

## LOGARÍTMOS - APLICAÇÃO

1. (FGV-88) Daqui a  $t$  anos o valor de um automóvel será  $V = 2000(0,75)^t$  dólares. A partir de hoje, daqui a quantos anos ele valerá metade do que vale hoje? Adote  $\log 2 = 0,3$  e  $\log 3 = 0,48$ . (2,5 anos)
2. O pH de uma solução é definido por  $pH = \log_{10} \left( \frac{1}{H^+} \right)$ , em que  $H^+$  é a concentração de hidrogênio em íons-grama por litro de solução. Determine o pH de uma solução tal que  $H^+ = 1,0 \times 10^{-8}$ . (pH = 8)
3. O crescimento de certa cultura de bactérias obedece à função  $X(t) = Ce^{kt}$ , em que  $X(t)$  é o número de bactérias no tempo  $t \geq 0$ ;  $C, k$  são constantes positivas ( $e$  é a base do logaritmo neperiano). Verificando que o número inicial de bactérias  $X(0)$  duplica em 4 horas, quantas se pode esperar no fim de 6 horas? ( $2\sqrt{2}$ )
4. Uma substância radioativa está em processo de desintegração, de modo que no instante  $t$  a quantidade não desintegrada é  $A(t) = A(0) \cdot e^{-3t}$ , em que  $A(0)$  indica a quantidade da substância no instante  $t = 0$ . Calcule o tempo necessário para que a metade da quantidade inicial se desintegre. ( $t = \ln \sqrt[3]{2}$ )
5. A lei de decomposição do radium no tempo  $t \geq 0$  é dada por  $M(t) = Ce^{-kt}$ , em que  $M(t)$  é a quantidade de radium no tempo  $t$ ;  $C, k$  são constantes positivas ( $e$  é a base do logaritmo neperiano). Se a metade da quantidade primitiva  $M(0)$  desaparece em 1600 anos, qual a quantidade perdida em 100 anos? ( $1 - 2^{-\frac{1}{16}}$ ) da quantidade inicial
6. Um capital  $C$  empregado à taxa de 10% ao ano, com juros capitalizados ao final de cada ano, após  $t$  anos produzirá um montante  $M$  dado por  $M = C \times (1,1)^t$ . Após quantos anos o capital terá sido dobrado, ou seja,  $M = 2C$ ? Dados  $\log 2 = 0,3010$  e  $\log 11 = 1,0414$ . (aprox. 7 anos e 3 meses)
7. Suponha que uma substância radioativa se desintegre, de modo que partindo de uma quantidade  $Q_0$ , a quantidade existente após  $t$  anos seja dada por  $Q(t) = Q_0 \cdot e^{-0,05t}$ . Dado  $\ln 2 = 0,693$ , calcule  $t$  de modo que se tenha  $Q(t) = \frac{Q_0}{2}$ . (Este valor de  $t$  é denominado *meia-vida* da substância) (aprox. 14 anos)
8. Partindo de uma quantidade inicial de  $Q_0$  bactérias de uma dada espécie, após  $t$  horas a quantidade existente é  $Q(t) = Q_0 \cdot e^{kt}$  onde  $k$  é uma constante. Se a quantidade inicial dobrar em 1 hora, quanto tempo levará para se ter 1.000.000 de bactérias partindo de uma quantidade inicial de 1.000 bactérias? Dado  $\log 2 = 0,3$ . (10 horas)
9. (PUC-RJ)
  - a) No crescimento exponencial  $f(t) = c \cdot e^{kt}$ , verifique que o valor da função no ponto médio de um intervalo qualquer é a média geométrica dos valores nos extremos desse intervalo.  
[Média Geométrica:  $f\left(\frac{a+b}{2}\right) = \sqrt{f(a) \cdot f(b)}$ ]
  - b) A população mundial em 1950 era de 2,6 bilhões e em 1975 era de 4 bilhões. Admitindo o crescimento exponencial, estime a população no ano 2000. (aprox. 6,2 bilhões)
10. Num determinado país, a população cresce a uma taxa de 4% ao ano, aproximadamente. Considerando-se como base o ano de 1990, em quantos anos a população desse país triplicará? Use  $\log 3 = 0,4771$  e  $\log 1,04 = 0,0170$ . (28,06 anos)

11. O montante de uma firma é dado pela fórmula  $M = C\left(1 + \frac{i}{100}\right)^t$ , onde C é o capital, i a taxa e t o tempo de aplicação. Calcular o montante, sabendo que o capital aplicado foi de R\$ 1.200.000,00 a uma taxa de 5% a.a. durante 8 anos. Use  $\log 1,2 = 1,079181$  e  $\log 1,05 = 1,079181$ . (M=R\$1.772.900,00)
12. Calcule o montante de um capital de R\$ 300.000,00 a uma taxa de 4% ao ano, aplicado durante 12 anos. Use  $\log 3 = 0,47712$  e  $\log 1,04 = 0,017033$ . (R\$480.304,00)
13. Segundo uma pesquisa, após x meses da constatação da existência de uma epidemia, o número de pessoas por ela atingidas é  $f(x) = \frac{20.000}{2 + 15 \cdot 4^{-2x}}$ . Supondo  $\log 2 = 0,30$  e  $\log 3 = 0,48$ , daqui a quanto tempo, aproximadamente, o número de pessoas atingidas por essa epidemia será de 2.000? (7dias)
14. (Unicamp-SP) Estima-se que a população da Terra tenha atingido a cifra de 5 bilhões de habitantes há poucos meses atrás. Imagine um país com uma população de 100 milhões de habitantes e a uma taxa de crescimento populacional de 2,4% ao ano. Em quantos anos a população desse país atingiria a população da Terra hoje, isto é, 5 bilhões de habitantes? Considere  $\log 2 = 0,301$  na base 10. (aprox. 170 anos)
15. Um pequeno investidor tem saldo de R\$ 10.000,00 em caderneta de poupança na data-base. A instituição financeira paga e continuará pagando juros e correção monetária de 15% ao mês. Supondo que não foram feitos novos depósitos e nem retiradas, calcule o saldo dessa conta, com relação a data-base, daqui a n meses ( $n \in \mathbb{Z}_+$ )
16. Determine qual é o tempo necessário para que um capital empregado à taxa de 2% ao mês de juro capitalizado mensalmente, dobre de valor.
17. Um país possui hoje, 100 milhões de habitantes. Se sua população tiver um crescimento anual de 3%, dentro de quanto tempo esse país possuirá 300 milhões de habitantes?
18. O álcool no sangue de um motorista alcançou o nível de 2 gramas por litro logo depois dele ter bebido uma considerável quantidade de cachaça. Considere que esse nível decresce de acordo com a fórmula  $N(t) = 2(0,5)^t$ , onde t é o tempo medido em horas a partir do momento em que o nível foi constatado. Quanto tempo deverá o motorista esperar antes de dirigir seu veículo se o limite permitido de álcool no sangue para dirigir com segurança é de 0,8 gramas por litro? (Use 0,3 para  $\log 2$ )