como professora e como pessoa. Agradeço-os pelos momentos divertidos em meio ao caos, pela atenção, sempre que precisei, pelos conselhos e pela compreensão, durante o curso de licenciatura em matemática.

Agradeço à Raquel, pelo amor por mim desde o início de minha existência. Sei que na platéia dessa vida, ela está sentada na primeira fileira.

Agradeço à Isabel, João e Sarah, pelo carinho, incentivo, força e acolhimento durante os últimos anos, em especial agradeço à Isabel, pela ajuda e atenção ao fornecer os materiais analisados nesse trabalho.

Agradeço à todos os professores que compõem a Licenciatura em matemática do IFSP São Paulo, por contribuírem em grande escala com minha formação pessoal e profissional. Em específico, agradeço primeiramente ao Prof. Dr. Rogério Ferreira da Fonseca, meu orientador, pela atenção, carinho, paciência e competência, às Professoras Mariana Baroni e Carla Souto pelo cuidado e atenção em cada detalhe deste trabalho e finalmente, às professoras Vânia Flose e Gabriela Moraes pela atenção e companheirismo durante o estágio supervisionado, onde foi despertado meu interesse em estudar o tema abordado neste trabalho. E também aos professores Graziela e Amari, por participarem da banca examinadora deste trabalho, contribuindo para o aperfeiçoamento do mesmo.

RESUMO

No presente trabalho será abordado um dos aspectos relacionados ao ensino da matemática, mais especificamente, o ensino e a aprendizagem dos números racionais. É relevante fazer uma breve análise a respeito do que é necessário que o aluno do ensino fundamental aprenda em relação aos números racionais, quais conhecimentos ele deve ter sobre o assunto como base para seguir adiante em seus estudos e também para exercer sua cidadania. Para tal, serão tomadas como base as orientações contidas nos Parâmetros Curriculares Nacionais e as concepções relacionadas aos números racionais, abordadas em pesquisas desenvolvidas no âmbito da Educação Matemática. Analisam-se aqui alguns materiais de apoio utilizados nas escolas estaduais e municipais do estado de São Paulo, em especial os **Cadernos de apoio e aprendizagem** do 6º ano, da rede municipal de educação e o **Caderno do aluno** do 6º ano do Governo do Estado de São Paulo. Assim, o principal objetivo do trabalho é analisar como são abordados os números racionais nestes materiais. Como conclusão indica-se o desnivelamento, ou seja, uma ausência de padrão quanto à forma de ensino dos números racionais entre os materiais de apoio utilizados nas escolas municipais e estaduais de São Paulo.

Palavras-chave: números, frações, números racionais, números decimais, material de apoio.

THE TEACHING OF RATIONAL NUMBERS IN SUPPORT MATERIAL FROM 6º GRADE IN PUBLIC SCHOOLS FROM *SÃO PAULO* CITY

ABSTRACT

This paper discusses one of the aspects related to mathematics teaching, more specifically, the teaching and learning of rational numbers. It is relevant to do a brief review of what is needed for students of basic- education, *Ensino Fundamental II*-6º grade, to learn relating to rational numbers. In addiction, what basic knowledge they must acquire about this subject in order to move forward with their studies and be able to exercise their citizenship. The guidelines related to rational numbers and its concepts proposed in the National Curriculum Guidelines mentioned in researches conducted previously on mathematical education support this research. The main objective of this work is to analyze how rational numbers are presented in learning units in **Cadernos de apoio e aprendizagem** for *Ensino Fundamental II*- 6º grade-, developed by the Municipal Education Board and **Caderno do aluno** for **Ensino Fundamental II**-6º grade, developed by the Educational Board of the State of São Paulo. In conclusion is indicated the high difference, in other words, the absence of a standard as to how the teaching of rational numbers between the support materials used in municipal and state schools of Sao Paulo.

Keywords: numbers; fraction; rational numbers, decimal numbers, support materials.

LISTA DE FIGURAS

Pág.

SUMÁRIO

Pág.

1 INTRODUÇÃO

Após notar divergências no que parece ser considerado importante no ensino dos números racionais no ensino médio, percebe-se que se faz necessária uma releitura daquilo que o aluno deve ter de conhecimento em relação a esse assunto, baseando-se em seus diferentes significados e representações.

Apesar dos avanços nas pesquisas acerca do ensino da matemática, o ensino dos números racionais continua sendo caracterizado pela aprendizagem mecânica de algoritmos para resoluções de operações fundamentais, tornando-se um obstáculo aos professores que procuram construir um conhecimento concreto sobre números racionais, em específico, as frações. Sendo um desses obstáculos encontrados nas conversões de registros dos números racionais (MACHADO e MENEZES, 2008).

O objetivo deste trabalho é analisar os materiais de apoio adotados pelas escolas estaduais e municipais do estado de São Paulo no 6º ano, de forma a se observar e relacionar as concepções de parte-todo, de medida, de quociente, de razão e de operador, estudadas por SILVA (2005). E também as orientações indicadas nos Parâmetros Curriculares Nacionais (PCNs) relacionadas ao ensino e aprendizagem dos números racionais, apontando os objetivos, as justificativas e as metodologias utilizadas nas diversas abordagens desses números na Educação Básica. Para isso é importante também conhecer o que se espera que os alunos tenham de conhecimentos prévios, ao iniciar o processo de aprendizagem dos números racionais.

O 6º ano foi escolhido por se tratar de uma série de transição do aluno do ensino fundamental I para o ensino fundamental II, que antecede o ensino médio. Apenas como esclarecimento, ressalta-se que atualmente são utilizadas diversas denominações para o 6º ano, como a antiga 5ª série e também, terceiro ciclo do ensino fundamental. Ao longo deste trabalho será adotada como denominação de tal série, o termo “6º ano”.

Os principais elementos motivadores da escolha do tema se devem primeiramente ao fato de não haver, nas literaturas utilizadas como apoio[1] no ensino dos números racionais, um consenso do que deve ser ensinado a respeito e como deve ser abordado tal tema. Assim, podem ocorrer alguns equívocos, por exemplo, enfatizar os algoritmos e as operações com os números racionais e negligenciar seus diferentes significados e representações, conforme indicado por Machado e Menezes (2008).

O segundo elemento motivador se dá pelo fato de que diversos estudos científicos apontam as dificuldades dos estudantes em relação à aprendizagem dos números racionais. Essas dificuldades são encontradas em aspectos relacionais e instrumentais a respeito desses números (Silva, 2005; Machado e Menezes, 2008; Skemp, 1976).

Outro fator que está implicitamente relacionado a tais dificuldades refere-se às diferentes representações dos números racionais, que quando não bem trabalhadas podem confundir e dificultar o aprendizado dos estudantes (DAMM, 2010).

Para atingir o objetivo apresentado, divide-se o trabalho em três capítulos. O primeiro capítulo apresenta a motivação para abordar o ensino e a aprendizagem dos números racionais no 6º ano, o segundo capítulo traz a metodologia utilizada para a análise dos itens citados, o terceiro capítulo apresenta a análise dos materiais de apoio adotados pelas escolas estaduais e municipais. Por fim, são feitas algumas considerações como conclusões finais.

[1] Neste trabalho, entendem-se como materiais de apoio, livros, artigos, apostilas, entre outros.

2 POR QUE ESTUDAR O ENSINO DOS NÚMEROS RACIONAIS NO 6º ANO?

Sendo o 6º ano considerado uma fase de transição do aluno para um novo ciclo, há diversos reflexos do ensino vivenciado nas séries iniciais, reflexos estes que podem ser tanto positivos como negativos.

No ensino dos números racionais, uma das grandes dificuldades encontradas está justamente no fato do aluno não ter conhecimentos consolidados do que antecede o conteúdo no 6º ano, pois muitas vezes o próprio professor não teve, em sua formação, acesso a uma efetiva aprendizagem do conteúdo que deverá ensinar. Neste caso, os números racionais (BUKOWITZ, 2008).

A problemática acima foi abordada no artigo “Uma abordagem geométrica à compreensão dos números racionais” de Bukowitz (2008). As conclusões dessa pesquisa tiveram como base os resultados e motivações de oficinas realizadas com alunos do curso de pedagogia, por meio de diálogos e observações.

O que motivou a realização do trabalho de Bukowitz (2008) foi uma análise dos resultados obtidos em avaliações realizadas pelo Instituto Nacional de Estudos e Pesquisas Educacionais – INEP, em que se observaram resultados não tão favoráveis em turmas de 4ª série do ensino fundamental (atual 5º ano do ensino fundamental I). Fazendo um breve comentário em relação ao assunto, Bukowitz (2008), diz ser necessário que haja um melhor aproveitamento dos alunos nesse momento do ensino, uma vez que os conteúdos abordados nas séries iniciais servirão de base nos próximos anos.

No entanto, nem mesmo os professores tiveram experiências adequadas em relação aos números racionais enquanto alunos do ensino fundamental e médio e, mais tarde no ensino superior, impossibilitando-os de realizar com segurança atividades que envolvam resolução de problemas e investigação em matemática, fazendo com que muitos exercícios não sejam trabalhados em sala de aula, uma vez que esses professores não tiveram acesso às diversas abordagens desses números (Bukowitz, 2008).

A formação do educador não deve ser responsável apenas em torná-lo alguém com grande domínio das disciplinas, mas também alguém que possa proporcionar aos alunos o aprendizado de conteúdos matemáticos, destacando entre esses conteúdos, os números racionais (Bukowitz, 2008, *apud* IMBERNÓN, 2001, p. 44).

Outro aspecto relevante na pesquisa realizada por Bukowitz (2008), refere-se ao fato de que o estudo foi baseado na concepção de conhecimento, uma vez que está intimamente ligada às estruturas teóricas, a fatos e à construção dos conhecimentos matemáticos, com uma tentativa de fazer com que os graduandos renovem suas concepções e práticas em relação ao ensino-aprendizagem da matemática (Bukowitz, 2008, p.08).

Durante a realização do projeto se destacaram alguns fatores que deixavam evidentes a razão da falta de motivação dos professores em ensinar números racionais, como a falta de conhecimento, além da resistência às mudanças. Na maioria dos casos, os professores deixam de inserir as modificações trazidas pelos livros didáticos em suas aulas (Bukowitz, 2008, p.09).

Ao analisar alguns depoimentos durante a realização da pesquisa, se fez necessária uma abordagem sobre fração, uma vez que este tema é de extrema importância na fundamentação de muitos conteúdos matemáticos, entre eles, razão e proporção. No entanto, pesquisas citadas pela autora indicam que o estudo de frações vem diminuindo gradativamente, devido à utilização de computadores e calculadoras, que trabalham com representações decimais (Bukowitz, 2008, p.10).

Porém, o que se observa na educação básica é o excesso de cálculos fracionários, uma vez que o que se pôde verificar foi professores no papel de repassadores da informação, sem a preocupação em construir algum conhecimento com sentido investigativo, sem despertar a curiosidade e o senso crítico dos alunos (Bukowitz, 2008, p.10).

Outra problemática observada está relacionada à questão do professor não se preocupar ou desconhecer conceitos básicos, como resolução de expressões numéricas com números naturais, que podem envolver as quatro operações fundamentais[1], não respeitando a ordem de resolução de tais cálculos. Semelhante problema pode refletir no entendimento de novos conteúdos, como expressões numéricas que envolvem frações, possivelmente gerando maior dificuldade de entendimento por parte dos alunos. Além do mais, não é importante que o professor somente saiba resolver problemas, mas é importante que consiga explicitar o conhecimento inserido na atividade (Bukowitz, 2008, p. 09, *apud* SERRAZINA, 2003, p. 68).

Pesquisas mostram que após tantos estudos em relação ao ensino dos números racionais, pouca coisa mudou. Destacando-se o fato dos alunos não saberem o conceito de fração e sua aplicação ao cotidiano, além da divisão como origem dos problemas relacionados à fração, uma vez que os alunos a calculam mecanicamente. Acrescentando-se ainda, o fato de estarem condicionados a responder questões de forma automática, sendo levados a errar (Bukowitz, 2008, p.11, *apud* D'AMBRÓSIO e CAMPOS, 1991).

Algumas atividades investigativas foram propostas aos alunos de pedagogia durante as oficinas, sendo de três naturezas distintas: agrupamentos e deslocamentos de peças, realizada com a utilização de tampinhas de garrafas PET; equivalência de frações, trabalhada com dobraduras, e situações- problema com utilização da malha quadriculada, em que foram trabalhados, simultaneamente, geometria e números racionais (Bukowitz, 2008, p.11).

Com isso pôde-se concluir que esses tipos de atividades proporcionam maior interesse do aluno, fazendo com que ele participe de forma ativa das aulas, criando questionamentos e obtendo um conhecimento mais concreto sobre os números racionais (Bukowitz, 2008, p.13).

Um dos mais importantes resultados desse trabalho foram mudanças de concepções dos alunos de pedagogia a respeito dos conceitos matemáticos, que se sentiam limitados pela falta de conhecimento e também a possibilidade de relação e favorecimento do ensino da matemática (Bukowitz, 2008, p.13).

[1] Adição, subtração, multiplicação e divisão

A seguir apresenta-se um resumo de algumas orientações dos Parâmetros Curriculares Nacionais (PCNs) de Matemática, referentes ao 6º ano, sobre o que deve ser ensinado e os objetivos que devem ser alcançados a respeito dos números racionais.

2.1. Números Racionais nos Parâmetros Curriculares Nacionais

No bloco intitulado *Números e Operações*, como proposta central, são designadas aos alunos do 6º ano situações-problema que possibilitam o desenvolvimento do sentido numérico e os significados das operações, bem como conteúdos relacionados ao desenvolvimento histórico dos números (PCNs, 1998, p. 66).

Os conteúdos relacionados aos números racionais, quando bem formulados, podem favorecer a compreensão dos alunos sobre as regras dos sistemas numéricos, possibilitando o entendimento sobre a necessidade da existência de outros números, além dos números naturais (PCNs, 1998, p. 66).

Tais números apareceram ao longo do sexto ano, em conteúdos como múltiplo e divisor de um número natural, números primos, etc. No entanto, a necessidade de conhecimento sobre esses assuntos se torna ainda mais evidente durante o estudo dos números racionais (PCNs, 1998, p. 66).

O estudo dos números racionais, no terceiro ciclo, deve ser direcionado basicamente em suas representações fracionária e decimal, sendo mais importante a exploração de significados como a relação parte-todo, quociente, razão e operador[1]. Sua importância está no fato de que as situações- problema que envolvem estes significados como, por exemplo, representantes dos números racionais junto ao conjunto dos números naturais e inteiros permitem ao aluno a ampliação do sentido operacional que se desenvolve junto à compreensão do que são números (PCN, 1998, p. 68).

Outro importante tópico relacionado aos números racionais é o que aborda as leis de proporcionalidade, presentes no cotidiano, uma vez que o desenvolvimento do

[1] Na seção 3.1, referencial teórico, as relações de parte-todo, quociente, razão e operador são explicados de forma mais detalhada.

raciocínio proporcional é importante na interpretação das situações do mundo real. Assim, se torna necessária a exploração de problemas que façam os alunos predizerem soluções que envolvam tanto aspectos qualitativos como quantitativos, questionando-se, não só na escola, mas em sua vida cotidiana, se determinadas relações fazem sentido (PCN, 1998, p. 69).

No momento da aprendizagem pós segundo ciclo, o aluno já possui condições de perceber as diferentes representações de um número e de melhor compreender as relações entre as representações decimais e fracionárias, frações equivalentes, percentuais e até mesmo a notação científica, que muitas vezes é esquecida de ser citada como conteúdo integrante relacionado aos números racionais.

Os PCNs trazem ainda uma seção com conteúdos direcionados ao “Tratamento da Informação”, que favorecem a interdisciplinaridade entre a matemática e as demais disciplinas abordadas no terceiro ciclo além dos temas transversais[1]. Tais conteúdos são importantes para que o aluno os compreenda como essenciais a constituição de atitudes críticas perante as questões sociais, políticas, culturais e científicas da atualidade (PCN, 1998, p. 70).

Na seção “Conceitos e Procedimentos” são mencionadas as capacidades consideradas necessárias de serem alcançadas pelos alunos em relação aos números racionais durante o 6º ano. São estas:

- compreensão do sistema de numeração decimal, identificando o conjunto de regras e símbolos que o caracterizam, e extensão das regras desse sistema para leitura, escrita e representação dos números racionais na forma decimal (PCN, 1998, p. 71);

- reconhecimento de números racionais em diferentes contextos cotidianos e históricos e exploração de situações-problema em que indicam relação de parte/todo, quociente, razão ou operador (PCN, 1998, p. 71);

---

[1]São considerados temas transversais: Ética, Meio Ambiente, Pluralidade Cultural, Saúde, Orientação Sexual, Trabalho e Consumo.

- análise, interpretação, formulação e resolução de situações-problema, compreendendo os diferentes significados das operações, envolvendo números naturais, inteiros e racionais, reconhecendo que diferentes situações-problema podem ser resolvidas por uma única operação e que, eventualmente, diferentes operações podem resolver um mesmo problema (PCN, 1998, p. 71);

- cálculos (mentais ou escritos, exatos ou aproximados) envolvendo operações com números naturais, inteiros e racionais, por meio de estratégias variadas, com compreensão dos processos nelas envolvidos, utilizando a calculadora para verificar e controlar resultados (PCN, 1998, p. 71);

- resolução de situações-problemas que envolvem a ideia de proporcionalidade, incluindo cálculos com porcentagens, pelo uso de estratégias não-convencionais (PCN, 1998, p. 72);

- utilização de instrumentos de medida, como régua, escalímetro, transferidor, esquadro, trena, relógios, cronômetros, balanças para fazer medições, selecionando os instrumentos e unidades de medida adequadas à precisão que se requer, em função da situação-problema (PCN, 1998, p. 72).

No último tópico fica implícito que os alunos tenham bem estruturado o conhecimento sobre os números racionais, para ter a capacidade citada, desenvolvida.

Diante do que foi exposto até aqui, acredita-se ser relevante conhecer de que forma alguns materiais didáticos utilizados como apoio ou referência em escolas públicas abordam os números racionais, em especial as diferentes representações e concepções a respeito de tais números.

3 PROCEDIMENTOS METODOLÓGICOS E REFERENCIAIS TEÓRICOS

As observações citadas neste trabalho são baseadas em estudos bibliográficos, tendo ainda a característica de um estudo qualitativo, além disso, é um trabalho de cunho teórico pois não utiliza experimentos ou algum tipo de embasamento empírico.

Diante das orientações indicadas nos PCNs e dos resultados de pesquisas como a desenvolvida por Bukowitz (2008), é necessário fazer uma breve análise do material que é utilizado na educação básica, especificamente, na cidade de São Paulo.

Para realizar a análise proposta neste trabalho foram analisados o material de apoio utilizado nas escolas municipais e o material utilizado nas escolas estaduais, da cidade de São Paulo. Esses materiais direcionam os conteúdos que devem ser abordados pelo professor durante as aulas, em que professores e alunos possuem seus respectivos materiais. Esses materiais podem ser utilizados junto aos livros didáticos adotados pelas escolas ou pelo professor.

Como representante do material de apoio utilizado nas escolas municipais, foi analisado um livro da coleção “Cadernos de apoio e aprendizagem” do 6º ano. E como representantes do material utilizado nas escolas estaduais foram analisados os volumes, 1 e 3, da coleção “Caderno do aluno” do 6º ano.

O livro da coleção “Cadernos de apoio e aprendizagem” traz os seguintes temas relacionados aos números racionais: relação dos números racionais com medidas e estimação de medidas de comprimentos; localização de números racionais na reta numérica; sucessor de um número racional; comparação de números racionais nas formas, fracionária e decimal; aplicação dos números racionais na divisão de figuras; operações com números racionais; frações equivalentes; resolução de problemas com números racionais; porcentagens; multiplicação e divisão de números racionais nas representações, fracionária e decimal.

O “Caderno do aluno”, traz no volume 1 os seguintes temas relacionados aos números racionais: relação dos números racionais, na forma de representação fracionária, na construção do *Tangran*; relação dos números racionais com medidas de comprimento, frações equivalentes; fração de um número natural, relação dos números racionais com medidas de tempo e adição e subtração de números racionais, nas formas fracionárias e mista[1]. O volume 3 apresenta somente a relação entre Geometria e frações com utilização do geoplano ou de malhas quadriculadas.

3.1. Referenciais para análise dos materiais de apoio

Para a análise dos materiais de apoio tomaram-se como base algumas considerações realizadas por Silva (2005), tendo como objetivo expor e discutir as principais concepções que emergem acerca do ensino dos números racionais em relação a sua definição, formas de registros e operações.

É importante citar que o termo *concepção* se refere a um ponto de vista sobre um determinado objeto. Sendo entendido como um modelo desenvolvido pelo pesquisador para analisar situações de ensino e comportamentos cognitivos dos alunos, permitindo interpretações, previsões e construção de novos modelos de análise (MACHADO e MENEZES, 2008, p.07 *apud* ARTIGUE, 1990).

As concepções analisadas no trabalho de Silva (2005) e que serão tomadas como base para as análises dos materiais de apoio, são as seguintes: concepção de parte-todo, concepção de medida, concepção de quociente, concepção de razão e concepção de operador.

A seguir estão alguns esclarecimentos sobre cada concepção, seguidos dos modelos de exercícios propostos associados a cada uma delas.

A concepção de parte-todo, normalmente, é a primeira a ser apresentada aos alunos quando se inicia o processo de ensino de frações, além de ser a base das outras concepções existentes sobre os números fracionários, (Silva, 2005, p.106).

A noção de parte-todo surge da ação de dividir uma grandeza contínua em partes equivalentes ou uma grandeza discreta em partes iguais, assumindo duas principais

[1] Linguagem mista é a representação de um número decimal constituída por números naturais e escrita por extenso.

formas de registro: simbólica (a/b) e figural, ou ainda os dois associados, (Silva, 2005, p.106).

Ao expor a noção de parte-todo ao estudante, é importante que ele saiba interpretar o significado de tal expressão, sendo o *todo*, a parte inteira da grandeza em questão e a *parte* , uma partição da mesma, (Silva, 2005, p.107).

Ainda a respeito da noção parte-todo, no registro de representação a/b, surge também a necessidade de deixar evidente quem é o numerador e quem é o denominador, com seus respectivos significados. Sendo, portanto, o denominador o responsável por indicar em quantas partes o inteiro está sendo dividido e o numerador o responsável por indicar quantas partes do inteiro estão sendo consideradas, sendo que este não pode ser maior que o denominador, pois a fração representa no máximo um inteiro (Silva, 2005, p.107).

Portanto, ocorre um incomodo quando se passa a ter algo do tipo “7/5”. Muitas vezes a ideia de se ter algo além de uma unidade inteira causa conflito no entendimento do aluno, então é importante recorrer à representação figural, (Silva, 2005, p.107).

Na concepção parte-todo o modelo de exercício central é a identificação da parte de um inteiro, que exige um trabalho de dupla contagem, sendo importante considerar a natureza do inteiro e como ele pode ser dividido (Silva, 2005, p.107).

Para que haja melhor compreensão dos aspectos citados, foram analisados no trabalho de Silva (2005) alguns exercícios que associam o raciocínio em questão, mas que exigem representações figurais. Os exercícios consistem na identificação do número fracionário correspondente a uma figura apresentada (Silva, 2005, p.108).

Nesse modelo de exercício é necessário apresentar diferentes figuras manipuláveis, que contribuem para a construção de diferentes técnicas de obtenção da fração representada (Silva, 2005, p.108).

O esquema apresentado na figura 1 mostra a técnica relacionada a cada item do exercício.

Apenas exercícios relacionados a comprimentos e superfícies foram analisados, pois são mais abrangentes e as conclusões obtidas podem ser aplicadas a outras grandezas.

A dificuldade encontrada na concepção parte-todo aplicada na educação básica ocorre porque, na maioria das vezes a única ideia que se associa ao seu ensino é a técnica de dupla contagem (Silva, 2005, p.110).

Observa-se no esquema da figura 1 que existem diversas técnicas associadas a semelhante concepção, no entanto os alunos, na maioria das vezes, são orientados pelo professor a procurar dividir a figura em partes iguais, sendo induzidos ao erro, pois a utilização da dupla contagem nem sempre é necessária, além de dificultar o entendimento e a solução de situações em que o numerador é maior que o denominador (Silva, 2005, p.110).

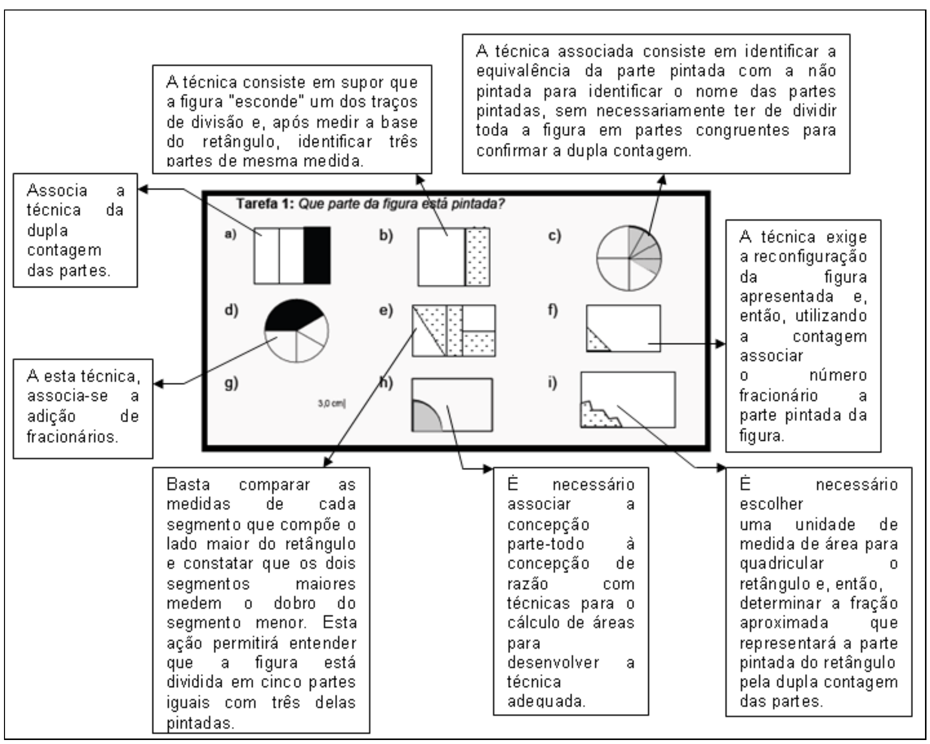


Figura 1 – Técnicas para a resolução de situações envolvendo a concepção parte-todo.

Nas situações relacionadas à concepção parte-todo, representadas por meio de frações, é importante que o aluno consiga enxergá-las como um quociente e não simplesmente como uma representação fracionária de um número, sem se atentar ao significado de cada parte dessa fração (Silva, 2005, p.111).

Além dos exercícios mencionados na figura 1, foram propostos outros exercícios com diferentes objetivos, como: escrever uma representação simbólica em forma de fração utilizando a técnica da dupla-contagem associada à ideia de parte-todo; escrever a partir da representação simbólica de diversos tipos de objetos a fração que representa um determinado objeto; dividir uma figura utilizando suas diagonais para então determinar a fração associada a ela; compor inteiros e determinar fracionários, associando as áreas das figuras que compõem uma figura maior, por exemplo, e por fim reconstituir um inteiro, neste caso não se tem apenas uma solução correta (Silva, 2005, p.112).

Tais exemplos de atividades não admitem nenhuma técnica de resolução pré-determinada, pois dependem de um valor conveniente à unidade inteira, sendo necessário que a fração seja um múltiplo do denominador para que então, seja associada a ela alguma técnica de resolução, que por sua vez depende de uma manipulação adequada da figura. Caso contrário, novas técnicas surgirão, uma vez que qualquer alteração na técnica de resolução escolhida pode gerar uma nova técnica que se associa a outro modelo de atividade (Silva, 2005, p.118).

A segunda concepção a ser esclarecida é a concepção de medida, que surge da necessidade de utilização dos números racionais ao se trabalhar com medidas, visto que os números naturais não dão conta de tratar todos os possíveis resultados encontrados em medições de comprimento.

Os exercícios associados à concepção de medida podem exigir a utilização de três objetos distintos: a reta numérica, com a origem e o sentido arbitrários e determinados; o número fracionário 1/b indicando que a unidade escolhida foi dividida em b partes, e assim permite a medição desta unidade deixando evidente a ideia de parte-todo, e o número fracionário a/b que representará o resultado da medição realizada (Silva, 2005, p.118).

A essa concepção estão associados quatro tipos de exercícios, com os seguintes objetivos: determinar medidas de comprimento de um objeto. Atividade para a qual é importante que haja um instrumento de medição, como régua milimetrada, tira de papel, entre outros, permitindo assim uma comparação entre o instrumento de medição utilizado e o objeto que está sendo medido. (Silva, 2005, p.118).

Nesse tipo de atividade é importante que o aluno perceba que a quantificação do comprimento medido depende do objeto de medição utilizado; determinar medidas em segmentos divididos em partes iguais, sendo necessária a utilização da dupla-contagem e, consequentemente, a concepção de parte-todo; determinar medidas em segmentos não divididos em partes de mesma medida sendo importante que se faça uma nova divisão das partes, permitindo então a utilização da dupla-contagem; reconstituição da unidade, que é caracterizada por uma situação em que a medida de parte de um objeto é conhecida e a partir dela torna-se necessário fazer as operações matemáticas exigidas para encontrar o valor do comprimento do objeto (Silva, 2005, p.119).

Assim, é possível afirmar que a concepção de medida, do ponto de vista da aplicação dos exercícios citados, auxilia no entendimento dos números fracionários maiores que 1, causando nos alunos a necessidade de utilização dos números mistos, além de auxiliá-los no que diz respeito às frações equivalentes, uma vez que são abordadas diferentes formas de divisão de um mesmo inteiro, ou ainda como uma maneira de se revisar os conceitos anteriores (Silva, 2005, p.120).

A terceira concepção a ser comentada é a concepção de quociente, que está associada a exercícios que tratam de distribuição de grandezas. O registro de representação *a/b* representa o resultado de uma distribuição, indicando que *a* foi dividido em *b* partes. Nesse caso, *a* e *b* podem se referir a grandezas diferentes, sendo a divisão a operação responsável por atender às necessidades ocasionadas pelas atividades relacionadas a tal concepção. Por isso, quando variáveis discretas são trabalhadas os números naturais são suficientes. No entanto, as variáveis contínuas necessitam da representação a/b, (Silva, 2005, p.120).

Nesses dois casos a divisão pode assumir dois aspectos distintos: o partitivo, relacionado às situações em que se têm determinadas a quantidade de inteiros e a quantidade de partes em que se quer dividi-los, e é questionado o tamanho dessas partes, e ainda o aspecto de cotas, que ao invés de serem conhecidas as quantidades de partes em que o inteiro foi dividido, somente o tamanho das partes é conhecido, além de ser questionada a quantidade de divisões possíveis de serem feitas (Silva, 2005, p.121).

A essa concepção estão associados os modelos de exercícios com os seguintes objetivos: distribuir igualmente *x* objetos em um número *y* de partes, em que é possível observar a presença do aspecto partitivo e associar a essas variáveis técnicas que envolvem a concepção parte-todo; distribuir igualmente *x* objetos de acordo com uma cota dada a partir de uma fração determinada em que é preciso determinar a quantidade de frações, com essa mesma medida, que completam certa quantidade de unidades inteiras (Silva, 2005, p.121).

A quarta concepção a ser citada é a concepção de razão, que diferentemente das outras concepções relacionadas aos números racionais, não consiste na utilização da partição de grandezas inteiras, mas a comparação entre as medidas de grandezas, podendo ser representada na forma a/b ou a: b, com sentido comparativo e não o sentido trazido pela concepção de quociente, sem necessariamente assumir um caráter numérico (Silva, 2005, p.126).

Nesse caso há uma mudança de raciocínio, ao invés de uma razão tem-se uma proporção, representada por a/b=c/d, envolvendo a equivalência de frações, em que mudanças nos valores de qualquer uma das variáveis implicarão na alteração da variável relacionada a ela, sendo facultativa a obrigatoriedade dessas variáveis serem da mesma natureza, tanto em variáveis contínuas como em discretas. Além disso, existem três possíveis relações entre as grandezas: todo - todo, parte - parte e parte-todo, sendo a comparação feita entre as quantidades citadas em cada caso (Silva, 2005, p.127).

Em relação a essa concepção é possível realizar exercícios de três naturezas distintas, com os seguintes objetivos: determinar uma razão, sendo esses exercícios aplicados em situações que envolvem ampliação ou redução de figuras, relacionando a medida das partes de um objeto, a determinação de escalas e a semelhança de figuras[1](Silva, 2005, p.127).

Pode-se ainda relacionar a concepção de razão a exercícios que envolvem o cálculo de velocidade, a partir da relação entre distância e tempo, podendo também ser registrado na forma decimal (Silva, 2005, p.128).

Finalmente, aparecem as situações que envolvem quantidade de elementos, apresentando os seguintes objetivos: determinar o valor desconhecido de uma fração em que são apresentadas quatro informações, que não são necessariamente relativas à mesma grandeza, das quais uma é desconhecida, porém, de mesma grandeza de uma das três informações dadas, podendo ser encontrada através do quociente da razão estabelecida pelo método da regra de três, ou ainda através da comparação de quantidade das grandezas envolvidas (Silva, 2005, p.129).

Outro modelo de exercício, também baseado em situações que envolvem quantidade de elementos, é a que estabelece comparação de razões, que consiste em estabelecer razões equivalentes às razões dadas e comparar o valor destas (Silva, 2005, p.129).

Em todas as atividades citadas é preciso estar atento ao manuseio que os alunos podem fazer, dependendo da forma de registro utilizada (Silva, 2005, p.130).

É importante que o planejamento e a instrução sejam passados cuidadosamente aos alunos, para que não seja utilizado o registro de representação de um número racional que deveria ser aplicado a um determinado exercício em outro, sendo assim o aluno induzido ao erro (Silva, 2005, p.130).

Por fim segue a concepção de operador em que o número fracionário assume a função de modificador do valor da grandeza. São citados a seguir os objetivos dos exercícios que se aplicam a tal concepção: transformar grandezas pela ação de um operador fracionário, sendo que a partir das medidas de um modelo estabelecido

[1] No caso de semelhança de figuras, sua justificativa é dada pelo Teorema de Tales.

(figura, objeto, etc.) um operador fracionário irá determinar uma nova figura semelhante e proporcional à primeira, assimilando a esse exercício a concepção de razão (Silva, 2005, p.130).

É importante citar que no caso de grandezas contínuas o operador terá a função de reduzir as medidas quando o numerador for menor que o denominador, e aumentá-las quando o numerador for maior que o denominador (Silva, 2005, p.130).

Outro objetivo é transformar grandezas pela ação de dois operadores fracionários. Os exercícios que seguem esse modelo são importantes para os alunos porque esclarecem as dúvidas que ficam após o contato com exercícios em que ocorre a ação de um operador fracionário sobre um inteiro. Nesse caso ocorre a ação de um operador fracionário sobre outro operador fracionário, sendo essa ação associada à operação de multiplicação (Silva, 2005, p.131).

Em seguida, tem-se a determinação de um operador que faz uma transformação pré-estabelecida. Nesse caso é preciso analisar a situação e encontrar o operador fracionário relacionado ao valor central que faz com que todos os valores necessitem ser alterados, além de ser utilizado para modificar todos os outros valores envolvidos na situação, a partir da primeira (Silva, 2005, p.131).

Quando o objetivo do exercício é a comparação de operadores, cabe aos alunos determinar todos os possíveis operadores que podem levar a um mesmo valor inteiro, ou seja, passar do estado inicial à outro inteiro e chegar ao estado final. Nesse caso observa-se a equivalência entre tais operadores. Na comparação dos estados iniciais e finais, um mesmo operador levará valores inteiros proporcionais a valores finais proporcionais, sendo assim outro objetivo (Silva, 2005, p.131).

Na determinação do operador que desfaz uma ação, pode-se perceber que fazendo a operação inversa, ou seja, partindo do valor final, é preciso multiplicá-lo pelo inverso do operador fracionário utilizado para chegar até ele, para então chegar ao valor inicial (Silva, 2005, p.132).

Quando se trata de determinar operadores que não modificam o estado inicial de uma grandeza, os exercícios que seguem esse perfil são utilizados para mostrar que alguns operadores são equivalentes ao elemento neutro da multiplicação, uma vez que não causam alteração no valor inicial (Silva, 2005, p.132).

Outro objetivo a ser citado é a determinação do operador que substitui a ação de vários operadores, que consiste em determinar operadores para o operador fracionário de um determinado valor inicial de maneira que o leve para o mesmo valor final, ou seja, nesse caso o operador fracionário é quem sofre a alteração feita por outro operador (Silva, 2005, p.133).

Por fim, aparece a determinação da porcentagem de uma quantidade. Nesse caso é preciso utilizar a equivalência de razões, através da regra de três ou através do operador fracionário, favorecendo um cálculo mais simplificado. Embora as porcentagens recebam tratamento de “razão”, elas de fato funcionam como operadores, uma vez que modificam o estado inicial de uma grandeza, levando-o ao estado final (Silva, 2005, p.134).

Diante dessas concepções, é importante que se verifique os modelos de exercícios propostos nos materiais de apoio utilizados nas escolas municipais e estaduais da cidade de São Paulo. Atentando-se a pontos importantes, como os próprios modelos de exercícios, a quantidade de exercícios propostos relacionados às concepções mencionadas e a forma de abordagem desses exercícios.

4 ANÁLISE DOS MATERIAIS DE APOIO UTILIZADOS NAS ESCOLAS MUNICIPAIS E ESTADUAIS DA CIDADE DE SÃO PAULO

Optou-se por apresentar primeiramente os exercícios do livro da coleção “Cadernos de apoio e aprendizagem” e em seguida os exercícios dos livros da coleção “Caderno do Aluno”. Descrevendo os exercícios relacionados aos números racionais contidos nos materiais de apoio, descrevendo-os e apresentando alguns detalhes necessários para a análise.

O material da coleção “Cadernos de apoio e aprendizagem”, traz inicialmente uma proposta de revisão e aprofundamento de conceitos básicos relacionados aos números racionais, junto à conversão das formas de registros desses números, como mostra a figura 2.

Nesta Unidade, você vai rever e aprofundar conhecimentos sobre os números racionais nas representações fracionária e decimal, e estabelecer relações entre elas. Vai comparar, ordenar, ler e escrever números racionais na forma decimal e localizá-los na reta numérica.

ACERVO SVMA

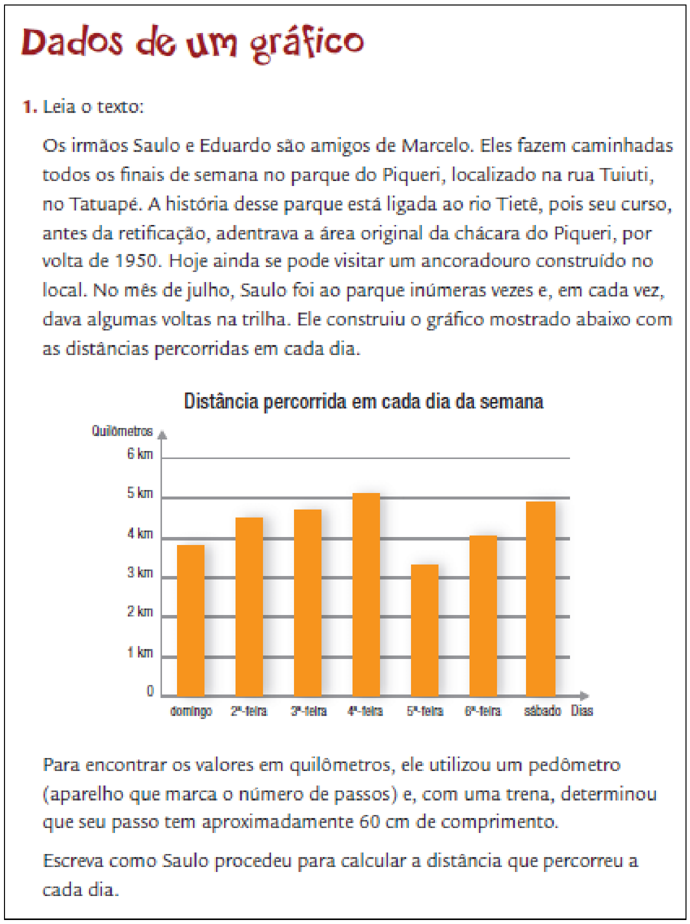
Parque do Piqueri

Você ainda vai trabalhar com formas geométricas bidimensionais, descrever suas características e utilizar nomenclatura própria. Obterá medidas de diversas grandezas por meio de estimativas e aproximações e tomará decisões quanto a resultados razoáveis de acordo com a situação-problema. Explorará alguns instrumentos, como régua, trena, transferidor e balanças para fazer medições.

Figura 2 – Proposta inicial de estudo
Fonte: Cadernos de apoio e aprendizagem: Matemática (2010, p.5).

Com isso, espera-se que as principais concepções relacionadas aos números racionais e as respectivas atividades, indicadas por Silva (2005) e também citadas nos PCNs sejam exploradas.

Na figura 3 é apresentada a situação no qual o livro inicia o conteúdo dos números racionais:



Dados de um gráfico

1. Leia o texto:

Os irmãos Saulo e Eduardo são amigos de Marcelo. Eles fazem caminhadas todos os finais de semana no parque do Piqueri, localizado na rua Tuiuti, no Tatuapé. A história desse parque está ligada ao rio Tietê, pois seu curso, antes da retificação, adentrava a área original da chácara do Piqueri, por volta de 1950. Hoje ainda se pode visitar um ancoradouro construído no local. No mês de julho, Saulo foi ao parque inúmeras vezes e, em cada vez, dava algumas voltas na trilha. Ele construiu o gráfico mostrado abaixo com as distâncias percorridas em cada dia.

Para encontrar os valores em quilômetros, ele utilizou um pedômetro (aparelho que marca o número de passos) e, com uma trena, determinou que seu passo tem aproximadamente 60 cm de comprimento.

Escreva como Saulo procedeu para calcular a distância que percorreu a cada dia.

Figura 3 – Situação-problema envolvendo gráfico.
Fonte: Cadernos de apoio e aprendizagem: Matemática (2010, p.6).

Nota-se, primeiramente, a relação entre a matemática e tema transversal, como sugerido pelos PCNs (1998, p. 70), além de, ao fim da situação-problema apresentada, propor ao aluno uma atividade investigativa relacionada à estimativa de valores numéricos.

Analisando o conteúdo referente aos números racionais, é possível notar que em todas as medições há resultados "não exatos" que geram a necessidade de utilizar valores que não são encontrados no conjunto dos números naturais, uma vez que estes representam somente quantidades inteiras. Acrescenta-se que a concepção explorada nessa atividade é a de medida, conforme o que foi descrito anteriormente.

Após a situação-problema apresentada na figura 3 são colocados questionamentos referentes à comparação de distâncias, sendo essas comparações feitas de modo que os alunos tomem como referência valores associados aos números naturais, passando a verificar as grandezas aproximadas de números contidos entre os intervalos de tais grandezas representadas por números naturais (Cadernos de apoio e aprendizagem: Matemática, 2010, p.07).

Em seguida, na figura 4, há um segundo modelo de exercício proposto sobre o tema em questão, ou seja, estimativa de valores desconhecidos:

1. Saulo estava caminhando com Eduardo pelo parque, quando avistaram Pedro, de 11 anos de idade, próximo a duas árvores e um arbusto, como mostrados na figura. Consideraram que o arbusto devia medir aproximadamente 1 metro e fizeram, então, uma estimativa da altura do menino e das árvores.

Estime, você também, essas alturas.

Figura 4 – Situação envolvendo estimativa de medidas.
Fonte: Cadernos de apoio e aprendizagem: Matemática (2010, p.8).

2. Eles decidiram voltar para casa e sabiam que precisariam andar 15 quarteirões. Estime a distância que eles precisaram percorrer para chegar em casa.

Figura 5 – Enunciado envolvendo estimativas de medidas.
Fonte: Cadernos de apoio e aprendizagem: Matemática (2010, p.8).

Nessas duas atividades, é esperado que os alunos desenvolvam sua capacidade de associar as concepções de medida e parte-todo descritas por Silva (2005), na determinação de valores desconhecidos, uma vez que é solicitado aos alunos compararem diferentes medidas. No entanto, em um primeiro momento, é preciso que o professor atente os alunos a observar os tipos de grandezas que aparecem na atividade, uma vez que a atividade envolve grandezas diferentes, que podem passar despercebidas pelos alunos.

A seguir, na figura 6, é apresentado o conteúdo que será abordado nos exercícios seguintes.

Localização de número racional na reta numérica

Você já sabe comparar números racionais representados na forma decimal e localizar números naturais na reta numérica. Agora, você vai ampliar esse conhecimento, identificando e localizando um número racional na reta numérica.

Figura 6 – Localização dos números racionais na reta numérica.
Fonte: Cadernos de apoio e aprendizagem: Matemática (2010, p.8).

Nessa seção são colocados alguns modelos de atividades que correspondem à concepção de medida Silva (2005).

Tais atividades tomam como base a comparação de números racionais, representados na forma decimal. Essa comparação leva os alunos a estabelecerem qual o maior ou menor número, contidos em um intervalo numérico, atentando-se ao conhecimento que eles já possuem em relação aos números naturais, cujo ensino antecede o ensino dos números racionais.

Nas atividades 1 e 2, figura 7, observa-se a necessidade de tomar como referência a concepção parte-todo, porém, tendo em vista a união de vários "todos" que são os intervalos entre os números naturais presentes na régua milimetrada. Nesses casos, é importante que o aluno já saiba ordenar os números racionais, como foi colocado anteriormente, figura 6.

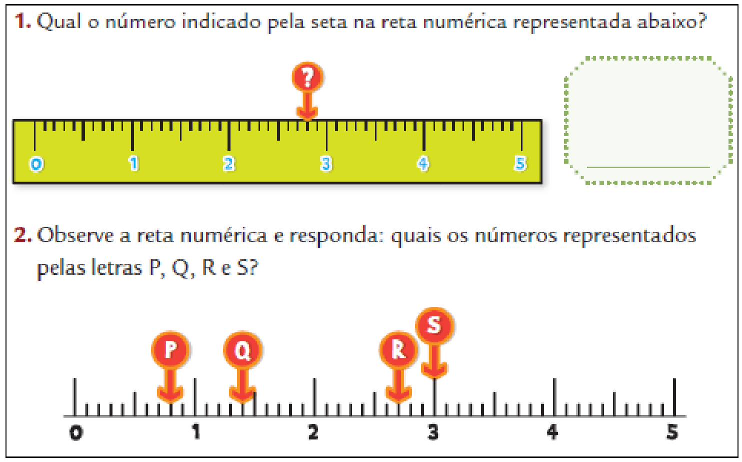


Figura 7 – Atividades de localização dos números racionais na reta numérica.
Fonte: Cadernos de apoio e aprendizagem: Matemática (2010, p.9).

A terceira atividade, figura 8, traz uma proposta em que o processo de resolução é o inverso do processo exigido nas atividades 1 e 2, figura 7. Dessa vez, os alunos possuem uma pequena quantidade de números e deve posicioná-los na régua milimetrada, que em todos os casos assume o papel de reta numérica. Nota-se nesse exercício a presença da concepção de parte-todo junto a técnica de dupla contagem, trabalha nas formas fracionária, figura7, e decimal, figura 8.

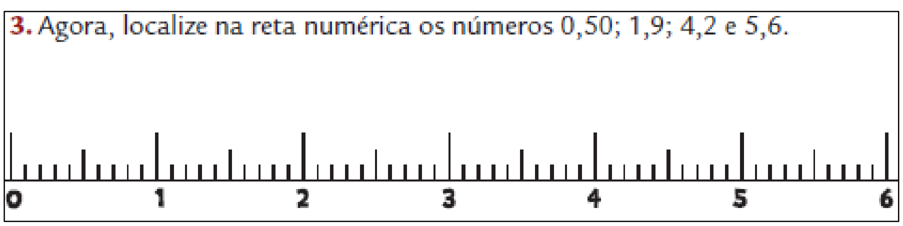


Figura 8 – Localização de números decimais na reta numérica.
Fonte: Cadernos de apoio e aprendizagem: Matemática (2010, p.9).

Na atividade seguinte, apresentada na figura 9, são retomados os conceitos de sucessor e antecessor de um número racional, porém baseados, inicialmente, nos números naturais, por se tratarem de números com uma menor complexidade de entendimento se comparados aos números racionais e também porque é esperado que o aluno já possua domínio sobre alguns conhecimentos fundamentais relacionados aos números naturais.

Há sucessor de um número racional?

Você se recorda de que, na sequência de números naturais, falamos em sucessor e antecessor de qualquer número (com exceção do zero, que não possui antecessor)? Assim, 15 é o sucessor de 14; 46 é o antecessor de 47; 2009 é o antecessor de 2010; o sucessor de 599 é 600.

Quando trabalhamos com números racionais, podemos falar em sucessor? E em antecessor? É sempre possível encontrar um número racional entre dois números racionais quaisquer?

Figura 9 – Sucessor e antecessor de um número racional.
Fonte: Cadernos de apoio e aprendizagem: Matemática (2010, p.10).

Após a colocação do que é sucessor e antecessor, de um número natural, são colocados aos alunos alguns questionamentos em que, para obter suas respostas, é necessário que os alunos façam um processo de investigação com base no conhecimento sobre os números naturais, para solucionar as questões.

Em seguida, figura 10, é solicitado que os alunos encontrem um número entre dois números racionais dados. Nesse modelo de atividade é possível observar que um mesmo número pode assumir, simultaneamente, a função de sucessor e de antecessor de diferentes números.

a) Apresente um número que está situado entre 0,7 e 0,9.

Figura 10 – Obtenção de um número racional entre dois racionais conhecidos.
Fonte: Cadernos de apoio e aprendizagem: Matemática (2010, p.10).

Essa atividade está relacionada à concepção de parte-todo, uma vez que todos os números representam partes de um mesmo todo. E também, à concepção de medida, em que os alunos podem associar os valores dados à reta numérica e ordenar tais números de maneira que consigam enxergar um terceiro valor, entre os valores já conhecidos.

Nos itens subsequentes, figura 11, é necessário que os alunos percebam a existência de unidades menores entre os números racionais, ou seja, números de natureza não só decimal como também centesimal e milesimal, e façam a associação de sucessor e antecessor entre esses números, comparando seus valores. Tomando a mesma base de raciocínio utilizada no item a, figura 10, ou seja, fazendo uso das propostas trazidas pelas concepções de parte-todo e de medida.

b) Encontre um número entre 0,7 e o número que você apresentou no item **a**.

c) Encontre um número maior que 5,62 e menor que 5,63.

d) Dê uma medida que seja maior que 4,5 km e menor que 4,6 km.

e) Indique uma medida que seja maior que 5,25 m e menor que 5,3 m.

Figura 11 – Obtenção de números decimais, centesimais e milesimais.
Fonte: Cadernos de apoio e aprendizagem: Matemática (2010, p.10).

Na atividade 2, figura 12, é necessário que se chegue a conclusões a respeito da investigação realizada nos itens anteriores, figuras 10 e 11. Respeitando assim, a proposta dos PCNs colocadas nos tópicos mencionados na seção “Números e Operações” [1] (PCN, 1998, p. 71).

2. Voltemos às nossas perguntas:

a) Quando trabalhamos com os números racionais, fazem sentido os conceitos de antecessor e sucessor? ________________

b) É sempre possível encontrar um número racional entre dois números racionais quaisquer? ________________

Figura 12 – Questões sobre sucessor e antecessor de um número racional.
Fonte: Cadernos de apoio e aprendizagem: Matemática (2010, p.10).

As atividades apresentadas a seguir trazem como proposta a comparação de valores entre números racionais:

[1] Ver seção 2.1 Números Racionais nos Parâmetros Curriculares Nacionais.

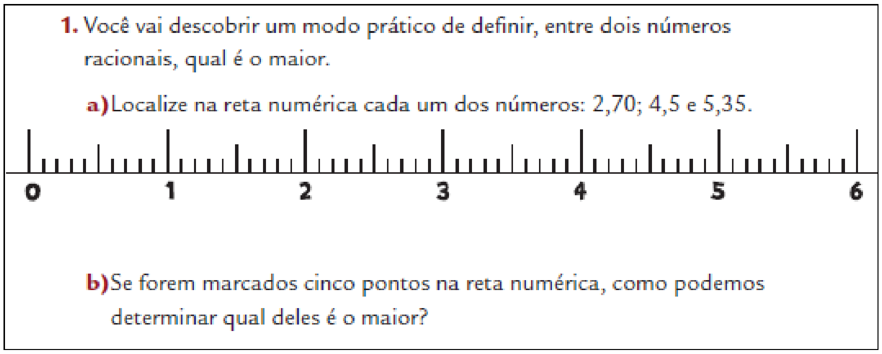


Figura 13 – Comparação de números racionais.
Fonte: Cadernos de apoio e aprendizagem: Matemática (2010, p.11).

No item **1a**, figura 13, deve ser retomado o conceito de posicionamento de números racionais, registrados na forma decimal, sendo eles de natureza não só decimal como também centesimal.

Enquanto no item **1b**, figura 13, é colocado um problema referente à ordenação e comparação de números decimais, cujos alunos já possuem conhecimento para solucioná-lo, baseados no que observaram no item **1a**, figura 13.

Em ambas as atividades, figura 13, são trabalhados conceitos relacionados à concepção de parte-todo e de medida, já associadas à ordenação de números com diferentes partições de seus “todos”, ou seja, números decimais e centesimais. Além de trabalhar a concepção de razão, uma vez que se representados na forma fracionária, é possível estabelecer uma maneira mais simples de comparação desses números.

Na atividade 2, figura 14, deve ser feita a comparação dos números disponíveis na tabela, sendo necessário estar atento, não só ao valor da parte inteira do número racional, mas também ao valor da parte decimal que, por sua vez, exige maior atenção, pois a quantidade de dígitos contidos na parte decimal desse número, que é discriminada da parte inteira pela vírgula, pode variar, e assim mudar a natureza da parte decimal, ou seja, uma mesma parte inteira com diferentes divisões de partes. Estão associadas a essa atividade as concepções de parte-todo e de medida.

2. Complete cada lacuna com um dos sinais <, = ou >:

a)	17,5		16,43
b)	13,6		13,60
c)	46,7		47,6
d)	51,4		512
e)	2,145		2,17
f)	0,8		0,099
g)	0,25		2,5
h)	512,5		56,897
i)	3,70		3,07

Figura 14 – Relações entre números racionais.
Fonte: Cadernos de apoio e aprendizagem: Matemática (2010, p.11).

3. Dado um intervalo da reta numérica, localize os números 14,7 e 14,8. Há algum número entre eles? Indique um.

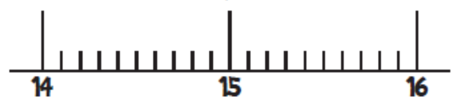


Figura 15 – Localização de números decimais na reta numérica.
Fonte: Cadernos de apoio e aprendizagem: Matemática (2010, p.11).

Na atividade 3, figura 15, há um intervalo numérico limitado superior e inferiormente, onde o aluno deve posicionar dois números, nesse caso: 14,7 e 14,8; e analisar a existência de números no intervalo existente entre eles. Novamente, tem-se a presença das concepções de parte-todo e medida.

Após as atividades mencionadas até aqui, foram analisados alguns conteúdos de natureza geométrica, como polígonos, ângulos e atividades que exigem a utilização do transferidor, servindo de base à proposta a seguir, figura 16:

1. Você vai trabalhar com medidas de comprimento.
Estime a medida de cada um dos segmentos de reta desenhados.

a) Meça, com uma régua, o comprimento de cada um deles e expresse a medida em centímetros e em milímetros.

____

b) A estimativa que você elaborou está próxima da medida real?

____

2. Vincent van Gogh, pintor holandês, nasceu em 30 de março de 1853 e faleceu na manhã de 29 de julho de 1890, na França.

O quadro ao lado, de junho de 1889, chama-se *A noite estrelada*.

a) Sabendo que a altura real do quadro é 73 cm, estime seu comprimento.

____

b) Meça as dimensões da figura. ______________________________

c) Você mantém a estimativa feita para o comprimento no item **a** ou a modifica? Por quê? ______________________________

Figura 16 – Estimativa de medidas.
Fonte: Cadernos de apoio e aprendizagem: Matemática (2010, p.20).

Em todas as atividades apresentadas na figura 16, os alunos iniciam o trabalho com medidas de comprimento, utilizando a régua milimetrada, que não lhe oferece obstáculos, uma vez que já é utilizada por eles em outras atividades, facilitando assim a compreensão da atividade proposta, que além de medições propõe um trabalho com estimativas de medidas, já trabalhado anteriormente, mesclando os dois temas.

Essas atividades trabalham às concepções de parte-todo e medida de maneira distinta se comparadas às atividades anteriores, uma vez que agora é dado um enfoque geométrico a essas concepções.

Ao fazer as medições, com a régua milimetrada, os alunos encontram medidas não exatas, trazendo a eles o mesmo problema encontrado na ocasião que originou a necessidade de se criar o conjunto dos números racionais, ou seja, as medidas não inteiras.

Como exemplo, na atividade 1 a seguir, figura 17, os alunos devem estar atentos a uma das principais exigências que se tem ao se trabalhar com números racionais, que é a utilização de um inteiro ou "todo" dividido em partes iguais (Silva, 2005, p.106).

É possível observar isso na própria régua milimetrada, em que o intervalo entre os pontos que representam as medidas em centímetros e os que representam as medidas em milímetros são distribuídos de maneira uniforme. Nessa atividade tem-se inserida a concepção de parte-todo uma vez que uma grandeza discreta é dividida em partes, iguais ou não, e os alunos devem observar qual a situação representa a quantidade mencionada de maneira adequada.

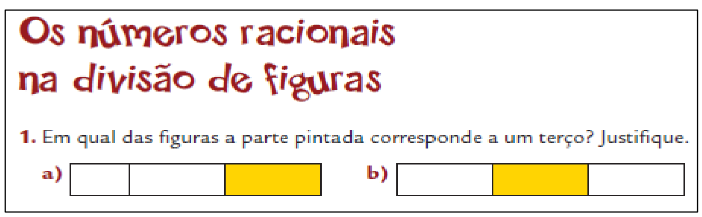


Figura 17 – Números racionais em divisões de figuras.
Fonte: Cadernos de apoio e aprendizagem: Matemática (2010, p.21).

Na próxima atividade, figura 18, além de se utilizar as conclusões obtidas na atividade 1, figura 17, é necessário fazer o manuseio das diferentes formas de registro dos números racionais, ou seja, fazer o tratamento da informação. Nesse caso os registros a serem tratados são os decimais e fracionários, relacionados com a forma de representação figural.

Nessa atividade é trabalhada a concepção de parte-todo, aplicada a divisão de figuras, nesse caso polígonos.

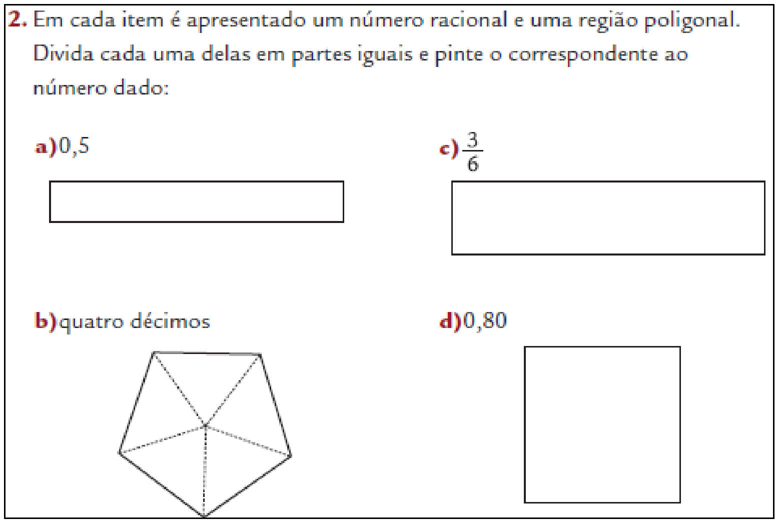


Figura 18 – Números racionais na divisão de polígonos.
Fonte: Cadernos de apoio e aprendizagem: Matemática (2010, p.21).

Enquanto na atividade 3, figura 19, os alunos devem ser cautelosos, uma vez que, diferentemente das atividades anteriores, em que os alunos trabalhavam com medidas, eles deverão utilizar o conceito de cálculo de fração de um número natural.

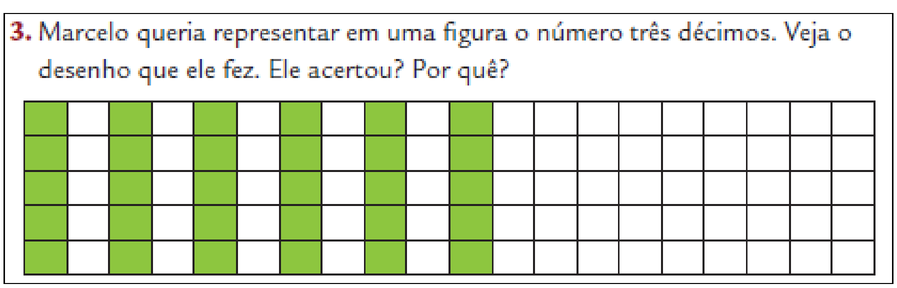


Figura 19 – Fração de um número natural.
Fonte: Cadernos de apoio e aprendizagem: Matemática (2010, p.21).

Sendo a solução correta do exercício, figura 19, a seguinte:

Quantidade total de unidades do inteiro: 100 unidades

Quantidade total de unidades pintadas: 30 unidades

Cálculo necessário para a realização da atividade:

$$\frac{3}{10}\,\text{de}\,100 \rightarrow 100:10 = 10 \rightarrow 10.3 = 30$$

Logo, Marcelo acertou a resposta do exercício.

No entanto, sem esse cálculo, os alunos são induzidos ao erro, caso utilizem somente a contagem das unidades e apliquem o conceito de razão. Essa tarefa associa as concepções de parte-todo e razão além de iniciar o trabalho com atividades que trabalham a concepção de operador, que por sua vez associa a concepção de quociente.

No próximo tópico, figura 20, os alunos se deparam com mais uma aplicação dos números racionais ao cotidiano, que é a sua aplicação ao sistema monetário e também, com um menor enfoque, a multiplicação entre números naturais e números racionais.

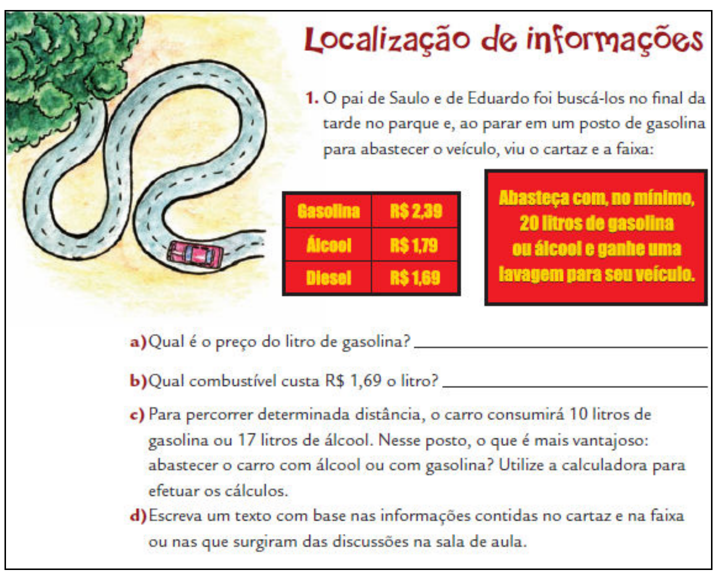


Figura 20 – Números racionais aplicado ao sistema monetário.
Fonte: Cadernos de apoio e aprendizagem: Matemática (2010, p.22).

Nas atividades a seguir, figura 21, são retomados a partir de uma situação-problema os conceitos de comparação entre números racionais representados na forma decimal, subtração e adição entre esses números. Nota-se que todos os números colocados no exercício possuem a mesma quantidade de dígitos na parte decimal.

2. O salto em distância é uma modalidade de atletismo que esteve presente em todas as edições de jogos olímpicos da era moderna. O primeiro campeão olímpico dessa prova foi Ellery Clark, que a venceu com um salto de 6,35 metros, em 1896, em Atenas. Em 1991, Mike Powell saltou 8,95 metros. Maurren Maggi e Jadel Gregório são atletas brasileiros de destaque no salto em distância. A tabela traz informações sobre os atletas e as melhores marcas obtidas nas provas de salto em distância nos anos apresentados.

Marca (m)	Atleta	Nacionalidade	Ano
8,90	Bob Beamon	Estados Unidos	1968
8,95	Mike Powell	Estados Unidos	1991
8,71	Iván Pedroso	Cuba	1995
8,74	Dwight Phillips	Estados Unidos	2009

Disponível em: <www.pt.wikipedia.org>.

a) Cite duas informações que você obteve da leitura da tabela.

b) Em 2009, Dwight Phillips fez o melhor salto do ano. A marca alcançada foi superior à de Mike Powell, obtida em 1991? Quantos centímetros a mais ou a menos?

c) Escreva um texto com base na interpretação dos dados da tabela.

Figura 21 – Comparação de medidas decimais.
Fonte: Cadernos de apoio e aprendizagem: Matemática (2010, p.23).

Nessa atividade é trabalhada a concepção de medida, em que os alunos podem utilizar como forma de raciocínio o posicionamento dos valores dados, na reta numérica.

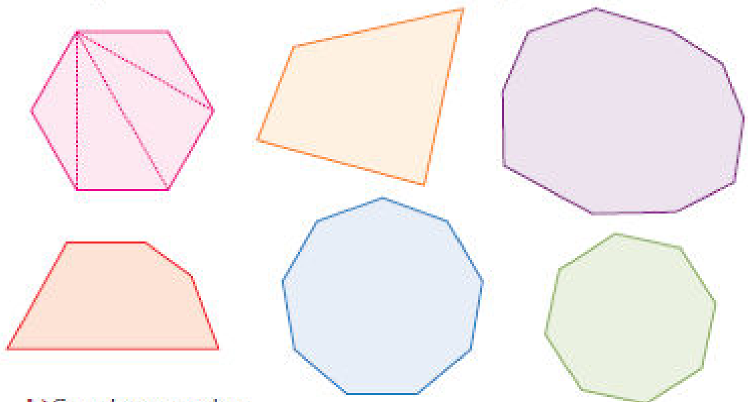
No tópico a seguir, figura 22, observa-se a interface entre os números racionais e a geometria.

Os polígonos e os triângulos

1. Os triângulos são muito especiais, pois qualquer região poligonal pode ser decomposta em regiões triangulares.

a) Decomponha cada uma das regiões poligonais desenhadas abaixo em regiões triangulares.

Atenção: você deve obter o menor número de regiões triangulares.



b) Complete o quadro:

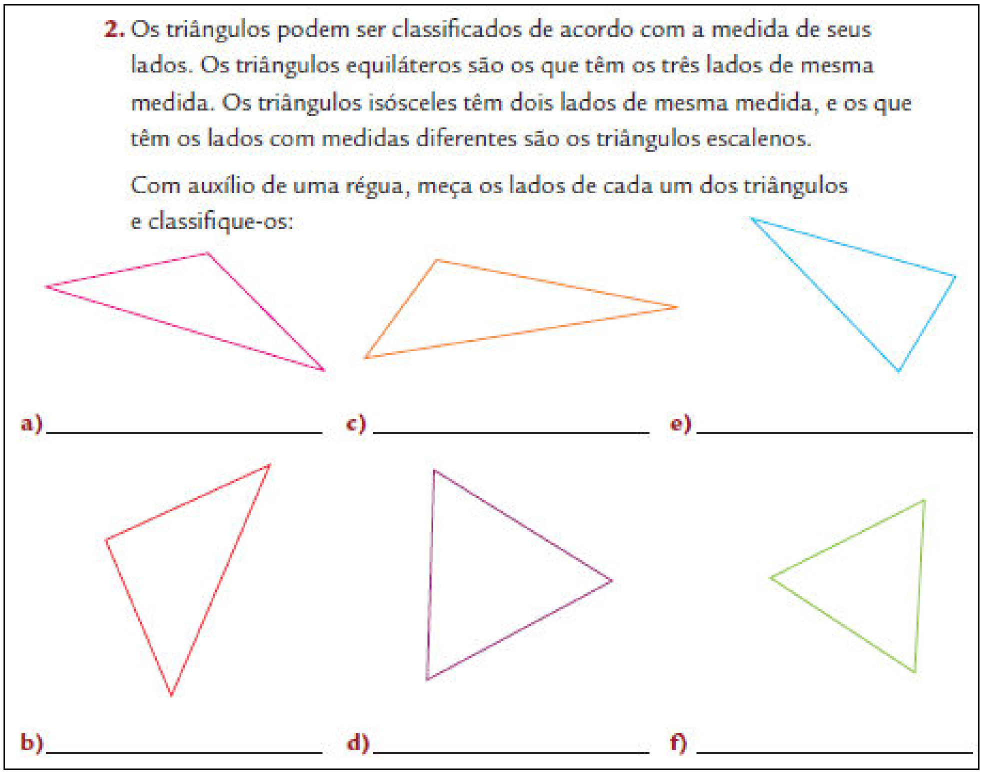
Região	Número de lados	Número de regiões triangulares necessárias para a decomposição
hexagonal	6	4
quadrangular		
decagonal		
pentagonal		
eneagonal	9	
octogonal		

c) Se você desenhar uma região dodecagonal (formada por 12 lados) e quiser decompô-la em regiões triangulares, de quantas você vai precisar?

Figura 22 – Divisão de polígonos.
Fonte: Cadernos de apoio e aprendizagem: Matemática (2010, p.24).

A atividade 1, figura 22, trabalha com a decomposição de figuras em partes triangulares, retomando o registro de números racionais na forma fracionária. No entanto, a transformação de formas de registro não é o principal objetivo da atividade, e sim a obtenção de parte iguais. Fica evidente nessa atividade, as concepções de parte-todo e razão.

Na atividade 2, figura 22, é reforçado o conceito de medidas e representação dos decimais, fixando essas idéias com enfoque geométrico. Sendo trabalhada a concepção de medida, aplicada à geometria.



2. Os triângulos podem ser classificados de acordo com a medida de seus lados. Os triângulos equiláteros são os que têm os três lados de mesma medida. Os triângulos isósceles têm dois lados de mesma medida, e os que têm os lados com medidas diferentes são os triângulos escalenos.

Com auxílio de uma régua, meça os lados de cada um dos triângulos e classifique-os:

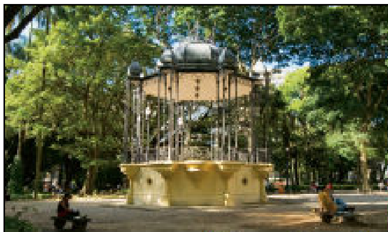
a) ____________ **c)** ____________ **e)** ____________

b) ____________ **d)** ____________ **f)** ____________

Figura 23 – Números racionais e classificação de triângulos.
Fonte: Cadernos de apoio e aprendizagem: Matemática (2010, p.25).

A seguir, figura 24, observa-se o cálculo de fração de números inteiros, além de uma retomada de tudo que foi estudado anteriormente no material. Tem-se ainda a utilização da calculadora e um novo conceito, que é a questão do arredondamento de números decimais. Dessa maneira, trabalham-se as concepções de parte-todo e de quociente.

É importante citar a presença de uma diferente representação dos números naturais: a numeração romana, em que os alunos deverão fazer primeiramente o tratamento da informação entre os números naturais para então trabalhá-los na forma racional.



O parque Jardim da Luz

Em um dia de calor, os três amigos Saulo, Eduardo e Marcelo foram ao parque Jardim da Luz, próximo à Pinacoteca do Estado e ao Museu da Língua Portuguesa. Criado em novembro de 1795 como horto botânico, o parque foi aberto ao público em 1825 como Jardim Botânico da Luz, tornando-se o primeiro espaço de lazer da população paulistana.

Ali os amigos viram que há área para apresentações, coreto, comedouros para pássaros, gruta com cascata, equipamento de ginástica e uma exposição permanente de esculturas, entre outros atrativos. No parque, foram identificados 73 animais, dos quais 67 são aves. O mamífero bicho-preguiça está presente no parque desde o final do século XIX, talvez como um remanescente do primeiro jardim zoológico paulistano. Conheceram o aquário subterrâneo e, nos espelhos d'água, viram peixes como carpas, tilápias e acarás.

Para mais informações, consulte o *site*: <www.prefeitura.sp.gov.br>.

1. Como você pode representar, na forma fracionária, o total de espécies de aves, em relação ao total de animais identificados no parque?

2. E na forma decimal? Com uma calculadora represente esse número com duas casas decimais, fazendo arredondamentos, se necessário.

3. O parque foi criado há mais de dois séculos? Há mais de dois séculos e meio?

Figura 24 – Números racionais e calculadora.
Fonte: Cadernos de apoio e aprendizagem: Matemática (2010, p.26).

Ao fim dessa unidade o material propõe uma série de exercícios que retomam os conteúdos estudados até então, como: a utilização dos números racionais em medidas de massas e também, o posicionamento e a comparação de números racionais.

Após as atividades citadas, na próxima unidade do material, figura 25, segue a seguinte proposta de abordagem dos números racionais:

UNIDADE 6

Nesta Unidade, você vai ler, representar, comparar e ordenar números racionais e localizá-los na reta numérica, em sua expressão fracionária. Vai, ainda, resolver problemas com esses números.

Feira de antiguidades no bairro do Bixiga

Também vai trabalhar com formas geométricas bidimensionais, como o quadrado, o retângulo, o losango, o paralelogramo e outros polígonos, descrever suas características e resolver situações-problema com base no conhecimento de algumas de suas propriedades. Realizará conversões entre algumas unidades de medida mais usuais de comprimento, de massa, de capacidade e de tempo, para resolver problemas.

Você já ouviu falar sobre o bairro do Bixiga, na cidade de São Paulo?

Figura 25 – Proposta de estudo II.
Fonte: Cadernos de apoio e aprendizagem: Matemática (2010, p.29).

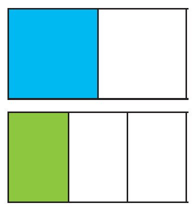
Em seguida, são propostas atividades que trabalham com a aplicação dos números racionais ao sistema monetário, com operações como adição e subtração. Em seguida, é iniciado o estudo que de fato foi citado na proposta da nova unidade, figura 25.

São retomados todos os conceitos citados nas unidades anteriores, porém na forma de registro fracionária.

Nota-se na atividade **1**, figura 26, a presença da concepção de parte-todo, associada a divisão de frações na forma figural, e também à comparação de frações. Enquanto no item **2**, são trabalhadas as concepções de parte-todo, medida e razão, uma vez que estão sendo trabalhadas quantidades que envolvem a representação de números mistos, ou seja, quantidade inteiras e fracionárias. E ainda, no item **3**, trabalha-se essas mesmas concepções, mas com maior enfoque à concepção de razão, uma vez que a partir de três valores conhecidos os alunos devem montar um esquema que represente tal situação e em seguida, encontrar o valor pedido, nesse caso, a quarta informação.

Comparação de números racionais na forma fracionária

1. Observe as figuras abaixo:



O que você considera correto afirmar?

☐ a) $\frac{1}{2}$ é menor que $\frac{1}{3}$.

☐ b) $\frac{1}{2}$ é maior que $\frac{1}{3}$.

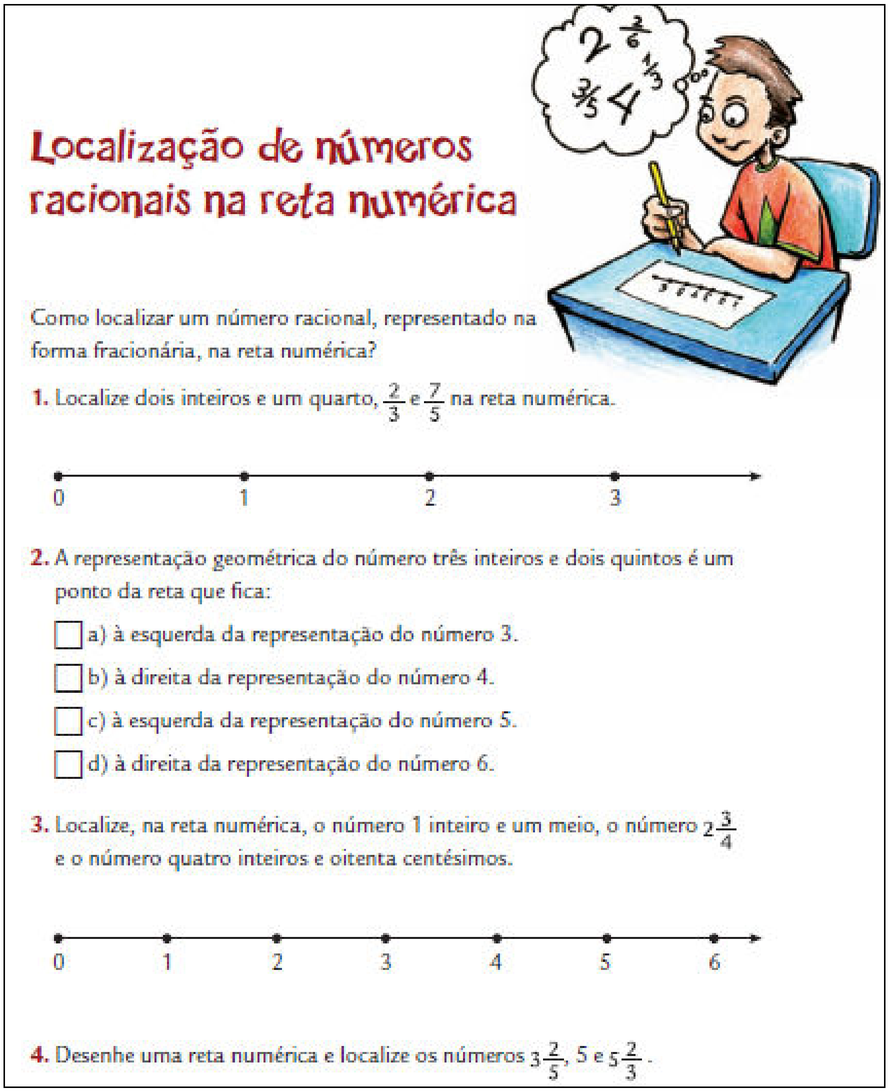
☐ c) $\frac{1}{2}$ é igual a $\frac{1}{3}$.

2. Expressões que em sua escrita apresentam números naturais e frações como $3\frac{1}{4}$ (três inteiros e um quarto) e $5\frac{3}{10}$ (cinco inteiros e três décimos) são chamadas números mistos. Compare $2\frac{1}{2}$ e $2\frac{1}{10}$ e explique como pensou.

3. A mãe de Adriana fez duas tortas de igual tamanho. Uma delas foi dividida igualmente em 8 pedaços e a outra, em 16 pedaços. João pegou dois pedaços da primeira torta. Quantos pedaços Mirela deve pegar da segunda torta, para comer a mesma quantidade de torta que João pegou?

Figura 26 – Números mistos.
Fonte: Cadernos de apoio e aprendizagem: Matemática (2010, p.32).

Nas atividades seguintes, figura 27, é trabalha a localização dos números mistos na reta numérica, sendo a concepção de medida associada a essa atividade.



Localização de números racionais na reta numérica

Como localizar um número racional, representado na forma fracionária, na reta numérica?

1. Localize dois inteiros e um quarto, $\frac{2}{3}$ e $\frac{7}{5}$ na reta numérica.

2. A representação geométrica do número três inteiros e dois quintos é um ponto da reta que fica:

- [ ] a) à esquerda da representação do número 3.
- [ ] b) à direita da representação do número 4.
- [ ] c) à esquerda da representação do número 5.
- [ ] d) à direita da representação do número 6.

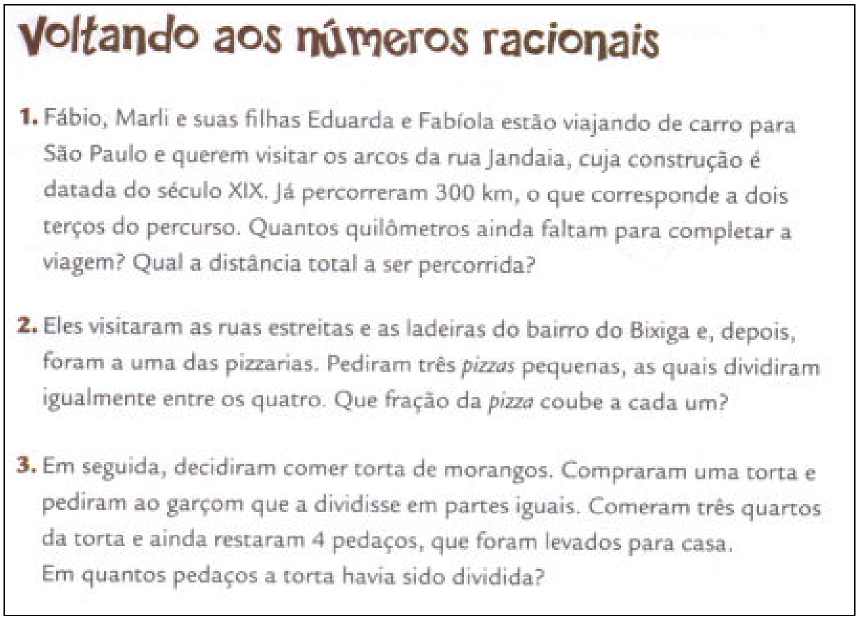
3. Localize, na reta numérica, o número 1 inteiro e um meio, o número $2\frac{3}{4}$ e o número quatro inteiros e oitenta centésimos.

4. Desenhe uma reta numérica e localize os números $3\frac{2}{5}$, 5 e $5\frac{2}{3}$.

Figura 27 – Números mistos na reta numérica.
Fonte: Cadernos de apoio e aprendizagem: Matemática (2010, p.33).

Ao fim dessas atividades, figuras 26 e 27, é abordado o estudo de polígonos, porém sem associação aos números racionais, não sendo, portanto, necessário que seja citado aqui. Logo em seguida, são retomados problemas que envolvem cálculos com números fracionários, figura 28.

Tais problemas envolvem conteúdos associados às concepções de medida, de parte-todo e razão, uma vez que a concepção de parte-todo passa a ser insuficiente, mas não desnecessária, no trabalho com números mistos.


Voltando aos números racionais

1. Fábio, Marli e suas filhas Eduarda e Fabíola estão viajando de carro para São Paulo e querem visitar os arcos da rua Jandaia, cuja construção é datada do século XIX. Já percorreram 300 km, o que corresponde a dois terços do percurso. Quantos quilômetros ainda faltam para completar a viagem? Qual a distância total a ser percorrida?

2. Eles visitaram as ruas estreitas e as ladeiras do bairro do Bixiga e, depois, foram a uma das pizzarias. Pediram três *pizzas* pequenas, as quais dividiram igualmente entre os quatro. Que fração da *pizza* coube a cada um?

3. Em seguida, decidiram comer torta de morangos. Compraram uma torta e pediram ao garçom que a dividisse em partes iguais. Comeram três quartos da torta e ainda restaram 4 pedaços, que foram levados para casa. Em quantos pedaços a torta havia sido dividida?

Figura 28 – Problemas envolvendo números racionais.
Fonte: Cadernos de apoio e aprendizagem: Matemática (2010, p.38).

A seguir, figura 29, é proposta uma nova aplicação dos números racionais à geometria, podendo observar-se nessa proposta a comparação entre frações na representação figural, abordando o conceito de frações equivalentes.

Na proposta apresentada é trabalhada a concepção de medida, sendo essa concepção associada à comparação de medidas.

Nesse caso a observação dos alunos é o principal meio de obter a solução dos questionamentos propostos, uma vez que são trabalhados recursos visuais.

Os retângulos

Observe a foto de uma barraca da feira de Antiguidades no bairro do Bixiga.

Vamos estudar com mais detalhes uma das partes de um modelo de caixa para guardar pratos. Trata-se de uma superfície retangular, que é uma forma bidimensional.

Os segmentos AC e BD são as diagonais do retângulo. Com uma régua, meça cada uma delas. O segmento AC dividiu o retângulo ao meio? _____________
Se você dobrar a figura pelo segmento AC, uma das partes vai se sobrepor à outra? _____________

Figura 29 – Números racionais em medidas do cotidiano.
Fonte: Cadernos de apoio e aprendizagem – Matemática (2010, p.39).

Nas atividades a seguir, figura 30, o tema central não são os números racionais. No entanto, é necessário que seus conceitos e registros estejam bem estabelecidos, uma vez que serão estudadas conversões de unidades de medidas proporcionais. Uma vez que há a presença dos números racionais em tais conteúdos, podem associar-se a ele a concepção de razão e também a concepção de medida.

Além disso, já é possível notar a presença da concepção de quociente associada à concepção de operador, pois são trabalhadas conversões de medidas a partir de uma medida padrão pré-estabelecida, nesse caso, o metro.

Figura 30 – Números racionais e conversões de medidas de comprimento.
Fonte: Cadernos de apoio e aprendizagem: Matemática (2010, p.42).

Os múltiplos e submúltiplos de unidades de medidas de comprimento, na maioria das vezes, fazem com que os alunos se deparem com situações que exigem a utilização de diferentes formas de registros dos números racionais e a transformação dessas formas de registros, como por exemplo, no trabalho com escalas, conforme as atividades apresentadas, figura 31.

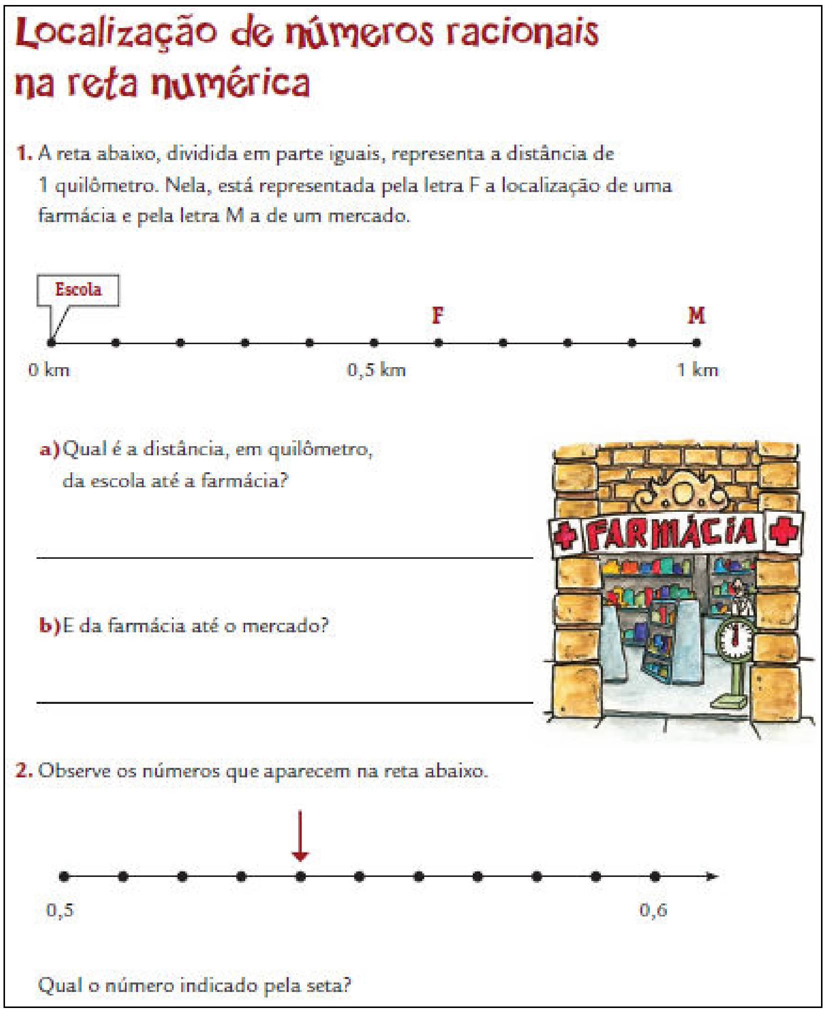
1. Antes de um passeio pelo bairro do Bixiga, a família de Adriana consultou um mapa feito com uma escala em que cada 1 cm no desenho representa 1.000 m na realidade. Se a distância entre dois pontos no mapa é de 1,9 cm, qual é a distância real entre esses pontos? Expresse essa distância em quilômetros.

2. No caminho, eles passaram pelo terreno representado pela figura abaixo. Nela, dois lados consecutivos são sempre perpendiculares, e as medidas estão indicadas em metros. Está sendo construído um muro para cercar o terreno. Quantos metros de muro serão construídos? Esse valor é maior que um quarto de quilômetro?

Figura 31 – Problemas relacionando medidas de comprimento.
Fonte: Cadernos de apoio e aprendizagem – Matemática (2010, p.42).

Nos problemas **1** e **2**, figura 31, fica ainda mais evidente a presença das concepções de medida, de razão e de quociente.

O próximo modelo de atividade, figura 32, retoma os conceitos de localização de números racionais diretamente na reta numérica ao invés de utilizar a régua milimetrada como forma indireta de sua utilização, além de estar associada às unidades de medida de comprimento. Associa-se a essas atividades as concepções de parte-todo e de medida.


Localização de números racionais na reta numérica

1. A reta abaixo, dividida em parte iguais, representa a distância de 1 quilômetro. Nela, está representada pela letra F a localização de uma farmácia e pela letra M a de um mercado.

a) Qual é a distância, em quilômetro, da escola até a farmácia?

b) E da farmácia até o mercado?

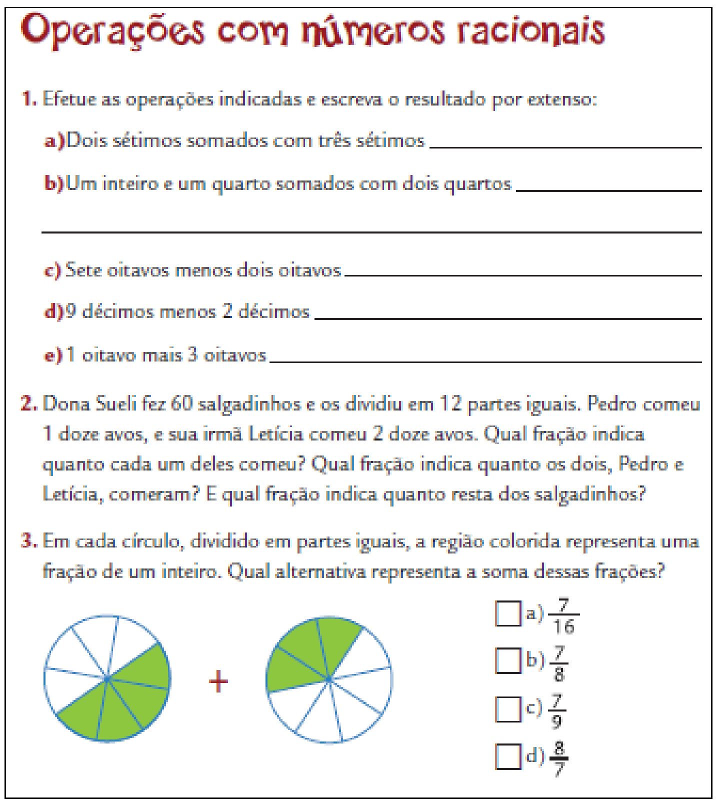
2. Observe os números que aparecem na reta abaixo.

Qual o número indicado pela seta?

Figura 32 – Números racionais e distâncias.
Fonte: Cadernos de apoio e aprendizagem – Matemática (2010, p.43).

Normalmente as operações com números racionais, são trabalhadas em apenas duas ou menos formas de registro, em que as atividades exigem a manipulação das formas de registro antes de iniciar o cálculo (Damm, 2000). Pode-se notar isso de forma explícita nos materiais de apoio.

Inicialmente, nesse material, são trabalhadas somente a adição e a subtração entre números racionais, basicamente na escrita por extenso, atividades 1 e 2, figura 33, e depois na forma gráfica, atividade 3, figura 33.



Operações com números racionais

1. Efetue as operações indicadas e escreva o resultado por extenso:

a) Dois sétimos somados com três sétimos ______

b) Um inteiro e um quarto somados com dois quartos ______

c) Sete oitavos menos dois oitavos ______

d) 9 décimos menos 2 décimos ______

e) 1 oitavo mais 3 oitavos ______

2. Dona Sueli fez 60 salgadinhos e os dividiu em 12 partes iguais. Pedro comeu 1 doze avos, e sua irmã Letícia comeu 2 doze avos. Qual fração indica quanto cada um deles comeu? Qual fração indica quanto os dois, Pedro e Letícia, comeram? E qual fração indica quanto resta dos salgadinhos?

3. Em cada círculo, dividido em partes iguais, a região colorida representa uma fração de um inteiro. Qual alternativa representa a soma dessas frações?

+

☐ a) $\frac{7}{16}$

☐ b) $\frac{7}{8}$

☐ c) $\frac{7}{9}$

☐ d) $\frac{8}{7}$

Figura 33 – Adição e subtração de números racionais.
Fonte: Cadernos de apoio e aprendizagem: Matemática (2010, p.44).

À essas operações, figura 33, está associada a concepção de parte-todo, sendo importante observar a alteração somente do denominador, ou seja, acréscimos ou decréscimos de partes de um mesmo “todo” ou “todos” de mesma medida.

O trabalho com frações equivalentes passa agora da visão geométrica para a comparação entre frações e o cálculo algébrico, relacionado à frações equivalentes, figura 34.

Frações equivalentes

Como você sabe, frações equivalentes representam partes iguais de um inteiro. Por exemplo:

$$\frac{1}{2} = \frac{2}{4} = \frac{3}{6} = \frac{4}{8} = \ldots \text{ e } \frac{3}{5} = \frac{6}{10} = \frac{9}{15} = \frac{12}{20} = \ldots$$

1. Responda às questões, justificando cada resposta:

a) $\frac{4}{7}$ é equivalente a $\frac{12}{28}$?

b) $\frac{5}{8}$ é igual a $\frac{25}{40}$?

c) $\frac{1}{15}$ é equivalente a $\frac{4}{60}$?

d) $\frac{2}{3}$ é igual a $\frac{32}{48}$?

2. Como você pode obter frações equivalentes a uma fração dada, sem precisar recorrer a figuras?

3. Em cada item, há um par de números racionais expressos na representação fracionária. Determine outros dois, que sejam equivalentes aos números dados e apresentem o mesmo denominador, e compare-os:

a) $\frac{3}{5}$ e $\frac{4}{7}$ **b)** $\frac{5}{6}$ e $\frac{7}{8}$ **c)** $\frac{2}{3}$ e $\frac{5}{9}$ **d)** $\frac{13}{30}$ e $\frac{1}{2}$

Figura 34 – Frações equivalentes.
Fonte: Cadernos de apoio e aprendizagem: Matemática (2010, p.46).

A princípio há uma breve explicação do que são frações equivalentes, em seguida na atividade 1, figura 34, os alunos devem verificar se as frações são equivalentes. Para isso é importante que o aluno tenha bem estabelecida a idéia de múltiplo e submúltiplo de um número natural, uma vez que a verificação necessária deve ser feita observando primeiramente, se o numerador e o denominador da fração resultante são múltiplos, ou submúltiplos, do numerador e denominador da fração inicial, respectivamente. Após essa verificação, deve ainda ser verificado se o numerador e o denominador da fração inicial foram multiplicados pelo mesmo valor, para que assim resultasse na fração final. Associa-se a essa atividade a concepção de razão.

Na atividade 2, figura 34, os alunos devem ter conhecimento sobre o que foi comentado em relação a figura 1, no parágrafo anterior. Esse questionamento leva o aluno a entender a função de um número associada à concepção de operador.

E, finalmente, na atividade 3, figura 34, os alunos devem encontrar múltiplos comuns entre os denominadores de cada par de frações, podendo ser através do m.m.c, e em seguida trabalhar com o cálculo dos numeradores, levando em consideração o que foi colocado até aqui.

Na próxima atividade, figura 35, tem-se a presença de um gráfico de barras, que traz aos alunos resultados não exatos em que o aluno necessita recorrer à estimativa de valores. Além dos itens contidos na atividade, que sugerem a comparação entre números racionais.

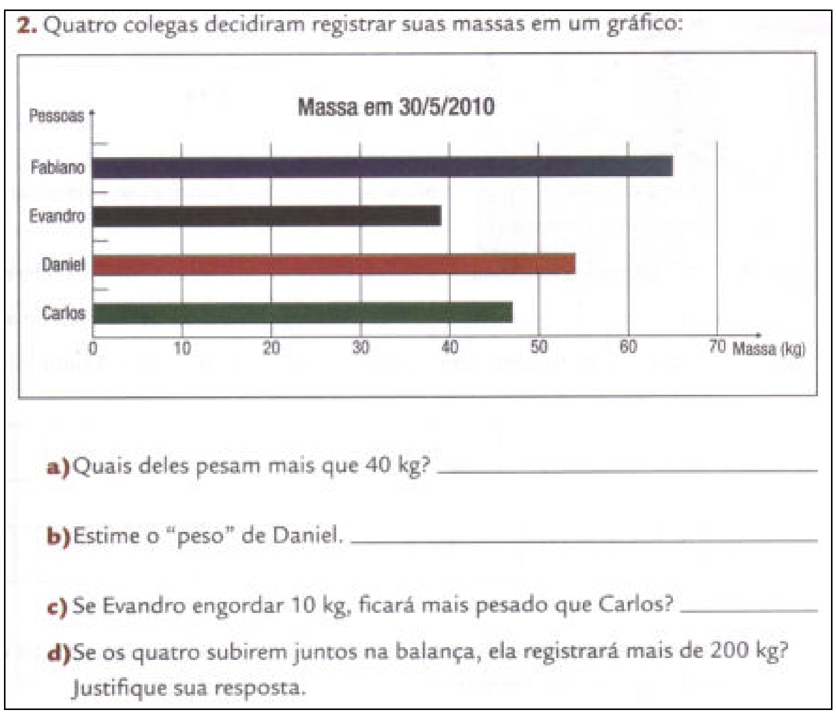
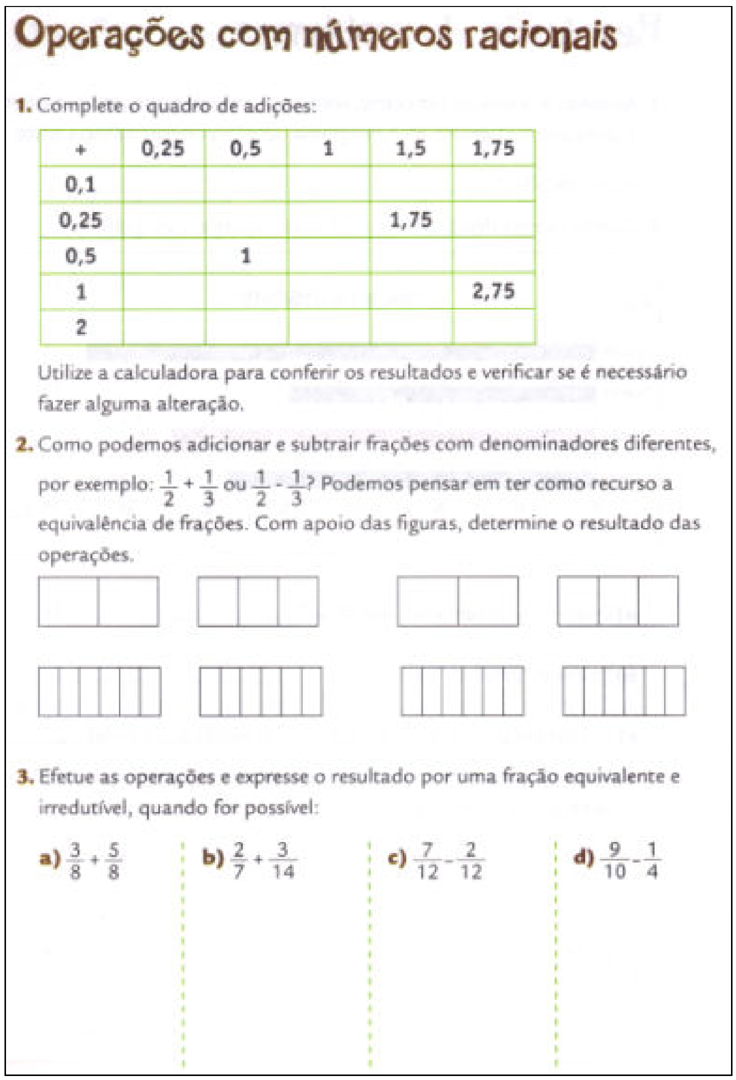


Figura 35 – Estimativa de valores associada a adição e subtração de racionais.
Fonte: Cadernos de apoio e aprendizagem: Matemática (2010, p.47).

Em seguida, (figura x), são retomadas as operações com números racionais, agora na forma de registro decimal de frações com denominadores diferentes, atividade 1, e logo depois, as operações de adição e subtração de números representados na forma de frações com denominadores diferentes, levando à necessidade de uma nova divisão do inteiro, atividades 2 e 3. Nessa atividade fica evidente o trabalho associado a concepção de quociente.



Operações com números racionais

1. Complete o quadro de adições:

+	0,25	0,5	1	1,5	1,75
0,1					
0,25				1,75	
0,5		1			
1					2,75
2					

Utilize a calculadora para conferir os resultados e verificar se é necessário fazer alguma alteração.

2. Como podemos adicionar e subtrair frações com denominadores diferentes, por exemplo: $\frac{1}{2}+\frac{1}{3}$ ou $\frac{1}{2}-\frac{1}{3}$? Podemos pensar em ter como recurso a equivalência de frações. Com apoio das figuras, determine o resultado das operações.

3. Efetue as operações e expresse o resultado por uma fração equivalente e irredutível, quando for possível:

a) $\frac{3}{8}+\frac{5}{8}$ **b)** $\frac{2}{7}+\frac{3}{14}$ **c)** $\frac{7}{12}-\frac{2}{12}$ **d)** $\frac{9}{10}-\frac{1}{4}$

Figura 36 – Operações com racionais de denominadores variados.
Fonte: Cadernos de apoio e aprendizagem: Matemática (2010, p.48).

Em seguida, figuras 37-39, respectivamente, são colocadas três atividades de naturezas distintas:

- estimativa, direcionada especificamente a probabilidade, associada à concepção de quociente;

> **1.** Em uma escola do bairro do Bixiga, de cada 3 alunos, 2 torcem para a Escola de Samba Vai-Vai. É provável que existam quantos torcedores dessa escola de samba, em uma classe com 30 alunos? E em outra que tem 36 alunos?

Figura 37 – Cálculo de probabilidade.
Fonte: Cadernos de apoio e aprendizagem: Matemática (2010, p.50).

- subtração e números mistos associadas à concepção de parte-todo e de operador;

> **2.** Três colegas foram a uma doçaria e pediram uma torta, que veio dividida em quatro partes iguais. O garçom serviu uma parte a cada um.
> Ao terminarem de comer, pediram ao garçom que dividisse o pedaço restante entre os três. Quanto da torta cada um comeu?

Figura 38 – Adição de números naturais e números mistos.
Fonte: Cadernos de apoio e aprendizagem: Matemática (2010, p.50).

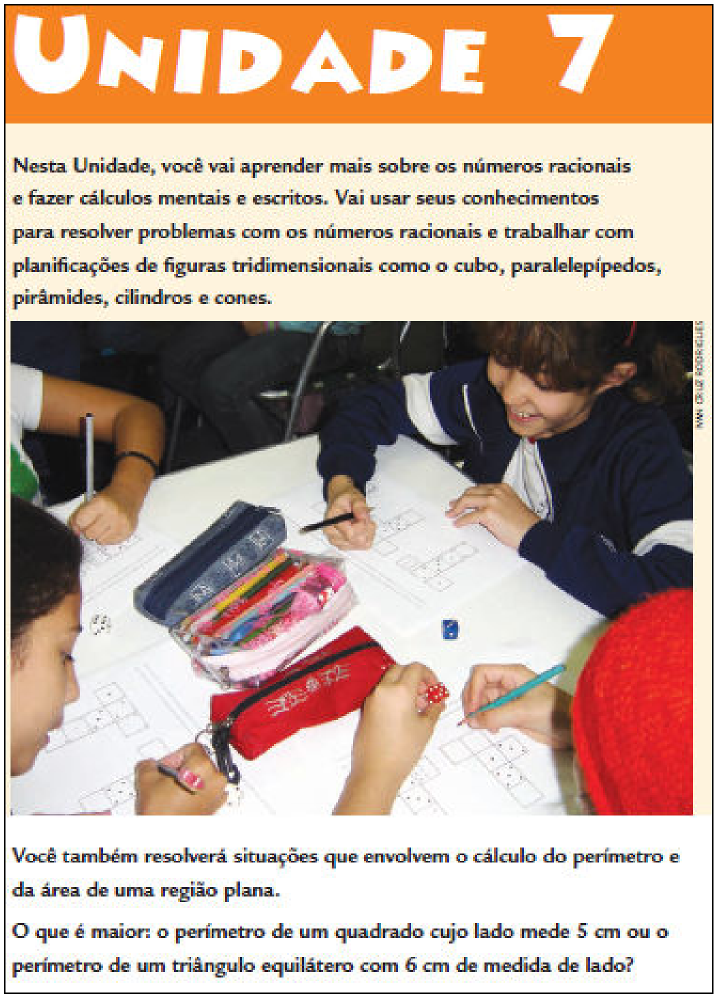
- adição, subtração e frações equivalentes, uma vez que o resultado final da operação é $\frac{12}{24}$, que corresponde a metade do bolo, associadas à concepção de parte-todo;

> **3.** Claudete fez um bolo e o repartiu entre seus quatro filhos. Diego comeu 3 pedaços, Larissa comeu 4, Daniel comeu 5 e Henrique não comeu nenhum. Sabendo que o bolo foi dividido em 24 pedaços iguais, que parte do bolo foi consumida nesse momento?

Figura 39 – Adição e subtração de frações equivalentes.
Fonte: Cadernos de apoio e aprendizagem: Matemática (2010, p.50).

No final dessa unidade, após os exercícios citados, o material traz uma sequência de exercícios sobre todos os temas abordados até o momento.

A seguir, figura 40, segue a proposta trazida pela próxima unidade do material em estudo, unidade 7:



UNIDADE 7

Nesta Unidade, você vai aprender mais sobre os números racionais e fazer cálculos mentais e escritos. Vai usar seus conhecimentos para resolver problemas com os números racionais e trabalhar com planificações de figuras tridimensionais como o cubo, paralelepípedos, pirâmides, cilindros e cones.

Você também resolverá situações que envolvem o cálculo do perímetro e da área de uma região plana.

O que é maior: o perímetro de um quadrado cujo lado mede 5 cm ou o perímetro de um triângulo equilátero com 6 cm de medida de lado?

Figura 40 – Proposta de estudo III.
Fonte: Cadernos de apoio e aprendizagem: Matemática (2010, p.53).

Os exercícios a seguir, figura 41, são uma revisão das atividades vistas até aqui, acerca dos números racionais, e que servirão de base aos novos conteúdos.

1. Sérgio comprou alguns produtos em um supermercado. Os preços que ele pagou foram os seguintes: R$ 1,99, dois reais e quarenta centavos, R$ 3,70 e um real e cinquenta centavos. Foi possível pagar essa compra com apenas uma nota de dez reais? Por quê?

2. Mateus tem 13 anos e quer comprar 3 cartuchos de *videogame*. Na loja A, eles são vendidos a R$ 22,00 cada. Na loja B, o preço é R$ 30,50, mas há uma promoção: na compra de dois, o terceiro é grátis. As duas lojas têm os cartuchos que ele quer. Em que loja sairá mais barato comprar os cartuchos? Quanto ele pagará por essa compra?

3. Sérgio tem 17 anos e mede 1,80 m, e Mateus tem dois terços de sua altura. Qual é a diferença entre as alturas deles?

Figura 41 – Problemas contextualizados.
Fonte: Cadernos de apoio e aprendizagem: Matemática (2010, p.59).

Em um segundo momento, novamente, é feita uma retomada dos conceitos de adição e subtração de números racionais. Porém, associando números naturais e números racionais, com o incentivo ao cálculo mental, uma vez que este está bastante presente no cotidiano. Uma vez que as concepções citadas nas atividades anteriores foram bem exploradas, essas atividades não oferecem grandes obstáculos aos alunos.

Há exercícios no formato de cálculo direto e também no formato de problemas como é colocado a seguir, figuras 42-44.

Como é pode-se observar, o trabalho com as concepções citadas anteriormente é explorado com mais ênfase, fazendo com que o aluno compreenda mais facilmente operações envolvendo números racionais com diferentes “todos” associados a eles.

Nos exercícios a seguir, continuam sendo trabalhadas as concepções de parte-todo e de medida.

Cálculo mental e cálculos por escrito

1. Cláudia e Mariana precisavam determinar os resultados das operações a seguir:

25 + 7,603	39,4 − 28,6	26 − 7,32
25,000	39,4	26,00
+ 7,603	− 28,6	− 7,32
32,603	10,8	18,68

Analise como elas fizeram para entender os procedimentos utilizados.

2. Complete o quadro:

+	2,6	3,07	4,283	5	18,34
0,1					
0,01					
0,001					
1,05					

Confira os resultados com um colega. Em seguida, utilize a calculadora para verificar se o preenchimento das quadrículas foi correto.

3. Estime o resultado de cada uma das operações e circule o que mais se aproxima da resposta correta:

a)	306 + 14,8	454	320	310
b)	50,9 − 42,52	8	10	12
c)	99 + 101,54	102	200	220
d)	1.000 − 950,4	40	45	50
e)	4,08 + 393	397	400	403

Confira o resultado com um colega e comente o procedimento que você utilizou para chegar ao resultado.

Figura 42 – Operações com números mistos, decimais, centesimais e milesimais.
Fonte: Cadernos de apoio e aprendizagem: Matemática (2010, p.62).

Nas atividades seguintes, figura 43, os alunos trabalharam com transformações de registro dos números racionais, e comparação de números racionais. Tais tarefas estão relacionadas às concepções de parte-todo, medida e razão.

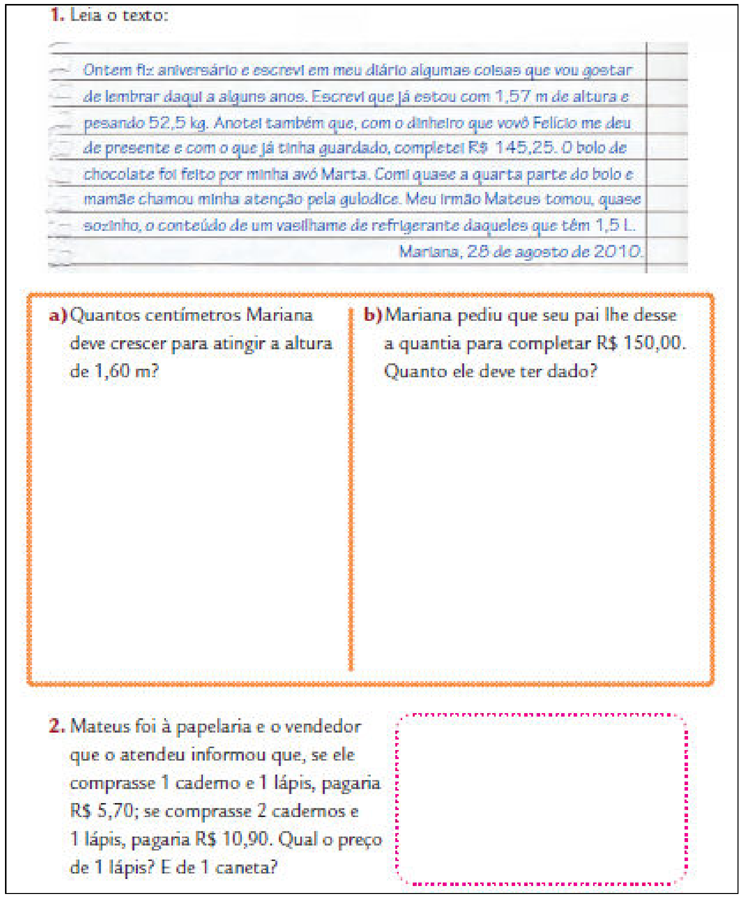
1. Mateus tomou $\frac{1}{2}$ litro de suco de laranja de uma garrafa de 1 litro no café da manhã e 250 mL no almoço.

a) Que fração de litro de suco de laranja ele tomou nesse dia?

b) Que fração de litro de suco de laranja sobrou?

c) Qual a quantidade do litro de suco que sobrou?

Figura 43 – Problema com subtração de racionais.
Fonte: Cadernos de apoio e aprendizagem: Matemática (2010, p.63).



1. Leia o texto:

Ontem fiz aniversário e escrevi em meu diário algumas coisas que vou gostar de lembrar daqui a alguns anos. Escrevi que já estou com 1,57 m de altura e pesando 52,5 kg. Anotei também que, com o dinheiro que vovô Felício me deu de presente e com o que já tinha guardado, completei R$ 145,25. O bolo de chocolate foi feito por minha avó Marta. Comi quase a quarta parte do bolo e mamãe chamou minha atenção pela gulodice. Meu irmão Mateus tomou, quase sozinho, o conteúdo de um vasilhame de refrigerante daqueles que têm 1,5 L.

Mariana, 28 de agosto de 2010.

a) Quantos centímetros Mariana deve crescer para atingir a altura de 1,60 m?

b) Mariana pediu que seu pai lhe desse a quantia para completar R$ 150,00. Quanto ele deve ter dado?

2. Mateus foi à papelaria e o vendedor que o atendeu informou que, se ele comprasse 1 caderno e 1 lápis, pagaria R$ 5,70; se comprasse 2 cadernos e 1 lápis, pagaria R$ 10,90. Qual o preço de 1 lápis? E de 1 caneta?

Figura 44 – Resolução de situações-problema.
Fonte: Cadernos de apoio e aprendizagem: Matemática (2010, p.64).

No tópico seguinte, figura 45, são exercitados primeiramente cálculos exatos[1] com números racionais e, em seguida, estimativa de resultados, para que assim, seja possível observar a necessidade, ou não, de cálculos mais restritos, uma vez que em alguns momentos a não exatidão não gera problemas ou perdas significantes. À essas atividades associam-se as concepções de razão e quociente.

[1] É importante ressaltar que nesse trabalho o termo *exato* se refere a um cálculo sem arredondamentos, uma vez que esse tema não é de conhecimento dos alunos do 6º ano.

1. Determine o resultado exato para cada uma das operações.

a) 78 + 23,5	**b)** 39,6 + 15,07	**c)** 800 – 57,4	**d)** 238,1 – 16,84

Utilize a calculadora para conferir o resultado e, se estiver incorreto, localize o erro cometido.

2. Luís Rogério e Mônica foram à feira e leram as informações no cartaz da barraca de pastel.

Luís Rogério falou: "Temos 10 reais. Será que podemos pedir um pastel e um copo de caldo de cana grande para cada um de nós?".

Mônica respondeu: "Acho que não".

O que você acha? Justifique sua resposta. ______________________

Figura 45 – Análise de situações-problema.
Fonte: Cadernos de apoio e aprendizagem: Matemática (2010, p.65).

Logo em seguida, figura 46, são iniciados cálculos de expressões numéricas com números racionais, representados sob a forma decimal e que, novamente, exigem o cálculo sem arredondamentos.

3. Calcule o valor de cada expressão numérica.

a) (3,25 + 0,25) – (1,8 + 0,20) =

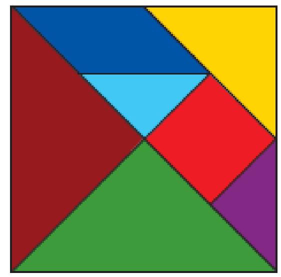
b) 3,25 + 0,25 – 1,8 + 0,20 =

Figura 46 – Cálculo de expressões com números racionais.
Fonte: Cadernos de apoio e aprendizagem: Matemática (2010, p.65).

Tais operações reforçam os conceitos associados à concepção de parte-todo.

É apresentado no próximo tópico, figura 47, o enfoque de frações no cálculo de áreas.

O Tangram



1. Você já conhece o Tangram.

Observando e manipulando as peças do Tangram, responda quantas regiões triangulares azuis cabem:

a) na região triangular amarela.

b) na região triangular verde.

c) na região cujo contorno é um paralelogramo.

d) na região quadrada vermelha.

2. Sabendo que no Tangram desenhado acima a região triangular azul tem área de 2 cm^2, determine a área:

a) da região triangular amarela.

b) da região quadrada vermelha.

c) da região quadrada composta pelas 7 figuras.

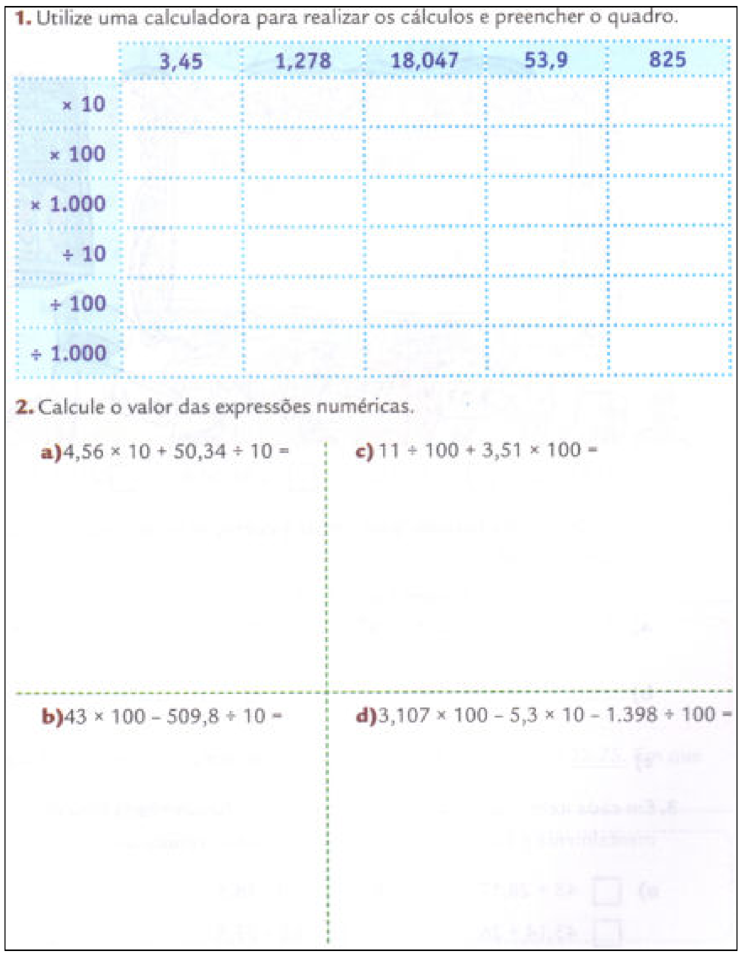
Figura 47 – Tangram e números racionais.
Fonte: Cadernos de apoio e aprendizagem: Matemática (2010, p.69).

No exercício 1, figura 47, os alunos necessitam fazer somente uma estimativa de valores ao comparar as partes (frações) das figuras. Na atividade com *Tangran*, os alunos utilizarão o conhecimento adquirido no estudo de frações equivalentes, sendo assim direcionado ao estudo de divisão de fração por um número natural. Essas atividades trabalham a ideia da concepção de quociente.

O segundo exercício, figura 47, exige um raciocínio que servirá de base para a multiplicação de frações por um número natural. Já nessa atividade estão associadas as concepções de quociente e de operador.

O estudo da divisão e da multiplicação de números racionais por números racionais é iniciado com a divisão pelos naturais 10; 100 e 1000, figura 48, uma vez que, em um segundo momento exigem somente a movimentação da vírgula, que separa a parte inteira da parte decimal.

No exercício de número 1, figura 48, o aluno observa essa mudança de posição, pois o exercício propõe a utilização da calculadora para solucioná-lo, trabalhando com o posicionamento da vírgula, enquanto no exercício 2, figura 48, ele aplica o que observou no exercício 1, figura 48.



1. Utilize uma calculadora para realizar os cálculos e preencher o quadro.

	3,45	1,278	18,047	53,9	825
× 10					
× 100					
× 1.000					
÷ 10					
÷ 100					
÷ 1.000					

2. Calcule o valor das expressões numéricas.

a) 4,56 × 10 + 50,34 ÷ 10 =

c) 11 ÷ 100 + 3,51 × 100 =

b) 43 × 100 – 509,8 ÷ 10 =

d) 3,107 × 100 – 5,3 × 10 – 1.398 ÷ 100 =

Figura 48 – Multiplicação de números decimais.
Fonte: Cadernos de apoio e aprendizagem: Matemática (2010, p.71).

As atividades apresentadas, figura 48, estão associadas às concepções de parte-todo junto à concepção de operador.

Na aplicação dos números racionais ao cálculo monetário como proposto nos exercícios a seguir, figura 49, aparece a multiplicação mais uma vez associada a concepção de operador:


1. No empório Minhas Compras está afixada uma tabela com os valores de alguns produtos. Entrei para comprar 3 quilos de arroz, 2 de feijão e 2 de açúcar. Quanto gastei?

Produto	Preço por kg
Açúcar	R$ 1,80
Arroz	R$ 1,60
Café	R$ 5,50
Feijão	R$ 3,20

☐ a) R$ 12,10 ☐ b) R$ 13,80 ☐ c) R$ 14,80 ☐ d) R$ 20,30

Figura 49 – Multiplicação de racionais no sistema monetário.
Fonte: Cadernos de apoio e aprendizagem: Matemática (2010, p.72).

Em seguida, figura 50, é feita uma introdução ao cálculo de equações com números decimais, porém proposta como uma forma de completar valores. As ideias trazidas pela concepção de parte-todo dão conta de ajudar na resolução de tais atividades.

2. Qual número está faltando para tornar a operação verdadeira, em cada um dos itens abaixo?

a) 42 + ________ = 52,45
d) 35,7 + ________ = 54

b) ________ + 2,10 = 5,974
e) ________ – 26 = 43,1

c) ________ – 32,5 = 67
f) 100 – ________ = 42,81

Figura 50 – Introdução a equações com números decimais.
Fonte: Cadernos de apoio e aprendizagem: Matemática (2010, p.72).

A seguir têm-se inicialmente a presença de uma atividade, figura 51, que propõe a comparação de números equivalentes em um conjunto composto por números racionais, representados em diferentes formas de registro. Nessa atividade estão presentes as concepções de parte-todo e de razão.

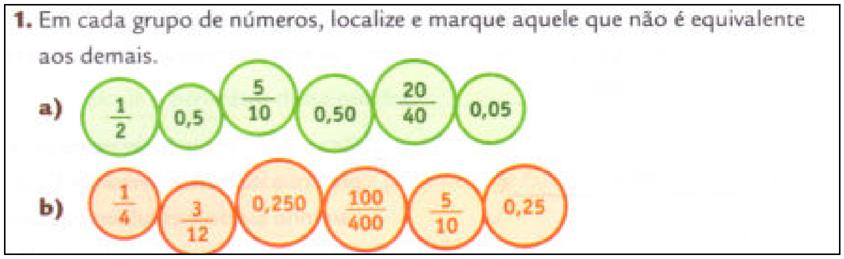
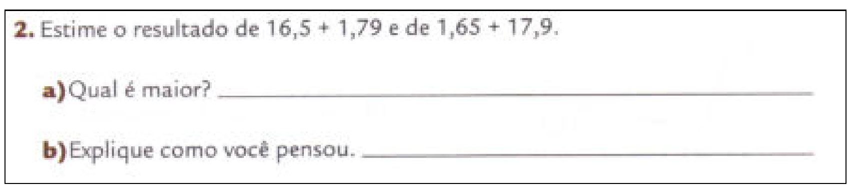


Figura 51 – Números racionais equivalentes
Fonte: Cadernos de apoio e aprendizagem: Matemática (2010, p.73).

Na segunda atividade, figura 52, é novamente proposta a adição de números racionais, porém sendo importante analisar o resultado desses cálculos observando a variação que ocorre, de acordo com a mudança do valor posicional de cada algarismo, associando a concepção de parte-todo à concepção de razão.


2. Estime o resultado de 16,5 + 1,79 e de 1,65 + 17,9.

a) Qual é maior? ____________________

b) Explique como você pensou. ____________________

Figura 52 – Comparação de soma de números racionais.
Fonte: Cadernos de apoio e aprendizagem: Matemática (2010, p.73).

Enquanto isso, nas atividades 3, 4 e 5, figura 53, são colocados problemas que se escrito na forma algébrica geram equações do primeiro grau. Essas tarefas associam-se às concepções de razão, de medida e de operador.

3. Qual é o dobro de 16,2 adicionado à metade de 14,8?

4. Qual é o dobro da soma de 16,2 com a metade de 14,8?

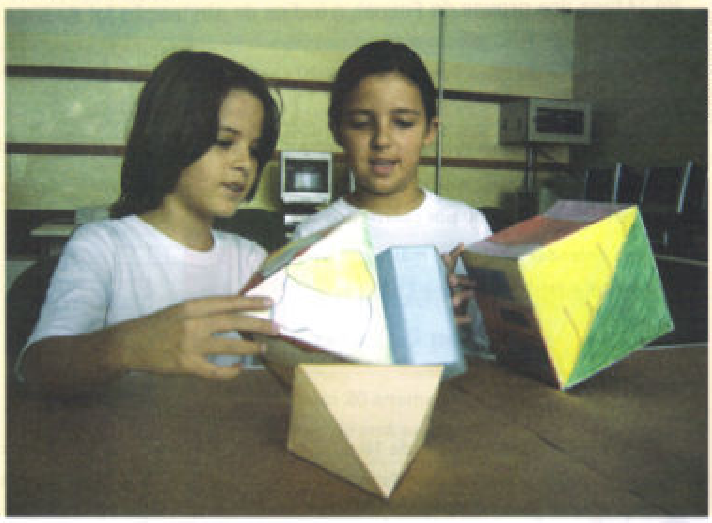
5. Pensei em um número, adicionei a metade de 6,4 e obtive 22,75. Em que número pensei?

Figura 53 – Dobro e triplo de números racionais.
Fonte: Cadernos de apoio e aprendizagem: Matemática (2010, p.73).

Por fim, segue a unidade 8, figura 54, que trás a seguinte proposta:

UNIDADE 8

Nesta Unidade, você vai aprofundar mais seus estudos sobre os números racionais e resolver problemas do campo multiplicativo. Vai também usar seus conhecimentos para fazer cálculos mentais e escritos, exatos ou aproximados.



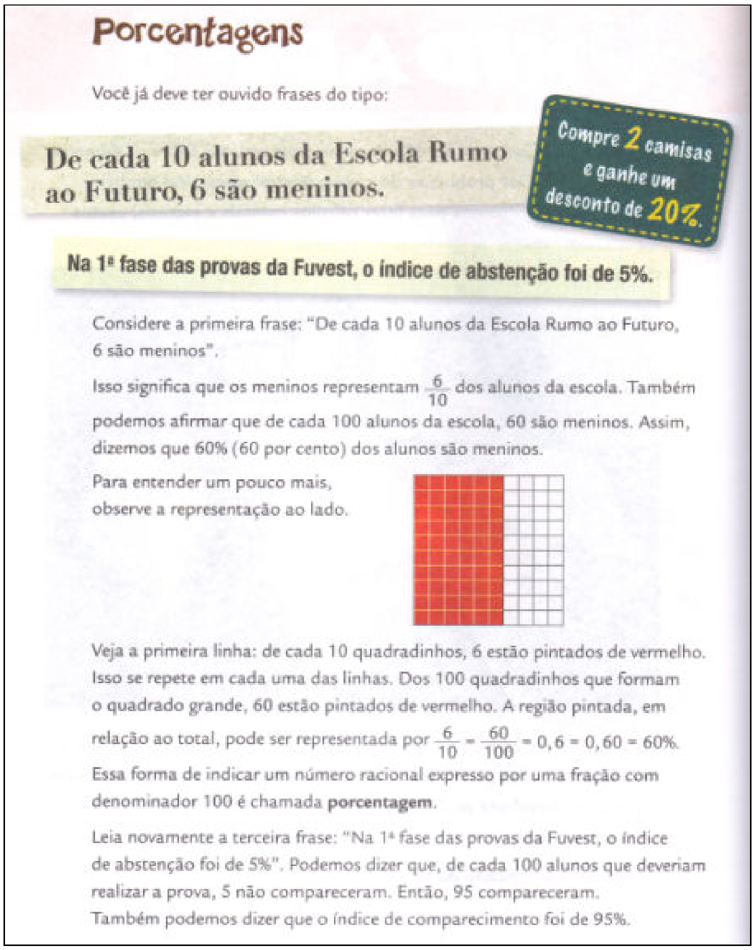
Você trabalhará com problemas que envolvem porcentagem, comporá e decomporá formas geométricas planas e estabelecerá relações entre suas superfícies. Resolverá problemas cujos dados estarão organizados em tabelas e gráficos.

Você sabe o significado do símbolo %?

Figura 54 – Proposta de estudo IV.
Fonte: Cadernos de apoio e aprendizagem – Matemática (2010, p.77).

É muito comum não se associar a idéia de porcentagem ao conjunto dos números racionais, apesar de ser uma operação bastante conhecida e comumente utilizada.

O estudo de porcentagem é apresentado no material com uma situação- problema, figura 55, que apresenta, de forma gradativa, os principais aspectos relacionados à porcentagem:



Porcentagens

Você já deve ter ouvido frases do tipo:

De cada 10 alunos da Escola Rumo ao Futuro, 6 são meninos.

Compre 2 camisas e ganhe um desconto de 20%.

Na 1ª fase das provas da Fuvest, o índice de abstenção foi de 5%.

Considere a primeira frase: "De cada 10 alunos da Escola Rumo ao Futuro, 6 são meninos".

Isso significa que os meninos representam $\frac{6}{10}$ dos alunos da escola. Também podemos afirmar que de cada 100 alunos da escola, 60 são meninos. Assim, dizemos que 60% (60 por cento) dos alunos são meninos.

Para entender um pouco mais, observe a representação ao lado.

Veja a primeira linha: de cada 10 quadradinhos, 6 estão pintados de vermelho. Isso se repete em cada uma das linhas. Dos 100 quadradinhos que formam o quadrado grande, 60 estão pintados de vermelho. A região pintada, em relação ao total, pode ser representada por $\frac{6}{10} = \frac{60}{100} = 0,6 = 0,60 = 60\%$.

Essa forma de indicar um número racional expresso por uma fração com denominador 100 é chamada **porcentagem**.

Leia novamente a terceira frase: "Na 1ª fase das provas da Fuvest, o índice de abstenção foi de 5%". Podemos dizer que, de cada 100 alunos que deveriam realizar a prova, 5 não compareceram. Então, 95 compareceram. Também podemos dizer que o índice de comparecimento foi de 95%.

Figura 55 – Porcentagens.
Fonte: Cadernos de apoio e aprendizagem: Matemática (2010, p.78).

Alguns questionamentos, figura 56, são levados aos alunos como forma de se verificar se a compreensão sobre alguns conceitos fundamentais, relacionados aos números racionais, que por sua vez, não só podem como devem ser resolvidas mentalmente. Tal atividade está relacionada à concepção de operador.

1. O que você entende em questões como:

a) Quantos reais são 100% de R$ 60,00?

b) E 50% de R$ 60,00?

c) E 25% de R$ 60,00?

Figura 56 – Porcentagem de um número racional.
Fonte: Cadernos de apoio e aprendizagem: Matemática (2010, p.79).

Logo depois, na questão 2, figura 57, os alunos devem fazer o manuseio de informações, uma vez que eles não estão totalmente adaptados ao cálculo de porcentagens, mesmo este assunto sendo um tópico pertencente às frações e números decimais, que já são familiares ao aluno. Essa análise dos significados das porcentagens faz menção às concepções de parte-todo, de razão e de quociente.

2. Se 100% representam o todo, qual o significado dado a 10%?

Figura 57 – Significados das porcentagens.
Fonte: Cadernos de apoio e aprendizagem: Matemática (2010, p.79).

Após compreender alguns significados básicos relacionados a porcentagens, os alunos são questionados sobre o significado da quantidade correspondente a $10\% = \frac{10}{100} = \frac{1}{10}$ de determinado valor e depois, a metade dessa porcentagem, figura 58. Esse modelo de atividade está associado às concepções de quociente e de operador.

3. Se um produto custa R$ 40,00, como posso calcular 10% do preço desse produto? E 5%?

Figura 58 – Diferentes porcentagens de um valor numérico.
Fonte: Cadernos de apoio e aprendizagem: Matemática (2010, p.79).

Em seguida, figura 59, é proposta uma atividade que envolve uma sequência de raciocínios relacionados à porcentagem e à multiplicação de números racionais por um número inteiro. Deixando evidente a presença das concepções de parte-todo e de operador.

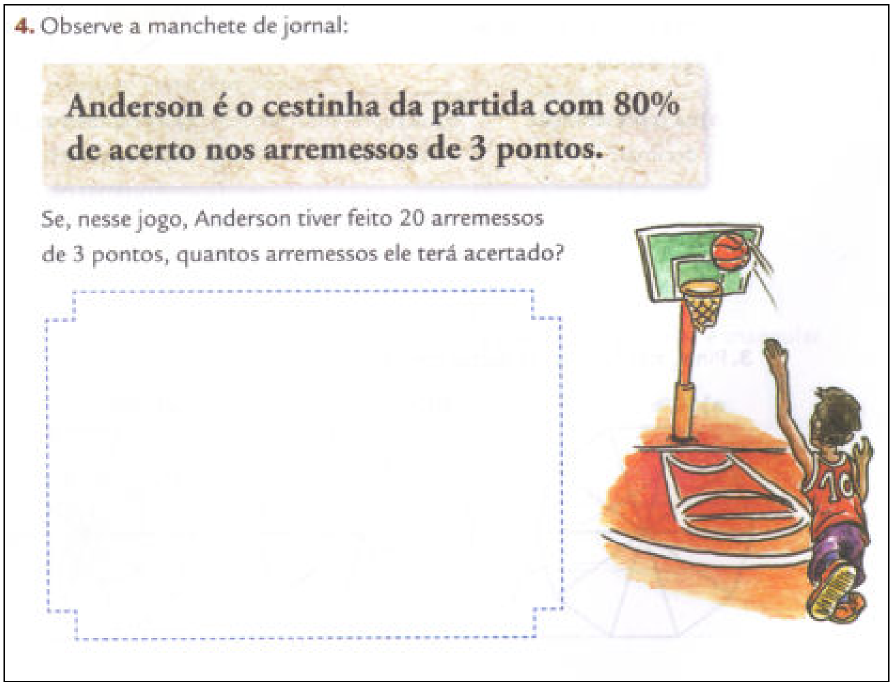


Figura 59 – Situação-problema envolvendo porcentagem.
Fonte: Cadernos de apoio e aprendizagem: Matemática (2010, p.79).

Uma vez que envolve operações com números naturais (20 arremessos x 3 pontos) e operações entre números naturais e racionais : $80\% \text{ de } 60 = \frac{80}{100} \text{ de } 60 = \frac{80}{100}.60$.

Neste momento o cálculo pode ser simplificado gerando o seguinte cálculo:

$\frac{8}{1}.6 = 8.6 = 48$.

Essa solução pode ainda gerar aos alunos dúvidas quanto ao que está sendo calculado, ou seja, a que corresponde o resultado encontrado. Portanto, o aluno deve ter suas idéias bem organizadas e esclarecidas, tanto acerca de frações e números decimais, como sobre porcentagens.

Os exercícios a seguir, estão associados à geometria e servem como fixadores de ideias. No primeiro, figura 60, é utilizado o mesmo recurso utilizado na determinação separação de frações de inteiros, no entanto utilizando os termos relacionados à porcentagem, associando-se assim, às concepções de razão e de quociente.

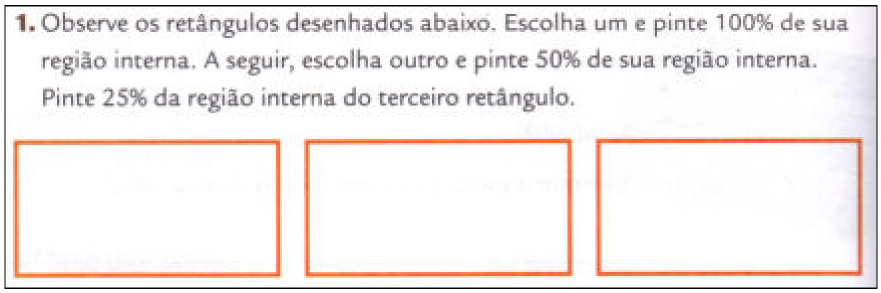


Figura 60 – Representações figurais de porcentagens.
Fonte: Cadernos de apoio e aprendizagem: Matemática (2010, p.80).

No segundo exercício, figura 61, são trabalhadas as diferentes formas de registro de um número: decimal, fracionária e percentual. O livro adota o termo porcentual, como forma de mostrar aos alunos as variações que podem haver na denominação de porcentagens. Nessa atividade é trabalhada a concepção de parte-todo.

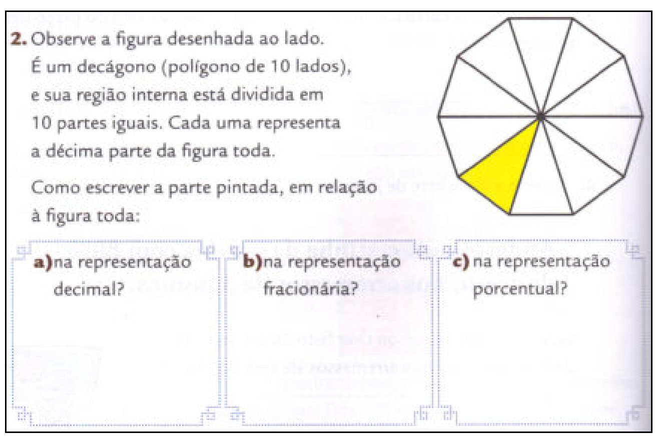


Figura 61 – Diferentes representações de um número racional.
Fonte: Cadernos de apoio e aprendizagem: Matemática (2010, p.80).

No exercício 1, figura 60, é necessário que apenas se divida a figura de acordo com a porcentagem solicitada, envolvendo o cálculo mental necessário para saber em quantas partes o inteiro deve ser dividido e quantas partes devem ser preenchidas. No entanto, no exercício 3, figura 62, o raciocínio adequado envolve um questionamento sobre a que fração corresponde as porcentagens citadas, e depois a quantidade que deverá ser preenchida no inteiro, uma vez que a quantidade de partes já está determinada. Essa atividade é um exemplo de associação da concepção de parte-todo à situações que envolvem porcentagens. Além da concepção de operador que atua na determinação de partes a serem destacadas na figura.

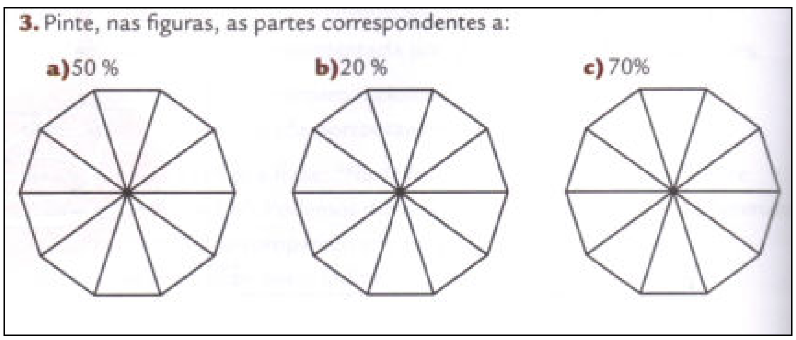


Figura 62 – Porcentagens e frações.
Fonte: Cadernos de apoio e aprendizagem: Matemática (2010, p.80).

As próximas atividades relacionam dados amostrais expostos na forma de gráficos, neste caso pictórico e de barras, respectivamente, à idéia de frações em suas diferentes representações.

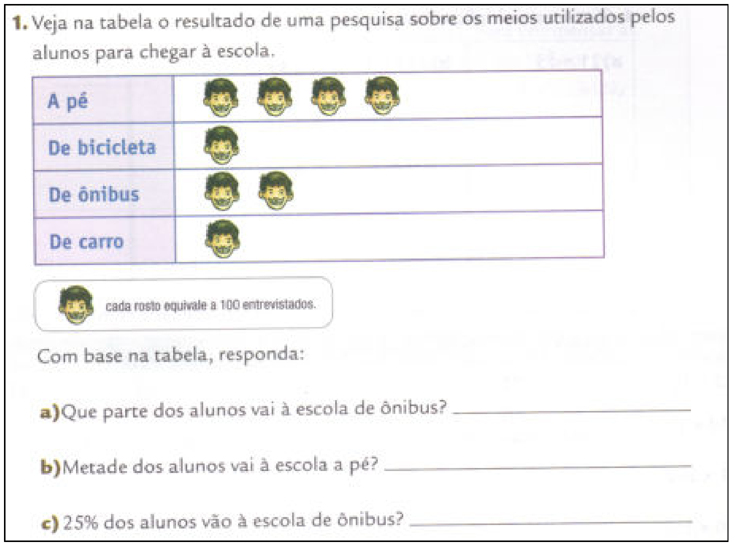


Figura 63 – Comparação de porcentagens.
Fonte: Cadernos de apoio e aprendizagem: Matemática (2010, p.83).

Na primeira atividade, figura 63, alguns cuidados devem ser tomados para que se chegue às conclusões corretas, pois cada rosto no gráfico pictórico corresponde a 100 entrevistados. Ao realizar os cálculos é necessário, primeiramente, fazer o cálculo entre números naturais e então fazer os cálculos solicitados.

No item **a,** figura 63, é necessário encontrar a fração correspondente à quantidade de alunos que vão à escola de ônibus. Enquanto no item **b,** figura 63, o aluno deve calcular a quantidade de alunos que correspondente ao que se pede no item e conferir se o valor encontrado corresponde à metade do valor total e no item **c,** figura 63, deverá ser repetido o mesmo procedimento realizado no item **b,** figura 63 e acrescentar mais um passo antes da conclusão, que é a conversão do valor fracionário para o valor percentual correspondente. Nessa atividade nota-se a ligação entre as concepções de parte-todo, razão e quociente.

A segunda atividade, figura 64, é uma atividade retirada da prova da Olimpíada Brasileira de Matemática das Escolas Públicas – OBMEP.

2. (OBMEP, 2005) Para testar a qualidade de um combustível composto apenas por gasolina e álcool, uma empresa recolheu oito amostras em vários postos de gasolina. Para cada amostra foi determinado o porcentual de álcool e o resultado é mostrado no gráfico ao lado. Em quantas dessas amostras o porcentual de álcool é maior que o porcentual de gasolina?

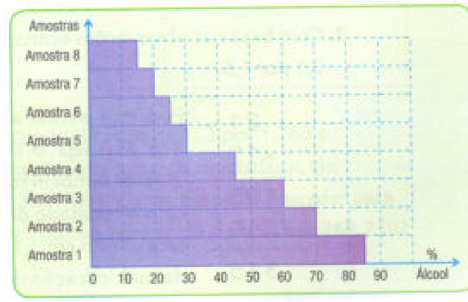


Figura 64 – Análise de situação-problema com gráfico.
Fonte: Cadernos de apoio e aprendizagem: Matemática (2010, p.83).

Essa atividade é de caráter interpretativo e necessita que seja feita uma análise, no entanto, ele parece possuir ausência de dados, uma vez que é necessário fazer comparação de dados, neste caso entre o percentual de gasolina e o percentual de álcool contido nos combustíveis compostos por álcool e gasolina. Mas isso não ocorre, o fato é que o exercício solicita somente que o aluno verifique quando o percentual de álcool excede 50%. Para isso o aluno deve estar atento ao fato de uma quantidade inteira corresponder a 100% e que as quantidades de álcool e gasolina, juntas, devem corresponder à, no máximo, 100% do valor total. Nessa atividade tem-se a presença das concepções de parte-todo, de medida e de razão.

O próximo tema, “Multiplicação de números racionais” começa, com diferentes formas de multiplicação entre números naturais, mas com valores específicos que servirão de base ao cálculo entre números racionais, como é mostrado na figura 65.

1. Efetue as multiplicações:

a) 21 × 15	b) 210 × 15	c) 21 × 150	d) 210 × 150

Figura 65 – Multiplicação de números naturais.
Fonte: Cadernos de apoio e aprendizagem: Matemática (2010, p.84).

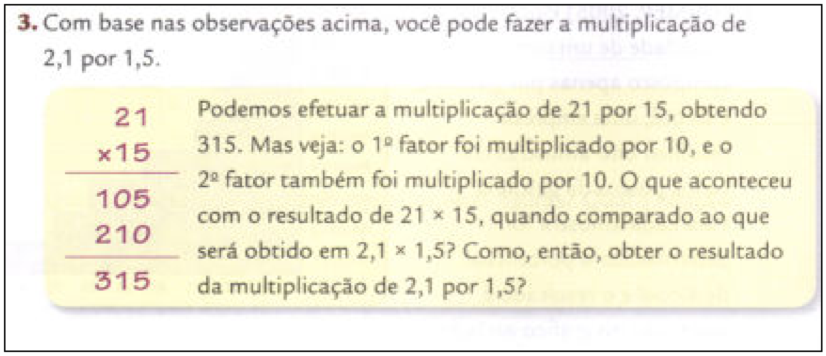
Em seguida, figura 66, é proposto um exercício que mostra o que ocorre em cada multiplicação:

2. Observe os resultados de cada uma das multiplicações e complete o quadro:

Multiplicação	1º fator	2º fator	Produto
21 × 15	**21**	**15**	**315**
210 × 15	210 (multiplicado por 10)	15 (permanece inalterado)	3.150 (fica multiplicado por 10)
21 × 150			
210 × 150			

Figura 66 – Tabela de multiplicação de números naturais.
Fonte: Cadernos de apoio e aprendizagem: Matemática (2010, p.84).

Após a análise do que acontece, tomando como base a idéia de multiplicação por potências de 10, são propostos dois exercícios, figuras 67-68, em que os alunos devem analisar o comportamento de cada um dos números, caso não houvesse a presença da vírgula.

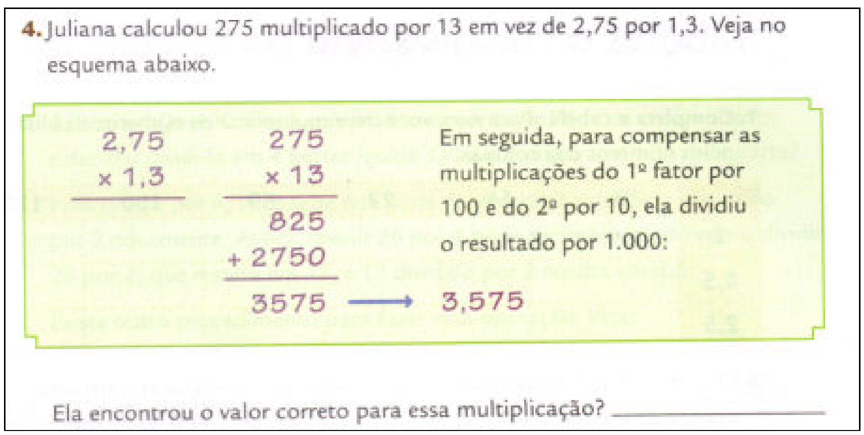


3. Com base nas observações acima, você pode fazer a multiplicação de 2,1 por 1,5.

$$\begin{array}{r} 21 \\ \times 15 \\ \hline 105 \\ 210 \\ \hline 315 \end{array}$$

Podemos efetuar a multiplicação de 21 por 15, obtendo 315. Mas veja: o 1º fator foi multiplicado por 10, e o 2º fator também foi multiplicado por 10. O que aconteceu com o resultado de 21 × 15, quando comparado ao que será obtido em 2,1 × 1,5? Como, então, obter o resultado da multiplicação de 2,1 por 1,5?

Figura 67 – Multiplicação entre números racionais.
Fonte: Cadernos de apoio e aprendizagem: Matemática (2010, p.84).



4. Juliana calculou 275 multiplicado por 13 em vez de 2,75 por 1,3. Veja no esquema abaixo.

$$\begin{array}{r} 2{,}75 \\ \times 1{,}3 \\ \hline \end{array} \qquad \begin{array}{r} 275 \\ \times 13 \\ \hline 825 \\ +\,2750 \\ \hline 3575 \end{array} \longrightarrow 3{,}575$$

Em seguida, para compensar as multiplicações do 1º fator por 100 e do 2º por 10, ela dividiu o resultado por 1.000:

Ela encontrou o valor correto para essa multiplicação? ______

Figura 68 – Comparação do produto entre números naturais e racionais.
Fonte: Cadernos de apoio e aprendizagem: Matemática (2010, p.85).

Nesse momento, é esperado que os alunos já tenham compreendido o processo de multiplicação entre números racionais e então são propostos exercícios de aplicação direta do algoritmo, figura 69.

Em ambas as atividades são trabalhadas as concepções de operador.

5. Efetue as multiplicações indicadas:

a) 5,67 × 2,7

b) 10,9 × 9,61

c) 234 × 4,8

Figura 69 – Multiplicação entre números racionais e naturais.
Fonte: Cadernos de apoio e aprendizagem: Matemática (2010, p.85).

Em seguida, figura 70, é apresentada uma situação-problema em que os alunos precisam associar as idéias obtidas, anteriormente, associando-se a concepção de operador.

6. Maria Cecília fez na calculadora a multiplicação de 153 por 1.763 e encontrou o valor de 269.739. Depois, verificou que, na verdade, ela precisava encontrar o valor de 15,3 × 1,763. Como ela pode proceder para encontrar o resultado dessa multipilicação, conhecido o resultado 269.739?

Figura 70 – Comparação de resultados de cálculos com números naturais e racionais.
Fonte: Cadernos de apoio e aprendizagem: Matemática (2010, p.85).

O próximo exercício aborda cálculos que envolvem números naturais, como na tabela apresentada na figura 71.

1. Complete a tabela. Para isso, você deve multiplicar os números das linhas pelos números das colunas.

×	8	14	22	59	100	120
2						
0,5						
2,5						

Figura 71 – Tabela de multiplicação entre números naturais e racionais.
Fonte: Cadernos de apoio e aprendizagem: Matemática (2010, p.86).

E também cálculos com valores pertencentes a sistemas monetários, figuras 72-73. Todas essas tarefas estão associadas à concepção de operador.

2. Os pais de José Roberto querem fazer uma viagem e obtiveram, em uma agência de viagens, a informação de que custará U$ 1.780,00 (1.780 dólares) por passageiro. Como José Roberto tem 10 anos, a passagem dele sairá pela metade da passagem do adulto. Se hoje o dólar está cotado a R$ 1,79 (ou seja, 1 dólar = 1,79 real), quanto os três gastarão, em reais, para fazer a viagem?

Figura 72 – Situação-problema envolvendo metade e multiplicação.
Fonte: Cadernos de apoio e aprendizagem: Matemática (2010, p.86).

3. Em uma papelaria, alguns materiais escolares estão em oferta.

Caderno espiral com 120 folhas	Caderno brochura 80 folhas	Lápis preto
De R$ 6,40 por R$ 6,00	De R$ 3,20 por R$ 2,85	De R$ 0,40 por R$ 0,35

A mãe de João Pedro comprou, antes da promoção, 5 cadernos espirais, 4 cadernos brochura e 6 lápis pretos. Quanto ela teria economizado se tivesse comprado os produtos em oferta?

Figura 73 – Comparação de valores monetários envolvendo multiplicação de racionais.
Fonte: Cadernos de apoio e aprendizagem: Matemática (2010, p.86).

O cálculo de divisões[1] entre números racionais recorre da mesma forma que o cálculo da multiplicação entre racionais, ou seja, partindo de um procedimento utilizando números naturais, conforme a atividade 1, figura 74.

1. A turma de José Roberto comprou uma corda de 26 m de comprimento e decidiu dividi-la em 4 partes iguais. Qual o comprimento de cada parte?

Para dividir por 4, você sabe que pode dividir por 2 e dividir o resultado por 2 novamente. Assim, dividir 26 por 4 pode ser interpretado como dividir 26 por 2, que resulta em 13, e 13 dividido por 2 resulta em 6,5.

Existe outro procedimento para fazer essa operação. Veja:

$$\begin{array}{r|l} 26 & 4 \\ \hline -24 & 6 \\ 2 & \end{array}$$

Divido as 26 unidades por 4, encontro 6 unidades e sobram 2 unidades.

$$\begin{array}{r|l} 26 & 4 \\ \hline -24 & 6{,}5 \\ 20 & \\ 20 & \\ \hline 0 & \end{array}$$

2 unidades são iguais a 20 décimos. Divido 20 décimos por 4 e obtenho 5 décimos.

Cada parte medirá 6,5 metros.

Figura 74 – Divisão de números naturais e racionais.
Fonte: Cadernos de apoio e aprendizagem: Matemática (2010, p.87).

[1] Nas atividades citadas nas figuras 74-82 estão associadas as concepções de parte-todo e operador, porém relacionadas à divisão de números racionais.

Após a atividade citada, é proposta uma atividade, figura 75, que envolve submúltiplos de unidades de medidas, neste caso, gramas.

2. José Roberto foi ao mercado comprar queijo mozarela. Se o preço do quilo do queijo é R$ 16,50, quanto ele pagou por 200 gramas?

Figura 75 – Divisão de racionais na relação entre sistema monetário e medida de massa.
Fonte: Cadernos de apoio e aprendizagem: Matemática (2010, p.87).

E por fim os exercícios de aplicação direta do algoritmo, figura 76.

3. Efetue as divisões:

a) 6,82 ÷ 2	**b)** 8 ÷ 5	**c)** 35,7 ÷ 7

Figura 76 – Divisão de números racionais.
Fonte: Cadernos de apoio e aprendizagem: Matemática (2010, p.87).

Os mesmo tópicos, multiplicação e divisão, são abordados, em seguida, na forma de registro fracionária, porém associada a representação gráfica como observa-se nas atividades a seguir, figuras 77-82:

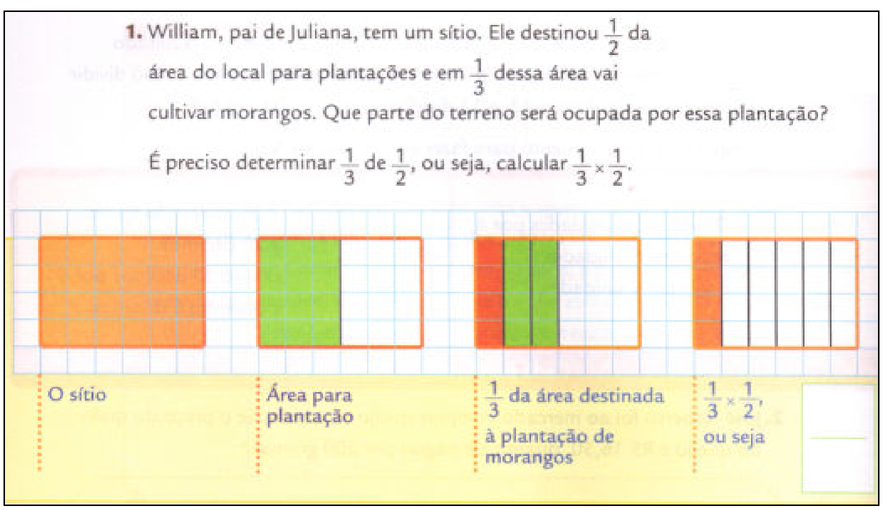


Figura 77 – Determinação de áreas associadas a fração.
Fonte: Cadernos de apoio e aprendizagem: Matemática (2010, p.88).

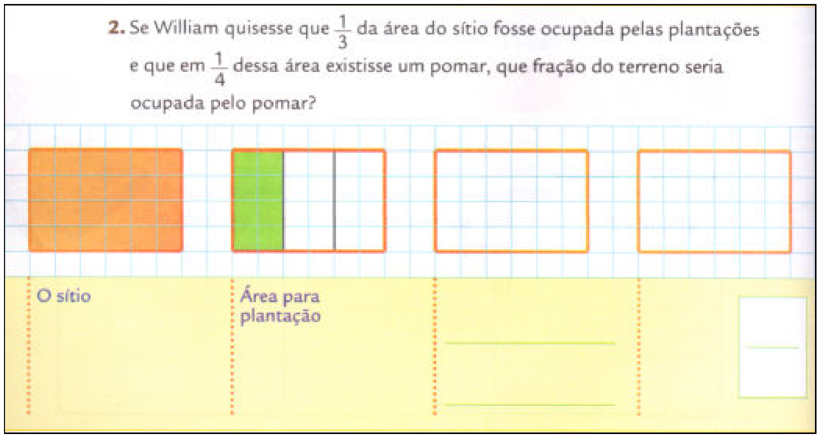


Figura 78 – Frações de áreas.
Fonte: Cadernos de apoio e aprendizagem: Matemática (2010, p.88).

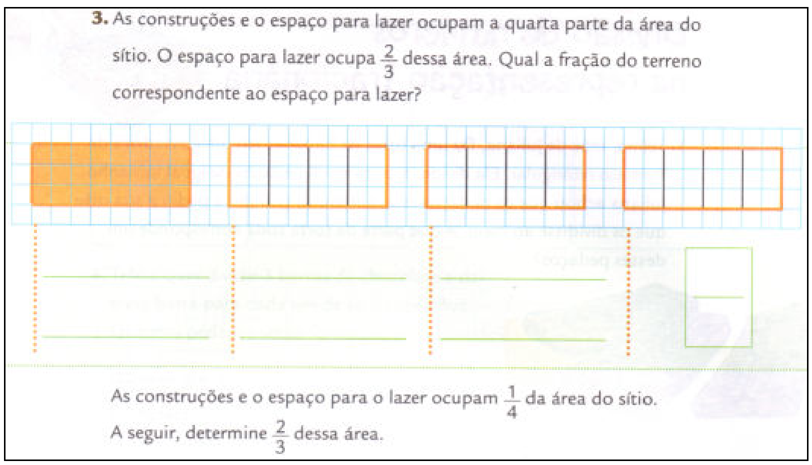


Figura 79 – Quantidades correspondentes às frações.
Fonte: Cadernos de apoio e aprendizagem: Matemática (2010, p.89).

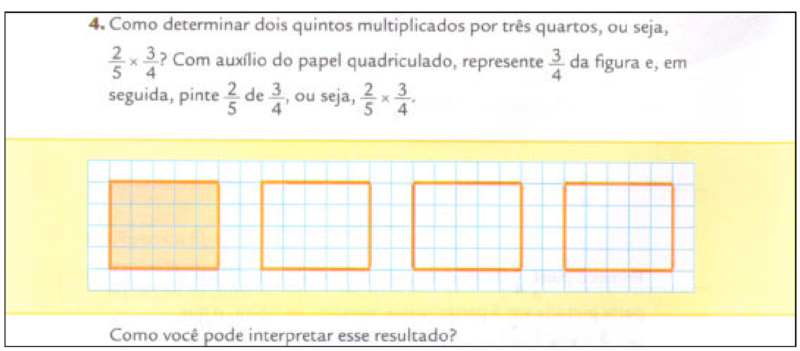


Figura 80 – Produto de frações correspondentes à áreas.
Fonte: Cadernos de apoio e aprendizagem: Matemática (2010, p.89).

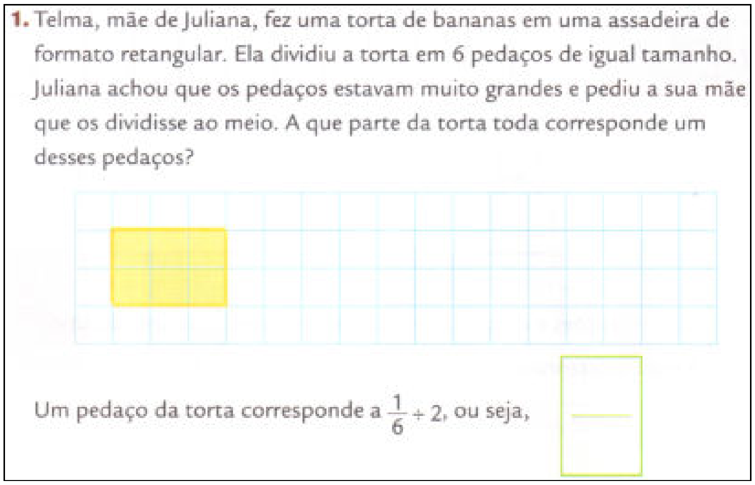


Figura 81 – Divisão de frações com uso de malha quadriculada.
Fonte: Cadernos de apoio e aprendizagem: Matemática (2010, p.90).

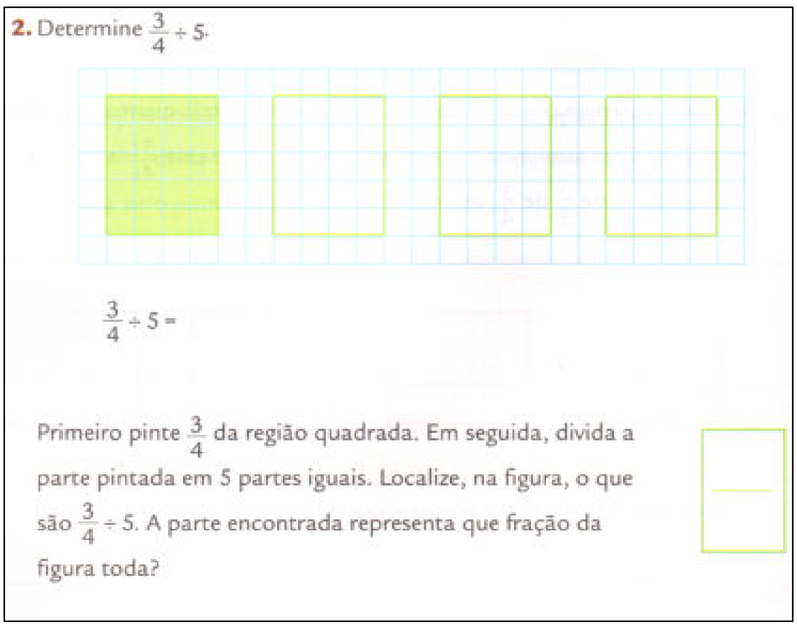


Figura 82 – Orientações de divisão de fração na malha quadriculada.
Fonte: Cadernos de apoio e aprendizagem: Matemática (2010, p.90).

A seguir temos as atividades relacionadas aos números racionais apresentadas no “Caderno do aluno”. Primeiramente as atividades contidas no volume 1 e logo em seguida as atividades do volume 2.

O material inicia todos os seus conteúdos com uma nova “Situação de Aprendizagem”, que segue em todo o material a mesma estrutura. Inicialmente a abordagem de um tema já conhecido pelos alunos seguido de novos exercícios relacionados ao novo conteúdo a ser ensinado aos alunos.

Inicia-se a partir daqui, os comentários relacionados às atividades do volume 1.

No volume analisado, a primeira situação de aprendizagem é denominada "Na medida certa: dos naturais às frações" que se inicia com o conceito de frações associado à construção do *Tangram*[1], trazendo uma breve explicação a cerca do que é o *Tangram*, seguida de como o aluno pode construí-lo, figura 83:

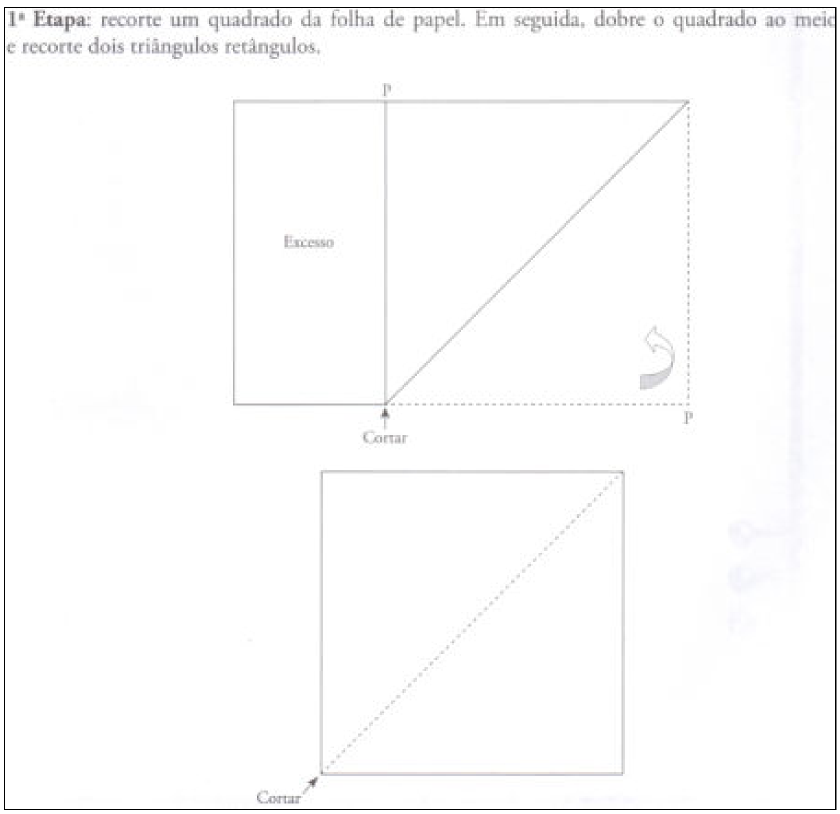


Figura 83 – Construção do Tangram I.
Fonte: Caderno do aluno – Matemática (2010, p.32).

[1] Quebra-cabeça chinês composto por sete figuras geométricas: cinco triângulos, um quadrado e um paralelogramo.

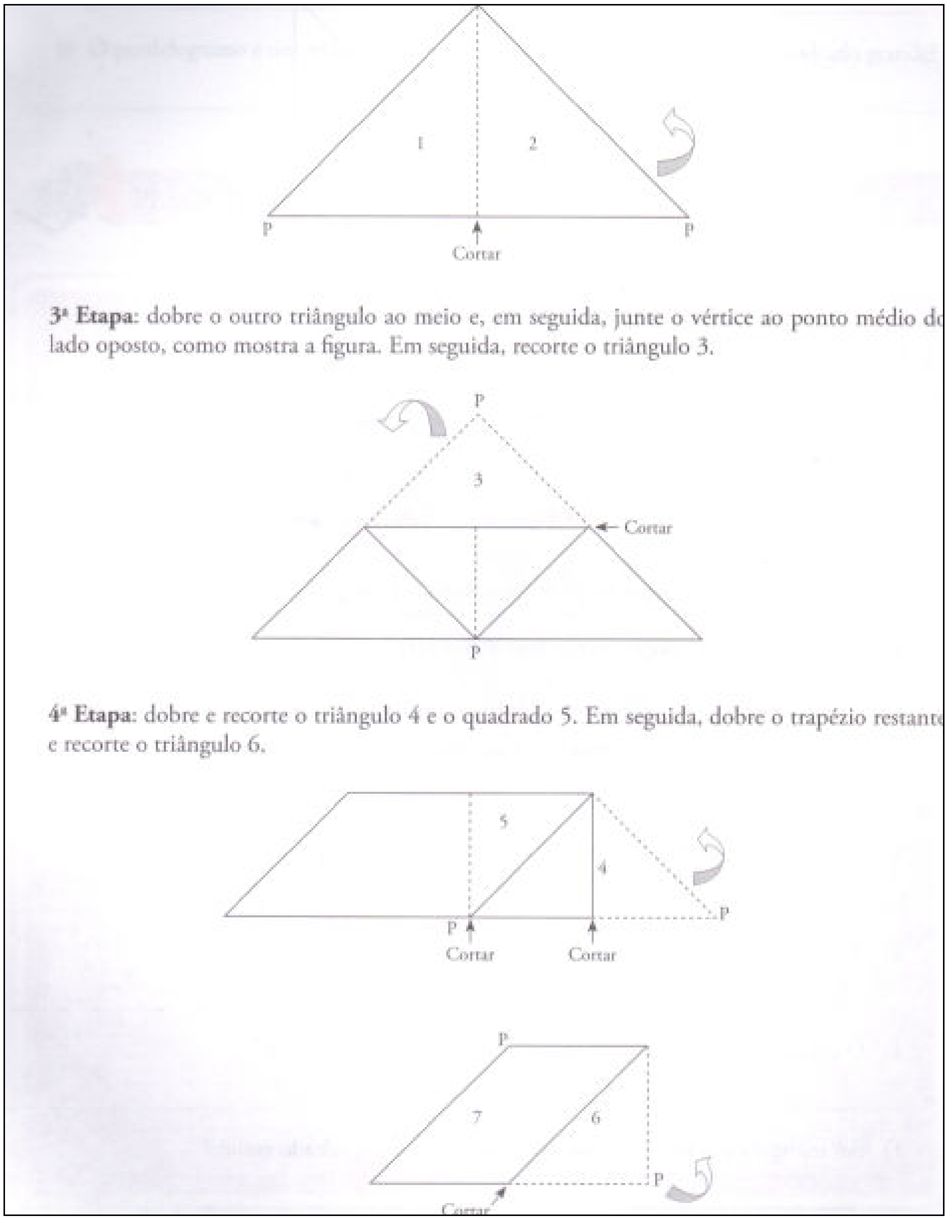


Figura 84 – Construção do Tangram II.
Fonte: Caderno do aluno – Matemática (2010, p.33).

Após o processo de construção do *Trangram* é colocada a união das peças construídas, resultando em um quadrado, figura 85, e assim inicia-se o estudo associado à frações. É importante citar que as concepções de parte-todo, de razão e de quociente estão associadas à construção do *Tamgram*.

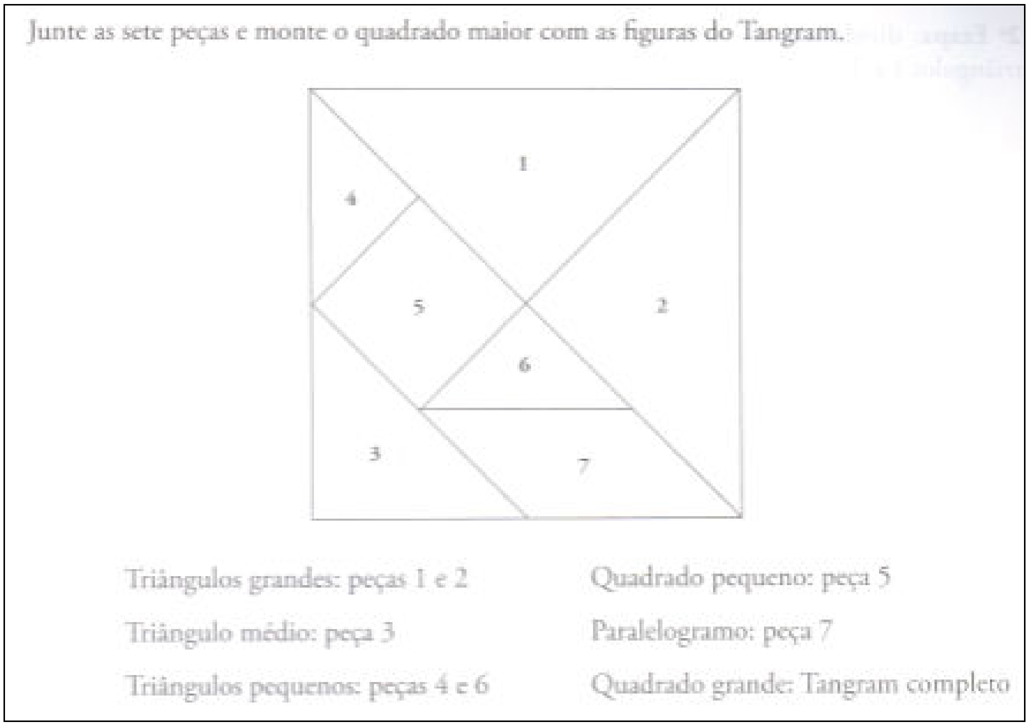


Figura 85 – Tangram finalizado.
Fonte: Caderno do aluno - Matemática. (2010, p.34).

Após a observação da figura obtida, figura 85, que remete a idéia de inteiro uma vez que é formada por várias frações de iguais ou equivalentes denominadores, alguns questionamentos são levantados. Em que é possível observar também, que as concepções de parte-todo e parte-parte mencionadas são exploradas ao relacionar cada peça (parte) com o quadrado (todo) e relacionar peças (parte) com outras peças que constituem o quadrado (parte).

Os questionamentos que seguem após a construção do *Tangram*, estão relacionados à concepção de quociente.

2. Tendo como base as peças do Tangram, responda às seguintes perguntas:

a) Quantos triângulos pequenos são necessários para formar um quadrado pequeno?

b) Um triângulo pequeno corresponde a que fração do quadrado pequeno?

c) Um triângulo pequeno corresponde a que fração do triângulo grande?

d) O quadrado pequeno corresponde a que fração do triângulo grande?

e) O paralelogramo corresponde a que fração do quadrado grande?

f) Um triângulo pequeno corresponde a que fração do quadrado grande?

g) Um triângulo pequeno e um triângulo médio correspondem a que fração do triângulo grand

h) O paralelogramo e um triângulo pequeno correspondem a que fração do quadrado grande

Figura 86 – Questões relacionadas às partes do *Tangram*.
Fonte: Caderno do aluno – Matemática (2010, p.34).

Ao concluir o tema, uma pesquisa de caráter investigativo é sugerida ao aluno, figura 87, tendo como objetivo associar as frações a situações do cotidiano:

Faça uma pesquisa em jornais e revistas e selecione uma notícia que faz uso de frações. Escreva um parágrafo resumindo o assunto da notícia e a qual valor se refere a fração encontrada. Leve a notícia encontrada na próxima aula e faça um resumo sobre ela no espaço a seguir.

Figura 87 – Proposta de pesquisa.
Fonte: Caderno do aluno - Matemática (2010, p.35).

Em seguida inicia-se um trabalho de abordagem sobre o mesmo problema encontrado anterior ao surgimento dos números racionais: como tratar medidas não inteiras?

Esse tópico aborda basicamente a ideia de números mistos associados às medidas, a partir de atividades em que os alunos pode praticar medidas, com o uso da régua.

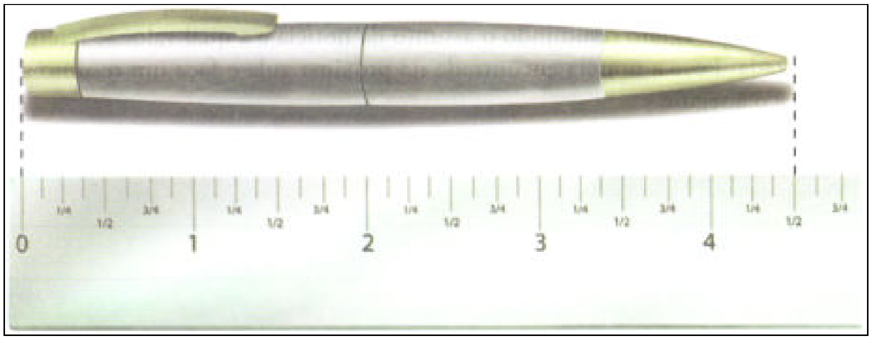


Figura 88 – Medidas de objetos utilizando régua I.
Fonte: Caderno do aluno – Matemática (2010, p.36).

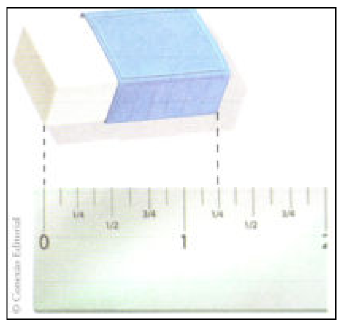


Figura 89 – Medidas de objetos utilizando régua II.
Fonte: Caderno do aluno – Matemática (2010, p.37).

Figura 90 – Medidas de objetos utilizando régua III.
Fonte: Caderno do aluno – Matemática (2010, p.37).

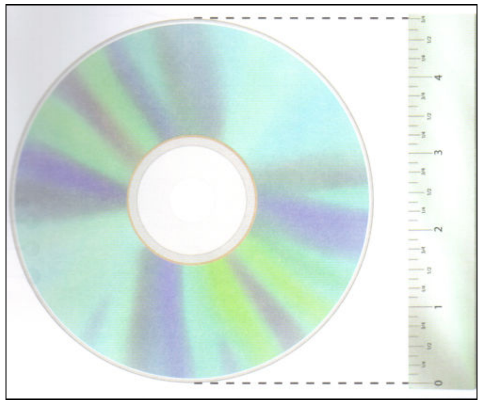
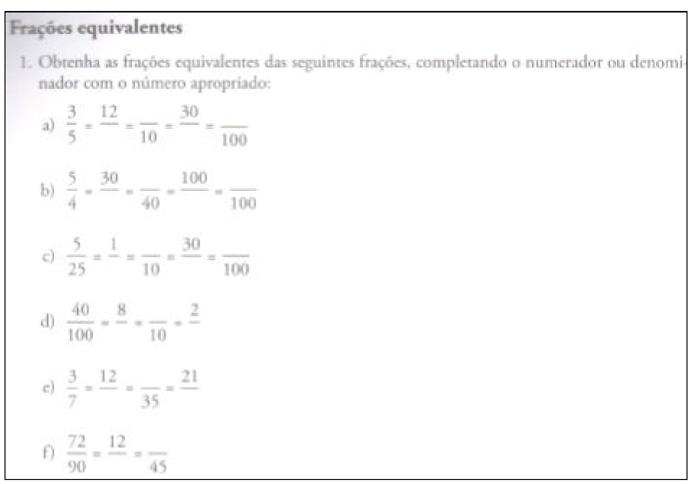


Figura 91 – Medidas de objetos utilizando régua IV.
Fonte: Caderno do aluno - Matemática (2010, p.37).

Essa forma de atividade, figura 88-91, instiga o aluno a encontrar uma solução para a situação-problema proposta, sem se prender a teoria, mas sim pensando na melhor forma de solucioná-la. No entanto observa-se que a solução desses problemas também estão associadas à concepção de parte-todo e de medida.

Em seguida, são propostas atividades baseadas em frações equivalentes que além de associar a concepção de razão, trabalha com o tratamento da informação, neste caso, o tratamento da forma de registro adotada, que é a forma fracionária.

Na atividade a seguir, figura 92, é necessário completar as frações fazendo, portanto, uso das concepções de razão e proporção.



Frações equivalentes

1. Obtenha as frações equivalentes das seguintes frações, completando o numerador ou denominador com o número apropriado:

a) $\frac{3}{5} = \frac{12}{\ } = \frac{\ }{10} = \frac{30}{\ } = \frac{\ }{100}$

b) $\frac{5}{4} = \frac{30}{\ } = \frac{\ }{40} = \frac{100}{\ } = \frac{\ }{100}$

c) $\frac{5}{25} = \frac{1}{\ } = \frac{\ }{10} = \frac{30}{\ } = \frac{\ }{100}$

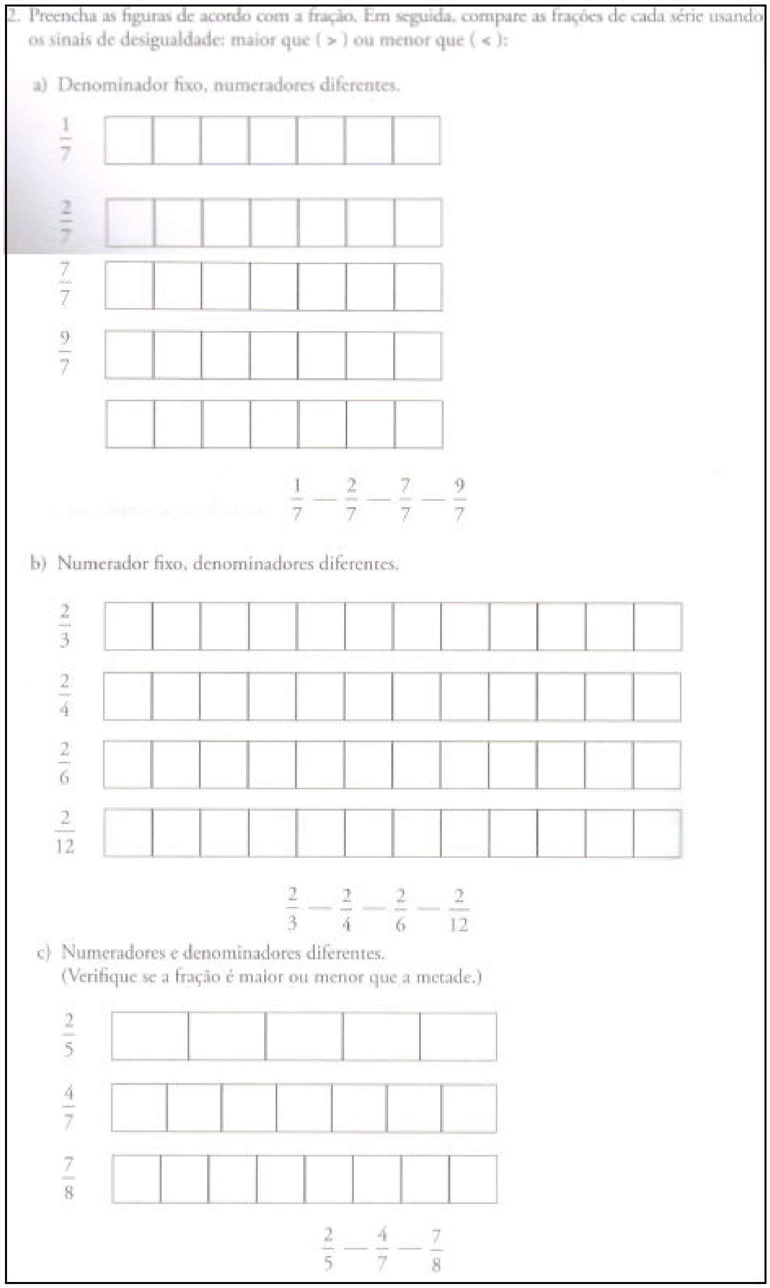
d) $\frac{40}{100} = \frac{8}{\ } = \frac{\ }{10} = \frac{2}{\ }$

e) $\frac{3}{7} = \frac{12}{\ } = \frac{\ }{35} = \frac{21}{\ }$

f) $\frac{72}{90} = \frac{12}{\ } = \frac{\ }{45}$

Figura 92 – Obtenção de frações equivalente a partir do numerador/denominador.
Fonte: Caderno do aluno - Matemática. (2010, p.39).

A próxima atividade, figura 93, segue o mesmo raciocínio, no entanto, com outra forma de abordagem que é a comparação de frações em diferentes casos de variação ou a não-variação, tanto do numerador como do denominador. Associando-se assim às concepções de parte-todo e de quociente.



2. Preencha as figuras de acordo com a fração. Em seguida, compare as frações de cada série usando os sinais de desigualdade: maior que (>) ou menor que (<):

a) Denominador fixo, numeradores diferentes.

$\frac{1}{7}$

$\frac{2}{7}$

$\frac{7}{7}$

$\frac{9}{7}$

$\frac{1}{7}$ — $\frac{2}{7}$ — $\frac{7}{7}$ — $\frac{9}{7}$

b) Numerador fixo, denominadores diferentes.

$\frac{2}{3}$

$\frac{2}{4}$

$\frac{2}{6}$

$\frac{2}{12}$

$\frac{2}{3}$ — $\frac{2}{4}$ — $\frac{2}{6}$ — $\frac{2}{12}$

c) Numeradores e denominadores diferentes.
(Verifique se a fração é maior ou menor que a metade.)

$\frac{2}{5}$

$\frac{4}{7}$

$\frac{7}{8}$

$\frac{2}{5}$ — $\frac{4}{7}$ — $\frac{7}{8}$

Figura 93 – Comparação de racionais utilizando representação figural.
Fonte: Caderno do aluno - Matemática (2010, p.40).

Nas atividades seguintes, figura 94, têm-se uma fusão das duas formas de atividades anteriores, figuras 92-93, relacionando-se às mesmas conceoções.

3. Compare as duas frações usando os sinais <, > ou =.

a) $\frac{2}{9}$ — $\frac{2}{15}$

b) $\frac{11}{10}$ — $\frac{5}{10}$

c) $\frac{3}{10}$ — $\frac{3}{9}$

d) $\frac{33}{100}$ — $\frac{77}{100}$

e) $\frac{5}{12}$ — $\frac{12}{5}$

f) $\frac{9}{17}$ — $\frac{9}{19}$

g) $\frac{22}{45}$ — $\frac{35}{60}$

h) $\frac{9}{8}$ — 2

i) $\frac{4}{8}$ — $\frac{7}{14}$

j) 3 — $3\frac{1}{3}$

4. Usando o princípio da equivalência, transforme as frações abaixo em frações de mesm denominador e compare-as, usando os sinais <, > ou =.

a) $\frac{2}{5}$ — $\frac{7}{15}$

b) $\frac{7}{4}$ — $\frac{13}{10}$

c) $\frac{4}{7}$ — $\frac{5}{8}$

d) $\frac{5}{12}$ — $\frac{7}{18}$

e) $\frac{2}{10}$ — $\frac{5}{25}$

f) $\frac{32}{100}$ — $\frac{6}{20}$

Figura 94 – Comparação de racionais utilizando representação fracionária.
Fonte: Caderno do aluno – Matemática (2010, p.41).

No próximo tema, figura 95, é abordada a relação entre o conjunto dos números racionais e o conjunto dos números naturais. A primeira forma de abordagem do conteúdo é feita trabalhando-se com uma diferente forma de registro de frações, ainda não apresentada no material anteriormente: a razão escrita como operação de divisão.

Escreva as operações na forma de fração e calcule:

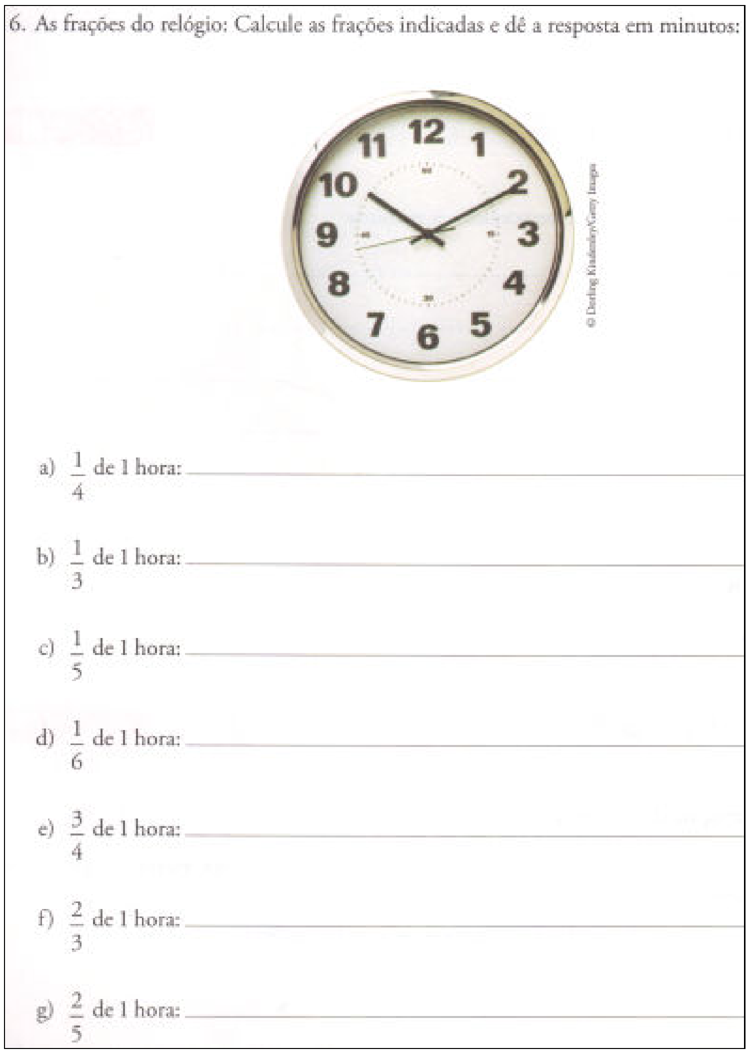
Exemplo: Dois terços de 18

$$\begin{cases} 18 \div 3 = 6 \\ 2 \,.\, 6 = 12 \end{cases} \Rightarrow \frac{2}{3} \,.\, 18 = 12$$

Figura 95 – Esquema para obtenção da fração de um número natural.
Fonte: Caderno do aluno – Matemática (2010, p.41).

Esse modelo de atividade, figura 95, está associado às concepções de operador e quociente.

Após o exemplo anterior são sugeridos diversos exercícios que seguem exatamente o mesmo padrão adotado no exemplo. Em seguida, figura 96, é apresentada a aplicação do conjunto dos números racionais às horas:


6. As frações do relógio: Calcule as frações indicadas e dê a resposta em minutos:

a) $\frac{1}{4}$ de 1 hora: ______

b) $\frac{1}{3}$ de 1 hora: ______

c) $\frac{1}{5}$ de 1 hora: ______

d) $\frac{1}{6}$ de 1 hora: ______

e) $\frac{3}{4}$ de 1 hora: ______

f) $\frac{2}{3}$ de 1 hora: ______

g) $\frac{2}{5}$ de 1 hora: ______

Figura 96 – Frações de horas.
Fonte: Caderno do aluno – Matemática (2010, p.43).

Essa atividade associa não só o cálculo de fração de um número natural que nesse caso é representado pelas horas, como trabalha a representação figural dos números racionais, uma vez que a imagem do relógio assume a função de representativo figural de um inteiro, atentando-se ao fato de que neste caso o inteiro se trata de 1 hora que equivale a 60 minutos.

Tal atividade está relacionada à concepção de parte-todo, de medida e também de quociente.

Na atividade seguinte, figura 97, a relação entre fração e número natural, ou seja, as horas, é mais evidente. Essa atividade está relacionada às concepções de parte-todo e de razão.

7. Escreva a que fração da hora correspondem os minutos:

a) 30 minutos: __________

b) 10 minutos: __________

c) 15 minutos: __________

d) 1 minuto: __________

e) 50 minutos: __________

f) 20 minutos: __________

g) 25 minutos: __________

h) 36 minutos: __________

Figura 97 – Correspondência entre minutos e fração de horas.
Fonte: Caderno do aluno - Matemática (2010, p.44).

Por fim, nesse volume do material analisado, o conceito de numeração racional é estudado até as operações de adição e subtração de frações, que aparecem tanto na forma de registro de escrita por extenso, como na forma de representação fracionária. Tal atividade relaciona-se a concepção de parte-todo.

Efetue as operações e dê o resultado em linguagem mista. Em seguida, escreva a operação na forma fracionária:

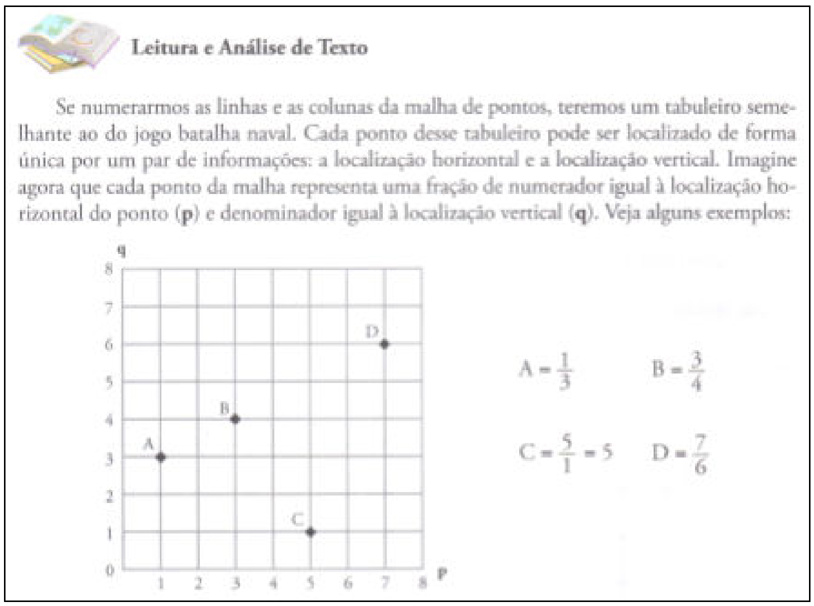
Exemplo: 3 quintos + 4 quintos = 7 quintos

$$\frac{3}{5} + \frac{4}{5} = \frac{7}{5}$$

Figura 98 – Exemplo de soma de frações.
Fonte: Caderno do aluno – Matemática (2010, p.44).

Segue agora a segunda etapa da análise do “Caderno do aluno”, Volume 3.

Esse material inicia o estudo de frações utilizando a localização de pontos na malha quadriculada, figura 99, que é construída de maneira semelhante ao plano cartesiano, em que cada ponto corresponde a uma fração cuja determinação do numerador corresponde à posição horizontal do ponto, e o denominador à posição vertical do ponto.



Leitura e Análise de Texto

Se numerarmos as linhas e as colunas da malha de pontos, teremos um tabuleiro semelhante ao do jogo batalha naval. Cada ponto desse tabuleiro pode ser localizado de forma única por um par de informações: a localização horizontal e a localização vertical. Imagine agora que cada ponto da malha representa uma fração de numerador igual à localização horizontal do ponto (**p**) e denominador igual à localização vertical (**q**). Veja alguns exemplos:

$A = \frac{1}{3}$ $B = \frac{3}{4}$

$C = \frac{5}{1} = 5$ $D = \frac{7}{6}$

Figura 99 – Representação de frações na malha quadriculada.
Fonte: Caderno do aluno – Matemática (2010, p.32).

Após a fixação desse conceito, são propostos exercícios de caráter semelhante, porém com objetivos diferentes, como localizar frações de mesmo denominador, representados por números naturais, ou seja, localizar frações em que o numerador e o denominador são iguais e frações em que o numerador é múltiplo do denominador e por fim, localizar uma fração irredutível e as frações equivalentes a ela. Associados assim às concepções de razão, de medida e de parte-todo.

Todas essas atividades ajudam o aluno a perceber o que ocorre com as frações e seus respectivos posicionamentos em cada caso citado.

Baseado nessas atividades são colocados alguns questionamentos para análise do aluno, figura 100.

Na representação de frações em uma malha quadriculada, assinale verdadeiro (V) ou falso (F). Caso tenha dificuldade com o vocabulário, consulte seu professor.

( ) Frações com denominadores iguais, necessariamente, estão alinhadas horizontalmente.

( ) As frações impróprias estão localizadas na diagonal que passa pela origem ou à direita dela.

( ) Frações equivalentes, necessariamente, estão alinhadas com a origem da malha e entre si.

Figura 100 – Questões sobre a representação de frações na malha quadriculada.
Fonte: Caderno do aluno – Matemática (2010, p.33).

Trabalhando-se ainda sobre a proposta da malha quadriculada inicia o estudo a respeito das operações com frações, a princípio a adição e a subtração de frações:

Leitura e Análise de Texto

Vamos determinar um procedimento para fazer adição de frações utilizando a malha quadriculada. Por exemplo, para fazer $\frac{1}{2} + \frac{2}{3}$ os passos são:

- marcamos o conjunto de frações equivalentes a $\frac{1}{2}$;
- marcamos o conjunto de frações equivalentes a $\frac{2}{3}$;
- procuramos frações dos conjuntos marcados que estejam alinhadas horizontalmente e, nessa mesma linha, encontramos a soma adicionando os numeradores das frações.

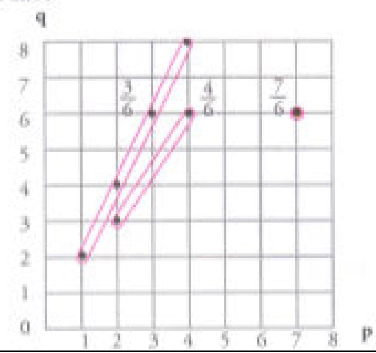


Figura 101 – Adição de frações utilizando malha quadriculada.
Fonte: Caderno do aluno – Matemática (2010, p.34).

Como se pode observar, a proposta desse tópico tem como objetivo trabalhar as operações mediante a obtenção de frações equivalentes, para que o cálculo seja feito com frações de denominadores iguais, e não utilizando o método com o mínimo múltiplo comum (m.m.c.), como é proposto muitos materiais que tratam do assunto.

Em atividades com o uso de malhas fica evidente a associação à concepção de quociente e de razão.

Por fim, a última atividade relacionada a frações proposta no material, figura 102, é trabalhada dessa vez na malha triangular, associando a idéia de ângulos à fração, semelhante ao modelo proposto na figura 96.

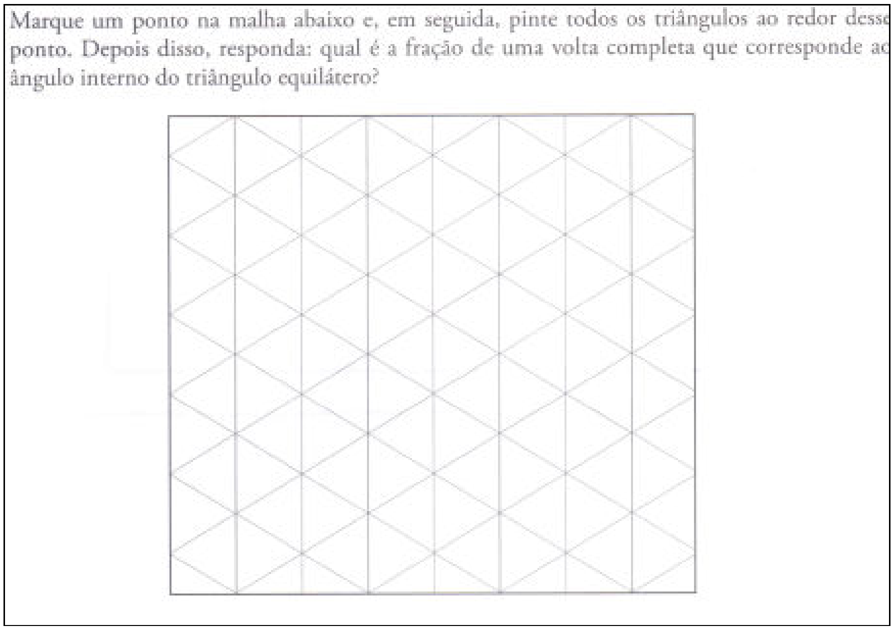


Figura 102 – Localização de frações na malha triangular.
Fonte: Caderno do aluno – Matemática (2010, p.41).

4.1. Importantes considerações sobre os materiais analisados

Na seção anterior foram descritas as atividades trazidas pelos exemplares da coleção “Cadernos de apoio e aprendizagem” e “Caderno do aluno”. E agora cabe fazer algumas considerações sobre o que foi observado até aqui.

O livro da coleção “Cadernos de apoio e aprendizagem” é inteiramente baseado em situações-problema de maneira explícita, onde essas situações mostram lugares que fazem, ou pelo menos deveriam fazer parte dos ambientes vivenciados pelos alunos na cidade de São Paulo. São citados parques populares como o parque do Piqueri e parque Jardim da Luz, além de bairros tradicionais como, por exemplo, o bairro do Bixiga.

Em todos os tópicos estudados no material, ocorre uma repetição na sequência de abordagem de cada novo assunto relacionado aos números racionais, ou seja, comparação entre números racionais; localização na reta numérica, relação com medidas de comprimento, relação com a geometria e aplicação ao sistema monetário. A cada novo momento a abordagem é feita de maneira diferente, porém seguindo essa mesma ordem.

Os exemplares do “Caderno do aluno” baseiam-se em situações já conhecidas pelos alunos, sendo as situações-problemas baseadas nesses conteúdos, fazendo com que todo o aprendizado seja de caráter investigativo, ou seja, ao invés de um modelo pronto de resolução de exercícios, os alunos devem observar o que ocorre no conteúdo que ele já conhece e aplicar esse conhecimento aos novos problemas.

O mesmo ocorre no livro da coleção “Cadernos de apoio e aprendizagem”, porém apoiado às situações-problemas relacionadas ao cotidiano.

A sequência de abordagem dos conteúdos no “Caderno do aluno” também é diferente, pois não segue uma sequência fixa. Além de trabalhar com outros dois conteúdos não citados nesse livro da coleção “Cadernos de apoio e aprendizagem”, que é a aplicação dos números racionais às horas e na aplicação à geometria, o trabalho com a malha triangular.

Com base nos aspectos comentados, serão apresentadas a seguir as conclusões obtidas neste trabalho. Conclusões essas que tem como objetivo destacar alguns pontos que chamaram a atenção durante a análise dos materiais de apoio e propor algumas sugestões relacionadas ao ensino e aprendizagem dos números racionais no 6º ano.

5. CONSIDERAÇÕES FINAIS

Em todos os materiais analisados, há um excesso de cálculos utilizando algoritmos, se comparado à quantidade de exercícios que abordam o trabalho com as diferentes formas de registro de representação dos números racionais, e a transformação de uma forma de registro para outra, (Machado e Menezes 2008) e (Bukowitz, 2008).

O uso da calculadora é trabalhado de maneira a ampliar o conhecimento do aluno em relação tanto ao uso da calculadora como objeto inserido nessa nova Era tecnológica como outra forma de percepção dos números racionais.

Mesmo não aparecendo com excesso de utilização, se o uso de calculadoras e outros recursos tecnológicos não forem bem planejados e trabalhados, unicamente como forma de ampliar o conhecimento pode gerar um excesso de utilização que tendo como consequência o uso do cálculo mecânico de operações com números racionais (Bukowitz, 2008).

Apesar dos conteúdos presentes nos dois materiais serem equivalentes, a forma de abordagem é bem diferente, uma vez que o material da coleção “Cadernos de apoio e aprendizagem” traz um trabalho mais detalhado e extenso, baseado em situações do cotidiano, enquanto que o material da coleção “Caderno do aluno” aborda os conteúdos de uma forma mais direta e simplificada, baseada somente no conhecimento que o aluno já possui. No entanto, em ambas as coleções, durante as exemplificações e exercícios propostos, são citados objetos de fácil manuseio e de conhecimento do aluno, como a régua milimitrada, por exemplo.

As concepções de parte-todo, quociente, razão e proporção são bem evidentes em todos os materiais observados, porém a visão de um número racional como operador fica a desejar, mesmo sendo observada a presença das operações de divisão multiplicação de números racionais, que são conceitos centrais a essa concepção. E por fim temos a questão da porcentagem, que como foi colocada, também fica a desejar em todos os materiais mencionados.

Finalmente é importante citar que a proposta de ensino trazida pelos materiais e apoio reflete exatamente o que vem proposto nos PCNs, (PCNs, 1998, p. 66).

No entanto, nota-se um desnivelamento dos conteúdos ensinados em escolas municipais e estaduais, uma vez que os conteúdos abordados são os mesmos, porém com formas de abordagens bem distintas.

É muito importante que seja feita uma reflexão sobre essa última observação, uma vez que como ambas as coleções de materiais de apoio mencionadas tem a função de direcionar o que deve ser ensinado aos alunos, sendo seu uso prioritário.

É necessário ressaltar, que uma das preocupações em estudar o tema proposto, é encontrar os motivos pelo quais os alunos do ensino médio têm tamanha dificuldade em compreender o estudo dos números racionais.

A falta de padrão no processo de ensino e aprendizagem desses alunos no ensino fundamental acarreta problemas no ensino médio, uma vez que nesse ciclo há alunos tanto de escolas municipais como estaduais. E dependendo de como é a forma de abordagem do conteúdo relacionado aos números racionais, será refletido o desnível existente nos materiais de apoio utilizados na educação básica.

Espera-se que esse trabalho venha a contribuir para a melhoria de algumas falhas existentes no processo de ensino e aprendizagem dos números racionais levando a uma reflexão sobre o modo como ocorre o ensino e aprendizagem desses números.

REFERÊNCIAS

BUKOWITZ, N. S. L. **Uma abordagem geométrica à compreensão dos números racionais**. Educação Matemática em Revista, Brasília, ano 13, n. 24, p. 07-15, jun. 2008

CADERNOS DE APOIO E APRENDIZAGEM: **matemática/programa de orientações curriculares**. Fundação Padre Anchieta, São Paulo, sexto ano, v.2, il,2010.

SEE/SP. Secretaria do Estado da Educação de São Paulo. **Caderno do Aluno. Matemática.** São Paulo, ensino fundamental, 5ª série /6º ano, v.3, IMESP, 2008.

DAMM, R. F. **Registros de Representação**. In: MACHADO, S. D. A. Educação Matemática: uma introdução. São Paulo, p.167-188, 2000

MACHADO, C. T. O; MENEZES, J. E. **Concepções de professores que ensinam matemática sobre números fracionários, suas experiências e as implicações em suas práticas na 5ª série do ensino fundamental**. Educação Matemática em Revista, Brasília, ano 10, n. 25, p. 05-21, dez. 2008

SILVA, M. J. F. **Investigando saberes de professores do ensino Fundamental com enfoque em números fracionários para a quinta série.** 301 f. Tese de doutorado. PUC/SP, São Paulo, Brasil, p. 106-150, 2005.

SKEMP, R. R. Relational Understanding and Instrumental Understanding. **Mathematics Teaching**, v. 77, p. 20-26, 1976

PARÂMETROS CURRICULARES NACIONAIS: Parâmetros curriculares nacionais para a área de Matemática no ensino fundamental. Disponível em: <www.mec.gov.br/sef/estruct2/pcn/pdf/ matematica.pdf> Acesso em: 02 ago 2011.