



PRISCILA DAS NEVES LIMA NASCIMENTO

# **O USO DE JOGOS COMO DESENCADEADORES DE APRENDIZAGEM NO ENSINO DE MATEMÁTICA**

São Paulo/SP  
2018

INSTITUTO FEDERAL DE EDUCAÇÃO, CIÊNCIA E TECNOLOGIA DE SÃO  
PAULO  
LICENCIATURA EM MATEMÁTICA

PRISCILA DAS NEVES LIMA NASCIMENTO

**O USO DE JOGOS COMO DESENCADEADORES DE APRENDIZAGEM NO  
ENSINO DE MATEMÁTICA**

Monografia apresentada ao Instituto Federal de  
Educação, Ciência e Tecnologia de São Paulo  
como requisito parcial para obtenção do título de  
Licenciada em Matemática.

Orientador: Prof. Me. Wellington Pereira das  
Virgens

São Paulo/SP  
2018

**Catálogo na fonte**  
**Biblioteca Francisco Montojos - IFSP Campus São Paulo**  
**Dados fornecidos pelo(a) autor(a)**

N244u Nascimento, Priscila das Neves Lima  
O uso de jogos como desencadadores de  
aprendizagem no ensino de matemática / Priscila  
das Neves Lima Nascimento. São Paulo: [s.n.],  
2018.  
36 f.

Orientador: Wellington Pereira das Virgens

Trabalho de Conclusão de Curso (Licenciatura  
em Matemática) - Instituto Federal de Educação,  
Ciência e Tecnologia de São Paulo, IFSP, 2018.

1. Jogos. 2. Ensino de Matemática. 3. Teoria  
Histórico-cultural . I. Instituto Federal de  
Educação, Ciência e Tecnologia de São Paulo II.  
Título.

CDD 510

**PRISCILA DAS NEVES LIMA NASCIMENTO**

**O USO DE JOGOS COMO SITUAÇÃO DESENCADEADORA DE  
APRENDIZAGEM NO ENSINO DE MATEMÁTICA**

Monografia apresentada ao Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia de São Paulo, em cumprimento ao requisito exigido para a obtenção do grau acadêmico de Licenciada em Matemática.

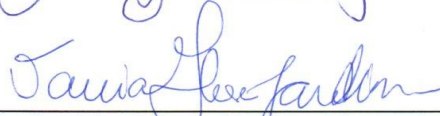
**APROVADO EM 14/03/2018**

**CONCEITO:** 10,0



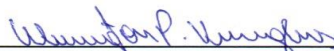
---

Profa. Me. Grazi de Oliveira Romeiro  
Membro da Banca



---

Profa. Me. Vania Batista Flose Jardim  
Membro da Banca



---

Prof. Me. Wellington Pereira das Virgens  
Orientador



---

Aluna: Priscila das Neves Lima Nascimento

Dedico este trabalho a todos que  
contribuíram e me apoiaram durante  
minha jornada.

## **AGRADECIMENTOS**

A Deus, que é o principal motivo de todas as minhas conquistas e realizações durante toda a minha vida;

A meu esposo, Leonardo, por ser e estar presente durante toda minha jornada, por apoiar-me sempre em minhas decisões e por me ajudar nas minhas dificuldades;

Aos meus irmãos, Mateus e Rayana, que, mesmo estando distantes geograficamente, contribuíram para minha formação;

Aos meus avós, Antônio e Geraldina, por se tornarem os meus pais

A todos os meus demais familiares, que não citei, considerando os limites de espaço e o enorme risco de injustiça que correria se me atrevesse a tentar citar todos aqueles que de alguma maneira ajudaram-me nessa jornada.

A todos os meus professores do Instituto Federal de São Paulo, especialmente ao Professor Wellington pela orientação, conhecimentos que levarei sempre, paciência, amizade e conselhos, à professora Gabriela por todo carinho, à professora Vânia por fazer parte de tudo isso, aos professores Flávia, Alda, Lívia, Eliana, Iracema, Valéria, Granero, Carlini, Leandro, Rogério, Lucas, Silvio, Anderson, Amari, Traldi, Henrique, Cesar e Elias.

A todos os meus amigos, que tiveram grande contribuição para a conclusão do meu curso, em especial Dayene, Lucas, Phelipe, Renata e Thaynara, que sempre estiveram comigo durante toda a jornada, principalmente pelas risadas, pelas brigas, apelidos, lágrimas, horas de estudos e por termos concluído com êxito a jornada até aqui. Agradeço também ao Roberto, Zilda e Layze para que representem a todos os demais que, mais uma vez e injustamente, não consegui citar, para estarem certos de que levarei todos sempre comigo, em minhas lembranças.

*O Senhor firma os passos de um homem,  
quando a conduta deste o agrada; ainda  
que tropece, não cairá, pois o Senhor o  
toma pela mão.*

**Bíblia Sagrada (Salmos 37; 23-24)**

## RESUMO

Este trabalho apresenta as principais conclusões da pesquisa realizada durante a fase de conclusão do curso de Licenciatura em Matemática, na qual buscamos apresentar uma proposta de situação desencadeadora de aprendizagem, que subsidie as atividades de ensino e de estudo do conceito de notação binária dos números nas aulas de Matemática a partir do ferramental teórico e metodológico da teoria histórico-cultural, utilizando como recurso didático os jogos. A pesquisa possibilitou que percebêssemos um diferencial dessa proposta em relação a tradicional adotada pelas escolas da rede pública estadual paulista, verificada por comparação com o material de ensino e estudo disponibilizado por aquela rede.

**Palavras-chave:** Jogos. Ensino de Matemática. Teoria Histórico-Cultural.



## **ABSTRACT**

This work presents the main conclusions of the research carried out during the conclusion phase of the Mathematics' Degree course, in which we seek to present a proposition of a learning trigger situation that subsidizes teaching and study activities of the concept of numbers' binary notation in classes of Mathematics, using the theoretical and methodological tool of historical-cultural theory and as a didactic resource the pedagogical games. The research made it possible to we perceive a differential of this proposal in relation to the traditional strategy adopted by the public schools of the state of São Paulo, verified by comparison with the teaching and study material made available by that network.

**Keywords:** Pedagogical Games. Mathematics Teaching. Historical-Cultural theory.

## LISTA DE FIGURAS

Figura 1: Apresentação do tema no material da rede pública estadual .....	18
Figura 2: Apresentação do tema no material da rede pública estadual (continuação) ...	18
Figura 3: Ilustração do Jogo do Nim tradicional .....	27
Figura 4: Ilustração do Jogo Cartões Mágicos .....	29

## LISTA DE TABELAS

Tabela 1: Tabela da representação binária dos números do jogo do Nim .....	28
Tabela 2: Tabelas dos números naturais de 1 a 63 escrito em notação binária .....	30

## SUMÁRIO

<b>1</b>	<b>INTRODUÇÃO .....</b>	<b>12</b>
<b>2</b>	<b>PROPOSTAS OFICIAIS PARA O ENSINO DO CONTEÚDO “REPRESENTAÇÃO BINÁRIA” NO ENSINO FUNDAMENTAL .....</b>	<b>16</b>
<b>3</b>	<b>TEORIA HISTÓRICO-CULTURAL E TEORIA DA ATIVIDADE: ASPECTOS METODOLÓGICOS .....</b>	<b>20</b>
<b>4</b>	<b>USO DE JOGOS COMO ELEMENTOS DESENCADEADORES DE APRENDIZAGEM DA NOTAÇÃO BINÁRIA: UMA PROPOSTA DIDÁTICA</b>	<b>24</b>
	4.1 Descrição dos Jogos .....	26
	4.1.1 Jogo do NIM.....	26
	4.1.2 Cartões Mágicos.....	29
<b>5</b>	<b>PROPOSTA DIDÁTICA E ALGUMAS CONSIDERAÇÕES.....</b>	<b>32</b>
	<b>REFERÊNCIAS.....</b>	<b>36</b>

## 1 INTRODUÇÃO

Após estudar aspectos relacionados à profissão docente e participar de seu trabalho diário, sobretudo durante o PIBID<sup>1</sup> e atividades de Estágio Supervisionado, percebemos que as práticas profissionais do professor iam muito além do giz, lousa e livro didático. Foi nesse contexto que nós, bolsistas do PIBID, com supervisão dos professores das escolas parceiras, começamos a utilizar jogos para desenvolver as atividades voltadas à aprendizagem de Matemática em sala de aula.

Essa percepção inicial de que o jogo agia como desencadeador dos processos de ensino e de aprendizagem nos levou a reconhecer a sua importância para a constituição de um método de trabalho docente, independentemente da disciplina escolar - seja Matemática, Geografia ou outra qualquer - como recurso adequado para suscitar em sala de aula as necessidades que originaram historicamente os conceitos científicos tratados no currículo escolar, geralmente apresentados aos alunos de maneira lógica e acabada, como se sempre tivessem existido da maneira como são atualmente.

Foi a partir dessa experiência que resolvemos adotar o tema relacionado ao uso dos jogos como desencadeadores da Atividade de Ensino e de Aprendizagem da Matemática escolar, uma vez que defendemos a importância de investir largamente no trabalho de constituição de práticas docentes que visem superar métodos tradicionais e a-históricos, por entendermos que o processo educacional deve ser constitutivo da sociedade (e não, apenas, constituído por ela) em busca de uma educação escolar plena.

Neste trabalho apresentamos uma proposta de atividade de ensino baseada em dois jogos que colocam os alunos diante da necessidade de utilização da notação binária dos números. No estado de São Paulo, de acordo com o Currículo de Matemática do Ensino Fundamental, que é um documento oficial elaborado pela Secretaria de Estado da Educação, esse conteúdo matemático encontra seu lugar entre os conteúdos a serem tratados no início do 7º ano do Ensino Fundamental. A proposta de atividade do material disponibilizado pela rede propõe uma abordagem que parte da “conversão” da

---

<sup>1</sup> Programa Institucional de Bolsas de Iniciação à Docência (PIBID) é um programa do governo federal, coordenado pela CAPES – Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de nível Superior – que oferece bolsas de iniciação à docência aos alunos de cursos de licenciatura para iniciarem como aprendizes, nas escolas públicas, atividades complementares de suas formações docentes, com supervisão dos professores titulares das turmas. Informações sobre o PIBID podem ser acessadas no site do programa: [portal.mec.gov.br/pibid](http://portal.mec.gov.br/pibid)

base decimal para a base binária, e vice-versa, passando, em seguida, à exemplificação de utilização da notação binária mais comum, na informática.

Entendemos que, por ser um conceito bastante abstrato, o estudante acaba por não se apropriar adequadamente dessa e de outras notações numéricas ou o próprio professor minimiza sua importância em razão da predominância da notação decimal no cotidiano das crianças nessa fase escolar. Assim, nossa proposta parte do entendimento de que é preciso superar essa abordagem minimalista a partir da necessidade conceitual impregnada em dois jogos: o **jogo do Nim** e **Cartões Mágicos**.

O jogo do Nim é um jogo de origem oriental que consiste em apresentar, a dois participantes, três fileiras contendo 1, 3, 5 e 7 peças, respectivamente (as peças podem ser palitos, tampinhas, grãos, etc.). As regras estabelecem que os participantes joguem alternadamente, retirando peças de uma, e somente uma, das fileiras em cada jogada. É necessário retirar, pelo menos, uma peça e é permitido retirar até todas as peças de uma mesma fileira a cada jogada. Não é permitido, na mesma jogada, retirar peças de fileiras distintas. Perde o jogo o participante que retirar a última peça. Há variações do jogo que alteram o número de peças em cada fileira ou a quantidade de fileiras.

Incentivados a encontrar uma estratégia vencedora, acreditamos que a compreensão da essência do conceito de notação binária impregnado na estratégia vencedora possibilita o reconhecimento de que a estratégia baseada na adição binária é uma das possibilidades de apropriar-se do conceito matemático envolvido, a partir da necessidade.

Já o jogo Cartões Mágicos consiste em um conjunto com 6 cartões (há variações com mais cartões e mais números) em que são dispostos os números de 1 a 63, sendo 32 números em cada cartão, não necessariamente números diferentes, podendo haver repetições de números entre um cartão e outro. O “adivinho” pede a outra pessoa que escolha um número qualquer entre 1 e 63 e, em seguida, indique em quais cartões o número escolhido está presente. Depois ele pode anunciar qual foi o número pensado pelo outro. O segredo reside na disposição dos números nos cartões, que obedece a uma lógica fundamentada na organização dos números segundo sua notação binária.

É importante ressaltar que, nos ativemos à elaboração da proposta da situação desencadeadora de aprendizagem a partir de jogos, que subsidiem as atividades de ensino e de estudo do conceito de notação binária dos números nas aulas de Matemática do Ensino Fundamental, tendo como finalidade planejar essa situação com o auxílio dos jogos Nim e Cartões Mágicos, com a respectiva fundamentação teórica, mas sem

aplicação com alunos para verificação de aprendizagem pois, apresentamos inicialmente uma proposta e a aplicação ficará para futuros trabalhos.

Tratamos a seguir de introduzir, ainda que brevemente, alguns conceitos-chave da fundamentação teórica que norteará a elaboração da nossa proposta.

Os jogos são recursos muito importantes para o ensino e a aprendizagem dos alunos na Educação Básica, possibilitando colocar os estudantes diante das necessidades conceituais envolvidas no processo de ensino e de aprendizagem a partir de ações que se assemelham à atividade principal da criança em idade escolar, que é o brincar, de acordo com Leontiev (1978). São relevantes na introdução, desenvolvimento e aplicações dos conceitos matemáticos que, muitas vezes, são apresentados aos estudantes de maneira abstrata, o que, às vezes, acarreta uma visão de que a Matemática é algo inatingível e reservada a poucos privilegiados.

Considerando que diversos sistemas de avaliação, inclusive internacionais, têm indicado uma grave deficiência de aprendizagem de Matemática para grande parte dos alunos – o que pressupõe falhas nas estratégias de ensino – entendemos que diversos recursos devem ser mobilizados para elevar essas estratégias à condição de adequadas aos processos de ensino e de aprendizagem. As estratégias de ensino tradicionais não colocam o estudante diante da necessidade de apropriação dos conceitos e, por consequência, são limitadoras dos processos de aprendizagem (DAVIDOV, 1982). Por isso entendemos como fundamental superar as abordagens tradicionais, em benefício de estratégias que suscitem as necessidades de apropriações dos conceitos, neste trabalho.

Assim sendo, sugerimos o uso dos jogos nas aulas de Matemática como situações desencadeadoras da atividade de ensino, a partir das quais pode haver a apropriação dos conceitos e a aproximação de seus significados. A apropriação é “um processo por meio do qual se produz na criança o que nos animais se consegue mediante a hereditariedade: a transmissão para o indivíduo das conquistas da espécie” (LEONTIEV, 1978, p.105).

O uso dos jogos na área da Educação Matemática apresenta-se como um facilitador do movimento de redução do concreto caótico ao abstrato, para, posteriormente, elevá-lo do abstrato ao concreto pensado, em consonância com a proposta metodológica de Davidov (1982). A percepção sensorial que os jogos permitem pode resultar nas alterações dos motivos que colocam os estudantes em atividade e, com isso, possibilitar o desenvolvimento adequado da aprendizagem produzida na relação professor-aluno. Entendemos que o método davidoviano possui

características adequadas e coerentes às nossas percepções para o uso de jogos em sala de aula, devido à dinamicidade, interatividade e potencial para o desenvolvimento do pensamento teórico por parte dos discentes.

De acordo com Moura (1992),

[...] Ao ensinar, deve-se ter presente os dois lados do processo de conhecimento. Um deles é que, ao aprender, o sujeito assimila o que é novo ao conjunto de conhecimentos já adquiridos, o outro é que isto favorece o desenvolvimento de estruturas cognitivas (MOURA, 1992, p. 47).

Entendemos que essa perspectiva contribui para justificar a proposta aqui apresentada, partindo do pressuposto de que o ensino de Matemática precisa ser repensado, com a elaboração de novos e diversos recursos que possibilitem a melhor apropriação e desenvolvimento do conhecimento científico possível a partir da disciplina escolar, tendo como meta principal o desenvolvimento de uma educação humanizadora e o exercício pleno da cidadania. Além de sugerir ao professor uma proposta metodológica em suas perspectivas, aprimorando o seu conhecimento a cerca dos conceitos a serem estudados, percebemos, também como importantes em nossa proposta a possibilidade de uma maior interação entre os atores presentes no contexto da sala de aula, ultrapassando os limites e paradigmas que a educação tradicional norteia.

O potencial pedagógico inserido nessa discussão se torna evidente quando o professor e o aluno estabelecem uma relação colaborativa; os jogos aqui citados como mecanismos facilitadores da aprendizagem oferecem várias visualizações reais, as quais resultam na melhoria do ensino educacional, na disciplina em questão. Deste modo, é um recurso pedagógico que facilita o processo de ensino e de aprendizagem. Com isso nossa pesquisa propõe os jogos como uma ferramenta metodológica para o ensino de Matemática, baseando-se nas abordagens que a literatura nos apresenta e no que dizem as diretrizes educacionais. Nosso estudo consiste em sugerir uma mudança, nas metodologias utilizadas pelos professores do ensino de Matemática, apresentando o jogo como recurso facilitador neste processo de assimilação dos conteúdos transmitidos na sala de aula.



## **2 PROPOSTAS OFICIAIS PARA O ENSINO DO CONTEÚDO “REPRESENTAÇÃO BINÁRIA” NO ENSINO FUNDAMENTAL**

Como já indicamos, iniciamos nossos estudos verificando quais as propostas para o ensino do conceito que elegemos como foco da nossa proposta didática: a notação binária dos números. Nossa opção foi a de analisar, em linhas gerais os cadernos do professor e do aluno da rede pública do Estado de São Paulo, para verificar quais as propostas daqueles recursos didáticos oficiais quanto ao ensino de tal conceito.

De acordo com a Secretaria Estadual de Educação de São Paulo, em seu site na Internet, a adoção do Caderno do Aluno pressupõe que “os estudantes dos Anos Finais do Ensino Fundamental e Ensino Médio seguem o mesmo conteúdo de estudos. A ação auxilia na qualidade do ensino, pois propicia o mesmo nível de aprendizado para todos os alunos da rede estadual paulista” e que “o Caderno do Professor auxilia os mais de 240 mil docentes da rede estadual de ensino de São Paulo no preparo das aulas e no desenvolvimento das atividades com os alunos dos Anos Finais do Ensino Fundamental e Ensino Médio”. Nesse sentido, buscamos verificar a proposta para o ensino da notação binária.

Verificamos que o Caderno do Aluno referente ao 7º ano do Ensino Fundamental, em seu volume 1, é o que trata do conteúdo. O material apresenta, inicialmente, alguns sistemas antigos de numeração com o intuito de contextualizar diferentes formas de se representar os números em diferentes civilizações. Pudemos inferir tal abordagem como introdutória à compreensão do sistema de numeração indo-arábico e sua base decimal, mas esses aspectos não são explícitos, de modo que a abordagem histórica do tema pode tranquilamente configurar o recurso à história da Matemática como mera introdução e ilustração enfatizando aplicações cotidianas das diversas representações numéricas. À altura em que os alunos têm contato com esse material eles já se encontram no sétimo ano de escolarização fundamental e no segundo ano do “ciclo II”, que destacamos por ser o período em que os estudos começam a ser realizados junto a um professor “especialista”, ou seja, pelo licenciado em Matemática. Ainda assim, o tema é tratado sem considerar os aspectos históricos dos próprios alunos, como se eles jamais tivessem experimentado quaisquer situações envolvendo números e representações diversas, bem como supondo que todos têm acesso aos mesmos recursos tecnológicos adotados como exemplo e ponto de partida.

Logo após que essa abordagem histórica superficial é introduzida, também de forma resumida e diretiva, a notação binária dos números. A direção indicada é a da aplicação atual e cotidiana nos sistemas informatizados digitais.

Com base em nossos estudos a forma que como o documento oficial da rede pública do Estado de São Paulo apresenta a proposta didática para ensino e a aprendizagem da notação binária, que é um sistema de numeração composto por dois algarismos, pressupõe uma abordagem que consideramos tradicional, ou seja, primeiro o professor apresenta a definição, as características e propriedades observáveis e exemplos de aplicação, seguida por exercícios de aplicação daquilo que foi apresentado. Entendemos essa como uma opção menos eficiente do que nossa proposta, já que não considera a constituição lógico-histórica do conceito de notação binária, em favor de uma abordagem que enaltece os processos de memória e reprodução em uma perspectiva lógico-formal.

Uma característica que ratifica essa nossa compreensão é o fato de o conceito ser apresentado a partir de contexto contemporâneos, em que se verifica uma de suas aplicações imediatas, que seria o uso do computador e dos sistemas digitais. Entendemos que, dessa forma, a proposta desconsidera totalmente, por exemplo, a possibilidade de existirem alunos que não têm acesso constante a computadores e que não conhecem seu funcionamento. Mesmo para o professor, a ideia de que a notação binária tem estreita relação com as funcionalidades informáticas pode ser fruto de algum conhecimento empírico e superficial, já que não há indicativos de relação, por exemplo, entre os caracteres que aparecem na tela e o correspondente na notação binária na tabela ASCII<sup>2</sup>. Outra situação que também foi observada foi o uso de termos ligados à vivência da informática, em um contexto em que não é dado anteriormente nenhum resumo de computação básica, que desta forma torna não apropriadas para o público alvo em questão. Também entendemos que a ênfase acentuada nesse aspecto da tecnologia reduz consideravelmente as possibilidades existentes de apresentar ao aluno do 7º ano o leque de outras abordagens em que pode ser encontrada a notação binária, nas quais pode ser atribuído significado e possibilitar a apropriação do conceito, tendo


---

<sup>2</sup> ASCII (do inglês *American Standard Code for Information Interchange* "Código Padrão Americano para o Intercâmbio de Informação") é um código binário (cadeias de bits: 0 e 1) que codifica um conjunto de 128 sinais: 95 sinais gráficos (letras do alfabeto latino, sinais de pontuação e sinais matemáticos) e 33 sinais de controle, utilizando portanto apenas 7 bits para representar todos os seus símbolos.

Fonte: <[ic.unicamp.br/~everton/aulas/hardware/tabelaASCII.pdf](http://ic.unicamp.br/~everton/aulas/hardware/tabelaASCII.pdf)>. Acesso em 10 de outubro de 2017.

as características, propriedades e aplicações o caráter de consequência dessa assimilação conceitual, ao invés de uma aplicação específica desse conteúdo, que, ainda que seja importante e cotidiana, não é exclusiva a essa única aplicação.

Figura 1: Apresentação do tema no material da rede pública estadual



### Sistema binário de numeração e os computadores

Conhecendo os sistemas de numeração posicionais de bases 10, 20 e 60, cabe fazer a seguinte pergunta: Será que existe alguma aplicação moderna para sistemas de outras bases?

A resposta a essa pergunta é sim, e a aplicação está muito mais perto de nós do que se possa imaginar: nos computadores. Veja em que contexto isso ocorre.

Os elementos radioeletrônicos (válvulas, semicondutores) empregados nos computadores são dispositivos construídos para responder a sinais elétricos. Podemos dar dois tipos diferentes de comandos para um dispositivo com essa característica, que são: “deixe passar a corrente elétrica” (ligue) ou “não deixe passar a corrente elétrica” (desligue). Nesse caso, a linguagem mais adequada para programar uma máquina como essa é a binária (sistema de base 2), utilizando o algarismo 1 para o comando “liga” e 0 para “desliga”. Em um sistema binário, os algarismos 0 ou 1 multiplicam as potências de 2 para formar os números.

Fonte: Secretaria Estadual de Educação de São Paulo – Digitalizado pela autora.

Figura 2: Apresentação do tema no material da rede pública estadual (continuação)

Matemática – 6ª série/7º ano – Volume 1

Veja alguns exemplos em que transformamos números do sistema decimal para o binário:

Na computação, os algarismos 0 e 1 do sistema binário são usados para representar quantidades mínimas de informação, chamadas *bits*. O termo *bit* deriva do inglês *binary digit* (dígito binário). Em geral, quando escrevemos os números no sistema binário gastamos mais *bits* do que a quantidade de dígitos que gastaríamos no sistema decimal; por exemplo, 1024, que é escrito com 4 dígitos no sistema decimal, tem 11 *bits* no binário. Esse fato, que constituiria um enorme problema para a capacidade limitada de memória do homem, não é um problema para o computador, que possui uma enorme capacidade de armazenamento de dados.

$$1 = 1 \cdot 2^0 \Rightarrow 1$$

$$2 = 1 \cdot 2^1 + 0 \cdot 2^0 \Rightarrow 10$$

$$3 = 1 \cdot 2^1 + 1 \cdot 2^0 \Rightarrow 11$$

$$4 = 1 \cdot 2^2 + 0 \cdot 2^1 + 0 \cdot 2^0 \Rightarrow 100$$

$$19 = 1 \cdot 2^4 + 0 \cdot 2^3 + 0 \cdot 2^2 + 1 \cdot 2^1 + 1 \cdot 2^0 = 10011$$

$$1024 = \dots \Rightarrow 10000000000$$

Fonte: Secretaria Estadual de Educação de São Paulo – Digitalizado pela autora.

Nossa convicção é a da necessidade de uma proposta de sequência didática que pressuponha o tratamento da essência do conceito, ou seja, no nosso caso, a possibilidade de representar infinitos caracteres pela combinação de um número finito de símbolos, em razão das características do sistema posicional. Entendemos, adicionalmente que nossa proposta oportuniza que o aluno possa pensar e refletir, a partir do jogo que, ludicamente, coloca o aluno diante da necessidade de apropriação do conceito em estudo, já quem, após algumas rodadas, pode haver mediação para a consolidação de um modo geral de pensamento conceitual matemático, em busca das estratégias de vitória e das razões pelas quais tais estratégias funcionam (vitória no final de uma partida de Nim ou elaboração adequada dos Cartões Mágicos).

A seguir apresentamos, ainda que em linhas gerais, alguns pressupostos teóricos e metodológicos que subsidiam nossa compreensão de adequação de uma proposta didática adequada para o ensino desse conteúdo no Ensino Fundamental, em que esteja clara a necessidade da utilização da notação binária, que possibilite que o estudante esteja em atividade de estudo.

### 3 TEORIA HISTÓRICO-CULTURAL E TEORIA DA ATIVIDADE: ASPECTOS METODOLÓGICOS

Para alcançar os objetivos pretendidos no nosso Trabalho de Conclusão de Curso (TCC) adotamos o referencial teórico-metodológico da Teoria Histórico Cultural (THC) e da Teoria da Atividade. Neste espaço nos dedicamos a uma breve apresentação de alguns aspectos mais importantes desse referencial. Os principais autores que serviram de aporte para a nossa pesquisa foram: Vigotski, Leontiev, Davidov e Moura, os quais nos darão o embasamento necessário para constituir nossa análise.

Cotidianamente, percebemos nas práticas docentes um discurso que apresenta como característica a importância da apropriação dos conceitos matemáticos que a humanidade desenvolveu ao longo dos anos. Para nossa pesquisa o conceito de apropriação será entendido de acordo com a proposta de Leontiev (1978).

A principal característica do processo de apropriação ou de “aquisição” que descrevemos é, portanto, criar no homem aptidões novas, funções psíquicas novas. É nisto que se diferencia do processo de aprendizagem dos animais. Enquanto este último é o resultado de uma adaptação individual do comportamento genérico a condições de existência complexas e mutantes, a assimilação no homem é um processo de reprodução, nas propriedades do indivíduo, das propriedades e aptidões historicamente formadas da espécie humana (LEONTIEV, 1978, p. 288).

Para Leontiev (1978) notamos que o processo de aprendizagem é considerado como criação de funções psíquicas, ou seja, supera o processo da transformação genética e hereditária, ampliando essa formação, a qual é constituída não só de mudanças externas como também de uma ampliação mental que se dá pela apropriação de conhecimentos novos.

Os conhecimentos novos do indivíduo são os sentidos pessoais que cada um atribui ao conhecimento que é historicamente significado. Ainda de acordo com Leontiev (1972) “o sentido é, antes de mais nada, uma relação que se cria na vida, na atividade do sujeito”, ou seja, é construído pelo sujeito durante sua busca pela apropriação de um conceito, enquanto significado “é a forma ideal, espiritual da cristalização da experiência e da prática social da humanidade”, em outras palavras, os significados são aqueles atribuídos aos conceitos, coletivamente, no decorrer da história (LEONTIEV, 1972, *apud* MORETTI, 2007, p. 90).

Para Leontiev, citado por Moretti e Moura (2011, p. 440, grifo nosso), “não é possível ensinarmos o sentido de algo, uma vez que o sentido é atribuído pelo sujeito no transcurso **da atividade**, no decorrer da própria vida”, mas é possível mediarmos a construção do sentido para que ele se aproxime do seu significado. O termo atividade, segundo a THC, é compreendido em um sentido mais amplo do que aquele atribuído a ele no senso comum.

Para Davidov e Markova (1987) o termo “atividade” pode ser usado em vários sentidos diferentes. Em sentido amplo o termo é utilizado em referência à unidade entre a psique e a atividade, conforme proposto por Leontiev. Nas aulas de Matemática que contextualizam nosso TCC, interessa-nos, de maneira especial, a *atividade de estudo*.

A *atividade de estudo*, segundo Davidov e Markova (1987) no decurso de vários anos, compõe-se dos seguintes componentes: I – Compreensão, pelo estudante, da tarefa de estudo; II – Realização, pelo estudante, das ações de estudos; e III – Realização, pelo próprio aluno, das ações de controle e avaliação.

A *atividade de estudo* pressupõe que o motivo o qual coloca a criança em movimento de aprendizagem deve sempre coincidir com o objetivo a ser alcançado. Por exemplo, imaginemos um professor que, em sua proposta **de ensino**, indique aos alunos a apropriação do conteúdo de um livro e anuncie à turma que tal conteúdo será “cobrado” na prova. Quando uma criança se põe a ler o livro indicado pelo professor o motivo que a coloca em movimento de aprendizagem pode ser realização da prova e não a apropriação do conteúdo. Vemos que nesse caso o motivo (realização da prova) não coincide com o objetivo da proposta (apropriação do conteúdo do livro), logo não podemos entender essa tarefa como uma *atividade de estudo*. Se o professor anuncia que mudou de ideia e que o conteúdo do livro não será mais objeto do instrumento de avaliação, imediatamente o aluno poderá colocar o livro de lado.

Por outro lado, se durante a leitura o estudante sente a necessidade de apropriar-se do conteúdo do livro, a realização da prova passa a ser um objetivo secundário, de modo que o motivo que o faz ler coincide com o objetivo final (apropriar-se do conteúdo do livro). Nesse caso, podemos dizer que o estudante entrou em *atividade de estudo* e, há, portanto, de acordo com Leontiev (1978) e Davydov e Markova (1987), possibilidade de aprendizagem. Nesse cenário, ainda que o professor anuncie que não vai mais exigir o conteúdo do livro na prova, o estudante continuará a leitura, pois o motivo que o faz ler mudou. As mudanças nos motivos ocorrem quando o estudante percebe que os resultados obtidos satisfazem melhor suas necessidades, do que aqueles

obtidos a partir de seus motivos iniciais. Denomina-se, dessa forma, os motivos iniciais como *motivos compreensíveis* e busca-se que eles mudem, para constituir-se como *motivos eficazes* para a aprendizagem.

Nessa teoria, uma das práticas mais importantes no trabalho do professor é propor atividades de ensino que suscitem as necessidades conceituais e criem *motivos compreensíveis* que possibilitem aos alunos iniciarem um movimento mediado pelo professor que culminará em *motivos eficazes*. Entendemos que o Jogo é um recurso de valor inestimável nessa tarefa de suscitar necessidades e criar motivos.

Nesse trabalho propomos a utilização de dois jogos como situações desencadeadoras de aprendizagem da notação binária dos números, no Ensino Fundamental, especificamente das escolas públicas estaduais do Estado de São Paulo, alternativamente às propostas tradicionais de abordagem inicial para esse conteúdo.

Inicialmente, estudamos algumas propostas oficiais para os processos de ensino e aprendizagem desse conteúdo matemática. Elegemos como fontes iniciais para essa análise os PCNs (Parâmetros Curriculares Nacionais) de Matemática do Ensino Fundamental, a matriz de referência da secretaria estadual de educação de São Paulo, os cadernos do aluno e do professor que são “apostilas” fornecidas aos alunos e professores da rede pública de São Paulo e que subsidiam as práticas de ensino de matemática dessa rede.

Em um segundo momento, nos focamos na apresentação de uma proposta didática de abordagem do mesmo tema, em uma perspectiva fundamentada na Teoria Histórico-cultural, a partir do uso de jogos como elemento capaz de suscitar a necessidade de apropriação do conceito e criar motivos compreensíveis para iniciar o movimento de aprendizagem. Para tanto, sugerimos o estudo das características aos dois jogos propostos e do desenvolvimento conceitual da notação binária, e a presença dela nas estratégias de vitória ou de elaboração.

Dessa forma, defenderemos essa proposta metodológica, em detrimento de práticas tradicionais, como apropriada ao desenvolvimento do pensamento teórico, com potencial para propiciar o desenvolvimento psíquico e contribuir para a apropriação dos conhecimentos e atribuição de sentidos pelos alunos. Também consideramos oportuno tecer comparações entre diferentes propostas metodológicas de abordagem do conteúdo com as que se verificam nas escolas, nos livros didáticos e no material de apoio ao Ensino Fundamental, ou mesmo nos discursos de professores e dirigentes das diversas redes.

Com base nessa pesquisa foi possível tratar desses aspectos históricos, a qual foi realizada em uma duração de 16 meses, tendo sido iniciada no segundo semestre de 2016, estendendo-se até o inicial de dezembro de 2017, com a apresentação dos resultados à comissão de aprovação. Nesse período foram realizadas as leituras e apropriações referentes ao aspecto teórico-metodológico. Pretendemos, ainda, evidenciar possibilidades de estudos futuros, tanto no meio acadêmico, no âmbito da pós-graduação, quanto no meio profissional, no âmbito das práticas docentes.

Nosso ferramental metodológico fundamenta-se, sobretudo, nos aspectos ligados aos processos educativos, tendo em vista nossa convicção de que a Matemática escolar é parte integrante e constitutiva da Educação, de modo que deve referenciar suas propostas nos estudos da área educacional e não nos conceitos educacionais, como se estes constituíssem um fim em si mesmos.



#### **4 USO DE JOGOS COMO ELEMENTOS DESENCADEADORES DE APRENDIZAGEM DA NOTAÇÃO BINÁRIA: UMA PROPOSTA DIDÁTICA**

Segundo Moura (1991), para que o aluno esteja no processo de aprendizagem é fundamental que ele se depare com a necessidade daquele conhecimento para assim entrar no movimento e através da ação se apropriar do conteúdo que é o objetivo final. O jogo é uma forma de expor o discente a tal situação pois, cria a necessidade do sucesso final e para isto é buscado a aprendizagem do conceito tornando o sentido que é o motivo coincidir com o objetivo, dessa forma podemos caracterizar essa ação do professor como atividade de ensino e a do aluno como atividade de estudo.

Nesse contexto, fica explícita a relação existente entre o jogo pedagógico e a resolução de Problemas, já que a proposta consiste em utilizar o jogo como momento inicial de situações desencadeadoras dos movimentos de ensino e de aprendizagem, entendendo os mesmos como portadores da essência conceitual envolvida nas possíveis estratégias de vitória. Quando consideramos a resolução de Problemas e o Jogo como recursos para o desenvolvimento, podemos constatar algumas semelhanças que fazem com que ambos se aproximem muito enquanto estratégias de ensino (MOURA 1991).

A união entre o jogo e a resolução de problemas está, assim, intimamente vinculada à intencionalidade do professor, que é um dos arquitetos do projeto pedagógico do trabalho coletivo da Escola. Este projeto tem um começo - a cultura primeira - e um fim - a cultura elaborada -, sendo ambos móveis; trata-se do conhecimento em movimento. Aquele conhecimento que é síntese de um processo passa a ser começo de outros, num movimento crescente. (MOURA, 1991, p. 51).

Ainda de acordo com Moura (1991), é nas séries iniciais que pode-se notar, mais explicitamente, a relação entre resolução de problemas e jogos, pois é nesse momento que os alunos inicialmente, são postos diante de necessidades que levaram a utilizar o aprimoramento de seus raciocínios e despertará o interesse da aprendizagem e estão em fase de transição entre a satisfação da necessidade de brincar pela de aprender como suas atividades principais. A partir daí é notado que passará a ter noção da relação do significante e do significado, no qual percebe o movimento dos números após despertar suas habilidades.

Contando-lhes histórias pode-se também colocar a criança em constante necessidade de pensar sobre o conceito de número e sobre a constituição das diversas

notações numéricas e em quais contextos tais notações podem ser úteis, bem como refletir sobre os problemas com cujas possíveis soluções essas notações se relacionam. Entendemos, a exemplo de Moura (1991), que o recurso didático Jogo pode ser apresentado como desencadeador do processo e ocorrer como resultado almejado a aprendizagem do conceito matemático envolvido nas estratégias vencedoras a ele ligadas. Dessa forma é notado que os jogos se relacionam com várias habilidades, seja operacional ou conceitual, as quais o aluno pode apropriar-se na vez que o lúdico o põe na atividade de aprendizagem.

Moura por fim afirma que “combinar jogo e resolução de problemas nas séries iniciais é muito mais que uma simples atitude, é uma postura que deve ser assumida na condução do ensino” (MOURA, 1991, pg. 52).

O uso dos jogos em sala de aula faz com o que o professor fuja de uma aula tradicional para uma aula mais dinâmica e possivelmente mais participativa, embora que para tal iniciativa o professor forneça o suporte inicial e primordial para a aplicação e realização da atividade, na vez em que é necessário a intervenção do aluno em todo o seu processo (início, desenvolvimento e fim) e seu compartilhamento de descobertas e dúvidas com os demais, como afirma Grandó:

A característica do trabalho com jogos é que não se ensina os conteúdos escolares de Matemática de maneira tradicional, mas se procura explorar as situações com o sujeito, buscando favorecer o processo de abstração e construção do conhecimento. (GRANDÓ, 2000, p. 201)

Segundo Macedo et al. (1997), os jogos podem constituir uma experiência interessante no processo de considerar os erros na busca de soluções mais adequadas a uma tarefa. Os jogos fornecem construção das ideias, traz novas informações, mas permite que o aluno erre e aprimore suas concepções a partir daí.

Essas atividades permitem que o aluno não fique preso a apenas o que lhe foi dado, mas sim a pensar noutras possibilidades e explorar estes conceitos em seus raciocínios e, portanto, possibilitando novas descobertas, uma vez em que é “forçado” mentalmente a buscar novos meios e conhecimentos que lhe traga vários caminhos de percorrer e desta forma intencionalmente vai apropriando-se de todo o conteúdo proposto pelo professor. Tais jogos são postos com cuidado pelo professor, logo são utilizados para facilitar e dinamizar as aulas, levando em consideração questões sociais, culturais e outras que não venham ferir e nem expor nenhum indivíduo.

Todo esse desenvolvimento é afirmado por Moura (1994), sobre a importância dos jogos quando ele diz:

Para nós, a importância do jogo está nas possibilidades de aproximar a criança do conhecimento científico, vivendo ‘virtualmente’ situações de solução de problemas que os aproxima daquelas que o homem ‘realmente’ enfrenta ou enfrentou. (MOURA, 1994, p.24)

Concordamos com Grando e Moura quanto a importância do potencial do uso dos jogos na sala de aula nos trabalhos de Matemática e por isso nossa proposta foi trabalhada na apresentação de dois jogos para explorar esse potencial e explorar também essa teoria sendo assim colocar o aluno diante da necessidade de apropriação do conceito. Dessa forma entendemos que o jogo do Nim e dos Cartões Mágicos trazem esse potencial porque são baseados na notação binária, a qual são representadas durante os jogos, que dessa forma contrapõe a proposta tradicional do Estado que é apresentada de forma sucinta que não põe o aluno diante da necessidade. Portanto a seguir apresentaremos os dois jogos de uma maneira mais específica e completa.

#### 4.1 Descrição dos Jogos

Apresentamos, a seguir, de maneira sucinta, uma breve descrição dos jogos que comporão nossa proposta didática alternativa para o ensino do conceito de notação binária no Ensino Fundamental.

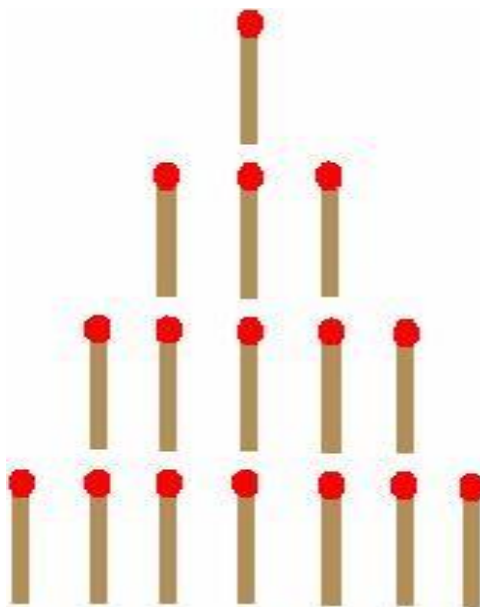
##### 4.1.1 Jogo do NIM

É um jogo que teve origem chinesa, também conhecido como “jogo de palitos”, que tem por finalidade estabelecer um vencedor, sendo este aquele que **não** retirar o último palito da mesa. Para chegar ao objetivo desejado, à vitória, é necessário ter conhecimentos em notação binária, pois será utilizado para efetuar mudanças da base decimal para binária e de binária para decimal. A essência do conceito de notação binária fica evidenciada ao estudar as regras do jogo e notar que cada um dos dois jogadores retira, alternadamente, certa quantidade de palitos da estrutura, de modo que as possíveis retiradas possam ser representadas sempre a partir de uma divisão para dois.

O jogo do Nim é especialmente adequado para nossa proposta pois podem ser utilizados palitos, canudos, grãos de feijão, tampinhas de garrafa e outros itens, o que dispensa o investimento de grandes recursos e/ou infraestrutura, aproximando sensivelmente a potencial utilização desse jogo de escolas com poucos recursos de infraestrutura, como é o exemplo de grande parte das escolas públicas.

As regras estabelecidas podem variar de acordo com a proposta do professor. Por exemplo, a fim de não acomodar o aluno que simplesmente “decora” combinações vencedoras, o professor pode alterar a regra de que o vencedor é aquele que **não** retira a última peça, para passar a ser aquele que retira a última. De modo geral o jogo é composto por quatro linhas, com a primeira contendo 1 palito (ou qualquer outro objeto), crescendo com números ímpares em cada linha subsequente até a última linha compor 7 elementos. A cada jogada é realizada por cada um dos dois jogadores, as retiradas de palitos que deve ser entre 1 e o total de palitos da fileira que for escolhida naquela jogada. As jogadas se repetem até que um dos jogadores retire o último palito, sendo, então, considerado perdedor do jogo.

Figura 3: Ilustração do Jogo do Nim tradicional



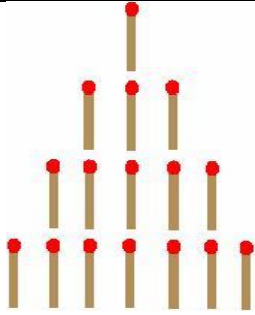
Fonte: <http://jocs.org/tag/matematiquas/>

Para que o participante seja sempre o vencedor, ele poderá utilizar uma estratégia que tornará isso possível e que consiste no seguinte: sempre deixar o adversário iniciar a rodada; converter a notação decimal que representa o número de palitos de cada fileira em notação binária; realizar a adição (tradicional) dos números

em notação binária; cuidar para que cada algarismo da soma seja sempre um número par.

A explicação da estratégia decorre de que a posição inicial dos palitos tem soma com cada algarismo par (ou na soma binária, é zero) e quando o adversário joga ele, necessariamente, torna algum desses algarismos um número ímpar. Essa característica pode ser notada na representação a seguir:

Tabela 1: Tabela da representação binária dos números do jogo do Nim

Configuração dos palitos	Representação decimal das quantidades de palitos em cada fileira	Representação binária das quantidades de palitos em cada fileira	Adição tradicional dos números em notação binária
	1 3 5 7	1 11 101 111	1 11 101 <u>111</u> 224

Fonte: Elaborada pela autora

A estratégia vencedora considera que qualquer que seja a quantidade de palitos escolhida para ser retirada pelo jogador que inicia a partida pelo menos um entre os algarismos 2, 2 e 4 se “tornará” ímpar. Isso ocorre porque ao retirar qualquer quantidade de palitos, naquela fileira alterada, ou o que é “zero” se tornará “um” ou vice-versa, o que tornará a soma em alguma coluna ímpar.

A estratégia encontra justificativa no fato de que a quantidade de palitos em cada fileira deve ser “dividida pelos dois competidores” e a regra diz que da soma final deve ser “um” para que o participante perdedor retire. Importante ressaltar que a “soma par” deve ser mantida até a antepenúltima jogada, já que na penúltima a combinação vencedora deverá deixar apenas um palito (que é ímpar). Há ainda a exceção da combinação 1, 1, 1 (um palito em cada uma de três fileiras). Quem deixa essa combinação, ainda que sua soma seja ímpar, vencerá a partida.

Notamos que a essência do conceito da notação binária – que é a representação de qualquer número utilizando apenas dois algarismos – se faz presente quando o estudante percebe que a regra do jogo o faz transitar pelas divisões sucessivas do número de palitos disponíveis em cada fileira pelos dois participantes.

#### 4.1.2 Cartões Mágicos

Já o jogo Cartões Mágicos atrai a atenção e a curiosidade do estudante por seu efeito “mágico” que possibilita “adivinhar” um número pensado por um dos participantes. O uso dos números binários é fundamental para a elaboração dos cartões e a adivinhação do número escolhido pelo jogador. O jogo é fundamentado com as seguintes instruções: Um jogador escolhe um número e indica em qual(is) cartão(ões) o número pensado se encontra o outro jogador terá que “adivinhar” qual o número escolhido pelo 1º participante. A dedução do número é feita a partir da notação binária utilizada na construção do cartão. Cada cartão recebe uma potência de base 2 e expoentes variando de 0 a n ( $2^0, 2^1, 2^2 \dots 2^n$ ), sendo n+1 o número de cartões. O número pensado é a soma aritmética das potências de base 2 que iniciam cada cartão. Um exemplo de cartões são os mostrados na figura a seguir:

Figura 4: Ilustração do Jogo Cartões Mágicos

1º								2º							
1	3	5	7	9	11	13	15	2	3	6	7	10	11	14	15
17	19	21	23	25	27	29	31	18	19	22	23	26	27	30	31
33	35	37	39	41	43	45	47	34	35	38	39	42	43	46	47
49	51	53	55	57	59	61	63	50	51	54	55	58	59	62	63
3º								4º							
4	5	6	7	12	13	14	15	8	9	10	11	12	13	14	15
20	21	22	23	28	29	30	31	24	25	26	27	28	29	30	31
36	37	38	39	44	45	46	47	40	41	42	43	44	45	46	47
52	53	54	55	60	61	62	63	56	57	58	59	60	61	62	63
5º								6º							
16	17	18	19	20	21	22	23	32	33	34	35	36	37	38	39
24	25	26	27	28	29	30	31	40	41	42	43	44	45	46	47
48	49	50	51	52	53	54	55	48	49	50	51	52	53	54	55
56	57	58	59	60	61	62	63	56	57	58	59	60	61	62	63

Um exemplo de aplicação dos Cartões Mágicos, segue:

Supondo que o número escolhido é 25, o qual aparece no 1º, 4º e 5º cartões e, portanto:

O primeiro valor do primeiro cartão é 1, do quarto é 8 e do quinto é 16, logo a soma  $1 + 8 + 16 = 25$ , retorna o número pensado a princípio.

O segredo está na construção dos cartões que obedece a uma lógica binária, segundo a qual qualquer número pode ser escrito pela combinação de uma quantidade finita de algarismos, sendo essa quantidade, nesse caso, dois.

Definindo-se a quantidade de números desejadas para serem passíveis de “adivinhação”, todos eles são escritos em notação binária. No caso dos cartões que apresentamos como exemplo na figura 4, a quantidade de números é 63. Abaixo apresentamos os 63 primeiros números naturais escritos em notação binária:

Tabela 2: Tabelas dos números naturais de 1 a 63 escrito em notação binária

Nº	2 <sup>5</sup>	2 <sup>4</sup>	2 <sup>3</sup>	2 <sup>2</sup>	2 <sup>1</sup>	2 <sup>0</sup>
1	0	0	0	0	0	1
2	0	0	0	0	1	0
3	0	0	0	0	1	1
4	0	0	0	1	0	0
5	0	0	0	1	0	1
6	0	0	0	1	1	0
7	0	0	0	1	1	1
8	0	0	1	0	0	0
9	0	0	1	0	0	1
10	0	0	1	0	1	0
11	0	0	1	0	1	1
12	0	0	1	1	0	0
13	0	0	1	1	0	1
14	0	0	1	1	1	0
15	0	0	1	1	1	1
16	0	1	0	0	0	0
17	0	1	0	0	0	1
18	0	1	0	0	1	0
19	0	1	0	0	1	1
20	0	1	0	1	0	0
21	0	1	0	1	0	1
22	0	1	0	1	1	0
23	0	1	0	1	1	1
24	0	1	1	0	0	0
25	0	1	1	0	0	1
26	0	1	1	0	1	0
27	0	1	1	0	1	1
28	0	1	1	1	0	0
29	0	1	1	1	0	1
30	0	1	1	1	1	0
31	0	1	1	1	1	1
32	1	0	0	0	0	0
33	1	0	0	0	0	1
34	1	0	0	0	1	0
35	1	0	0	0	1	1
36	1	0	0	1	0	0
37	1	0	0	1	0	1
38	1	0	0	1	1	0
39	1	0	0	1	1	1
40	1	0	1	0	0	0
41	1	0	1	0	0	1
42	1	0	1	0	1	0
43	1	0	1	0	1	1
44	1	0	1	1	0	0
45	1	0	1	1	0	1
46	1	0	1	1	1	0
47	1	0	1	1	1	1
48	1	1	0	0	0	0
49	1	1	0	0	0	1
50	1	1	0	0	1	0
51	1	1	0	0	1	1
52	1	1	0	1	0	0
53	1	1	0	1	0	1
54	1	1	0	1	1	0
55	1	1	0	1	1	1
56	1	1	1	0	0	0
57	1	1	1	0	0	1
58	1	1	1	0	1	0
59	1	1	1	0	1	1
60	1	1	1	1	0	0
61	1	1	1	1	0	1
62	1	1	1	1	1	0
63	1	1	1	1	1	1

Fonte: Elaborada pela autora

Comporão o primeiro cartão todos os números que tiverem “1” na coluna 2<sup>0</sup>. No segundo cartão estarão todos os números que tiverem “1” na coluna 2<sup>1</sup>. No terceiro cartão, todos os que tiverem “1” na coluna 2<sup>2</sup>, e assim sucessivamente.

Notadamente, são seis cartões pois são seis potências de base dois ( $2^0, 2^1, 2^2, 2^3, 2^4, 2^5$ ) necessárias para se escrever os números entre 1 e 63. Qualquer que seja o número escolhido pelo participante ele poderá ser escrito na base binária e, conseqüentemente, a soma das potências de base 2 que o representam. Assim, saber quais cartões possuem o número implica saber qual é o número.



## 5 PROPOSTA DIDÁTICA E ALGUMAS CONSIDERAÇÕES

A estratégia usada no jogo do Nim é uma estratégia válida, pois, de acordo com Melo (2013), utiliza a notação binária garantindo que tal expressão Matemática determine sempre que o jogador A seja ganhador. Lembrando que o jogador B sempre inicia a partida, tornando alguma das colunas uma soma ímpar, de modo que o jogador A tem que sempre deixar a combinação segura (deixar que a soma dos números das filas do jogo, em base binária, dê sempre o resultado 0 ou 2).

A demonstração é fácil: basta ver que B pode mexer em apenas uma fila de palitos e tem que retirar pelo menos um. Sabendo-se que, dados os números de palitos de duas filas, determina-se unicamente o número de palitos da terceira e considerando-se a A deixou uma combinação segura, qualquer movimento que B faça desmanchará esta combinação segura. Logo, o jogador B não poderá deixar uma nova combinação segura. (MELO, 2013, p.5)

Ainda de acordo com Melo (2013), caso o jogador A não deixe a combinação segura, o próximo participante, conhecendo a regra, pode manter a combinação segura e ser o vencedor do jogo.

Propomos, inicialmente, apresentar a regra geral do jogo do NIM aos alunos e permitir que eles joguem livremente. Essa opção está em consonância com nosso referencial teórico-metodológico, que prevê motivos compreensíveis para iniciar o movimento de aprendizagem. É importante que tais motivos estejam impregnados da mesma necessidade de apropriação do conceito que se pretende ensinar. Assim, o próprio jogo e o professor podem assumir o papel de mediadores do processo e conduzir a apropriação do conceito que se pretende ensinar.

Entendemos que, nas disputas iniciais, os estudantes realizam jogadas aleatórias. De tempos em tempos, no entanto o professor deve intervir e realizar questionamentos que possam fazer os alunos tentarem traçar estratégias para vencer o jogo e vai começando a perceber que existem algumas jogadas que resultarão em combinações vencedoras.

A mediação deve considerar a compreensão de que a essência conceitual que se pretende ensinar está intimamente ligada às divisões, conforme Raguenet (2013) descreve, ao tratar de uma versão alternativa do jogo do NIM que possui uma única fileira com uma quantidade pré-determinada de palitos distribuídas e estabelece-se, também a princípio, as quantidades mínimas e máximas que podem ser retiradas por cada jogador em cada rodada. De acordo com essa autora, inicialmente, verifica-se a quantidade de palitos e divide-se pela quantidade máxima que pode ser retirada por ele próprio (o aluno A) e pelo adversário em uma jogada, feito isso ele separa em grupos essas quantidades deixando separado de todos

apenas 1 palito, que será o palito final, o qual será retirado por quem perde o jogo. Compreender essa ideia contribui para fazer o aluno perceber que no jogo tradicional que os alunos estão jogando há uma estreita relação entre a quantidade de palitos de cada fileira e a divisão destes entre ambos os jogadores. Essa comparação poderia ser mediada pelo professor, propondo jogar e elaborar uma estratégia vencedora para a proposta alternativa do jogo do NIM (com uma única linha).

Não se espera que os alunos percebam por si sós a estratégia vencedora, exatamente como ela é apresentada no artigo científico de Melo (2013), mas sim que eles compreendam a ideia de que a quantidade de palitos é pode ser dividida entre os dois participantes indefinidamente, e que este processo é capaz de retornar qualquer número escrito em notação binária, ao se considerar quocientes (palitos retirados) e restos (palitos deixados). Como a divisão por 2 sempre retorna restos “zero” ou “um”, fica mais evidente para o aluno que os números iniciais podem ser escritos com combinações desses dois algarismos.

Este seria, então o momento em que o professor, com a participação ativa dos alunos, poderia mediar a conclusão de que qualquer número pode ser escrito em notação binária. Notamos que, nessa proposta, o motivo que coloca os alunos em movimento de aprendizagem é “vencer o jogo”. Espera-se que durante a atividade o motivo do estudante torne-se algo como “compreender a ideia da notação binária”. Diferente da ideia proposta pelo material da rede pública do Estado de São Paulo, que é o uso da notação a parte computacional, a qual também é válida, porém só é cabível mostrar no dado momento em que o aluno tenha essa apropriação prévia e apresenta o conceito como se ele sempre tivesse existido da forma como o conhecemos.

Já com o conhecimento da importância dessa operação da notação binária a partir do jogo do Nim, o aluno pode criar um novo jogo a qual a notação é estruturante dele sendo esse jogo os cartões mágicos. Usando todo conhecimento adquirido nas aulas básicas pode-se pensar e trabalhar esse jogo utilizando as regras descritas anteriormente. Entendemos que seja então uma boa oportunidade para o professor propor a construção de cartões mágicos. O aluno construiria, a princípio uma quantidade menor de cartões (digamos, três) para compreender o processo de construção. Na sequência o professor proporia que as duplas estudassem o porquê de o número pensado pelo participante ser a soma dos primeiros números do cartão. Com uma quantidade pequena de cartões fica mais fácil perceber que qualquer número escolhido estará de maneiras distintas no conjunto dos cartões mágicos. Por fim, o professor pode propor a elaboração de quantidades maiores de cartões, mediando a percepção da razão pela qual o valor escolhido é a soma dos primeiros números de cada cartão que contém aquele número.

Entendemos que, dessa forma, os alunos estejam diante da necessidade conceitual enquanto jogam e pensam a respeito de eventuais estratégias vencedoras (no caso do NIM) e de explicações lógicas para as “adivinhações” no caso do jogo dos Cartões Mágicos.

Os alunos podem ainda propor variações, como adivinhar a idade de alguém, o dia do aniversário, os dois últimos números do RG, etc. todas variações que deixam os alunos entusiasmados para confeccionar cartões que lhes permitam brincar depois com os amigos, representando o papel de “mágicos”.

O planejamento dessa atividade é para alunos do Ensino Fundamental II para 7º ano, preferencialmente para escolas da rede pública em que a infraestrutura geralmente não é tão adequada com recursos de informática, por exemplo, por ser uma atividade com pouca necessidade de material. Segue um breve planejamento que pode ser feito pelo professor:

1. O professor inicia a aula com uma breve conversa que vise aferir ideias sobre divisão, jogos de “azar” e de estratégia;
2. Pede que formem duplas, para poder fazer uma atividade diferente em sala;
3. Explica como será a atividade (O jogo do Nim);
4. Esboça o jogo na lousa, de forma representativa e distribui os palitos;
5. Após darem início ao jogo o professor pede que relatem em uma folha todas as estratégias que usaram (se usaram) e qual foi a percepção que obteve para que possa se ter sucesso no jogo;
6. Por fim o professor explica qual é a ideia e estratégia que é usada para que sempre consiga ganhar, e a partir daí ele desenvolve o conteúdo em sala, Notação Binária.

Em conclusão, podemos indicar que esse trabalho foi árduo, mas nos trouxe inúmeros aprendizados, pois percebemos que a necessidade é uma coisa importante para a aprendizagem do aluno, portanto, iremos utilizar nas nossas futuras práticas, apesar de não termos aplicado, foi possível supor razoavelmente essa observação. Deixaremos essa proposta de atividade para estudos futuros, podendo utilizar toda essa ideia e aplicá-la de modo prático em sala de aula, observando e relatando os resultados.

Essa proposta foi pensada e elaborada para alunos do Ensino Fundamental II, mais precisamente, para os alunos do 7º ano, o qual é apresentado algumas bases numéricas e introduzido o ensino da notação binária. Estudamos a abordagem que é proposta pelo ensino tradicional do Estado, a qual julgamos não ser suficiente e eficaz para o ensino da notação binária, que é apresentada no caderno do aluno do 7º ano, sendo o fator que esta atividade não

respeita a realidade de todos os estudantes como também não dá como pré-requisito aulas direcionada ao material que é a base para a abordagem do conteúdo, a informática, outro fator importante e principal é o de não colocar o aluno diante da necessidade de aprendizagem, que é o nosso objetivo primordial para a conclusão deste trabalho.

Durante todo o processo estudamos alguns teóricos que nos deu suporte para a produção de atividades que fujam do método tradicional e que esteja no alcance de todos os alunos como os jogos que eles próprios podem produzir o material, sem a necessidade de recursos de difícil alcance, que pode ser cedido pela própria escola. Assim tangenciamos uma atividade simples e que possui grande importância para crescimento educacional.

E ainda assim defendemos e concordamos que os Jogos são fundamentais também para resoluções de problemas assim, dando oportunidades e formas didáticas de ensino e aprendizagem para o aluno que dessa forma possibilita que todos tenham a mesma oportunidade de aprender.

## REFERÊNCIAS

- DAVÍDOV, V., MÁRKOVA, A. **La concepción de la actividad de estudio de los escolares.** In: DAVÍDOV, V., SHUARE, M. (orgs.). *La Psicología Evolutiva y Pedagógica en la URSS - Antología.* Moscou: Editorial Progreso, 1987. pp. 316-336
- DAVYDOV, V. V. **Tipos de generalización en la enseñanza.** Havana: Pueblo y Educación, 1982.
- GRANDO, R. C. **O conhecimento matemático e o uso de jogos na sala de aula.** Tese de Doutorado (Universidade Estadual de Campinas Faculdade de Educação), Campinas, 2000.
- LEONTIEV, A. **O desenvolvimento do psiquismo.** Lisboa: Horizonte, 1978. pp: 261-284
- \_\_\_\_\_. Uma contribuição à teoria do desenvolvimento da psique infantil. In: VIGOTSKI, L. S.; LURIA, A. R.; LEONTIEV, A. N. **Linguagem, desenvolvimento e aprendizagem.** São Paulo: Ícone, EDUSP, 1988. p. 59- 83
- MELO, C. A. V. **O jogo do Nim um problema de divisão.** In: Revista do Professor de Matemática, nº 06, São Paulo: 2013.
- MOREIRA, N. **Cartões mágicos,** 2001. Disponível em : <  
[https://www.dcc.fc.up.pt/~nam/aulas/0102/pi/trabp1/trabp1\\_enu/Carcoes\\_magicos.html](https://www.dcc.fc.up.pt/~nam/aulas/0102/pi/trabp1/trabp1_enu/Carcoes_magicos.html)>  
 Acesso em: 18 Fev. 2018.
- MORETTI, V. D. **Professores de matemática em atividade de ensino: uma perspectiva histórico-cultural para a formação docente.** 2007. 206f. Tese (Doutorado em Educação: Ensino de Ciências e Matemática) - Faculdade de Educação, Universidade de São Paulo, São Paulo, 2007.
- MORETTI, V. D.; MOURA, M. O. **Professores de matemática em atividade de ensino: contribuições da perspectiva histórico-cultural para a formação docente.** Ciência e Educação (UNESP. Impresso), v. 17, 2011. pp. 435-450
- MOURA, M. O. A séria busca no jogo: do lúdico na matemática. In: KISHIMOTO, Tizuko Morchida. (org). **Jogo, brinquedo, brincadeira e a educação.** 9. ed. São Paulo: Cortez, 2006. p. 73-87.
- \_\_\_\_\_. **O jogo e a construção do conhecimento matemático.** Série Idéias n. 10, São Paulo: FDE, 1992. p. 45-53. Disponível em:<  
[http://www.crmariocovas.sp.gov.br/pdf/ideias\\_10\\_p045-053\\_c.pdf](http://www.crmariocovas.sp.gov.br/pdf/ideias_10_p045-053_c.pdf)> Acesso em: 01 Jun. 2017.
- RAGUENET, I. F. **A teoria matemática do Jogo do Nim.** In: Revista do Professor de Matemática, nº 06, São Paulo: 2013.
- WELTER, J. R. **Contribuição do jogo do nim para o ensino de aritmética,** Tese (Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional) – Universidade Federal de Santa Maria, Santa Maria, 2016.