

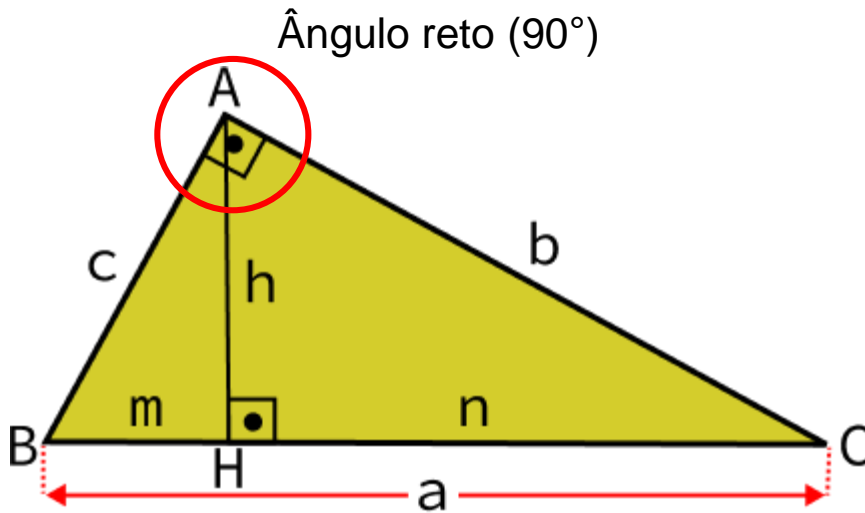


Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia de São Paulo
Campus São Paulo

Vetores

Triângulo Retângulo

- Valores notáveis:



a → hipotenusa

b, c → catetos

h → altura em relação a BC

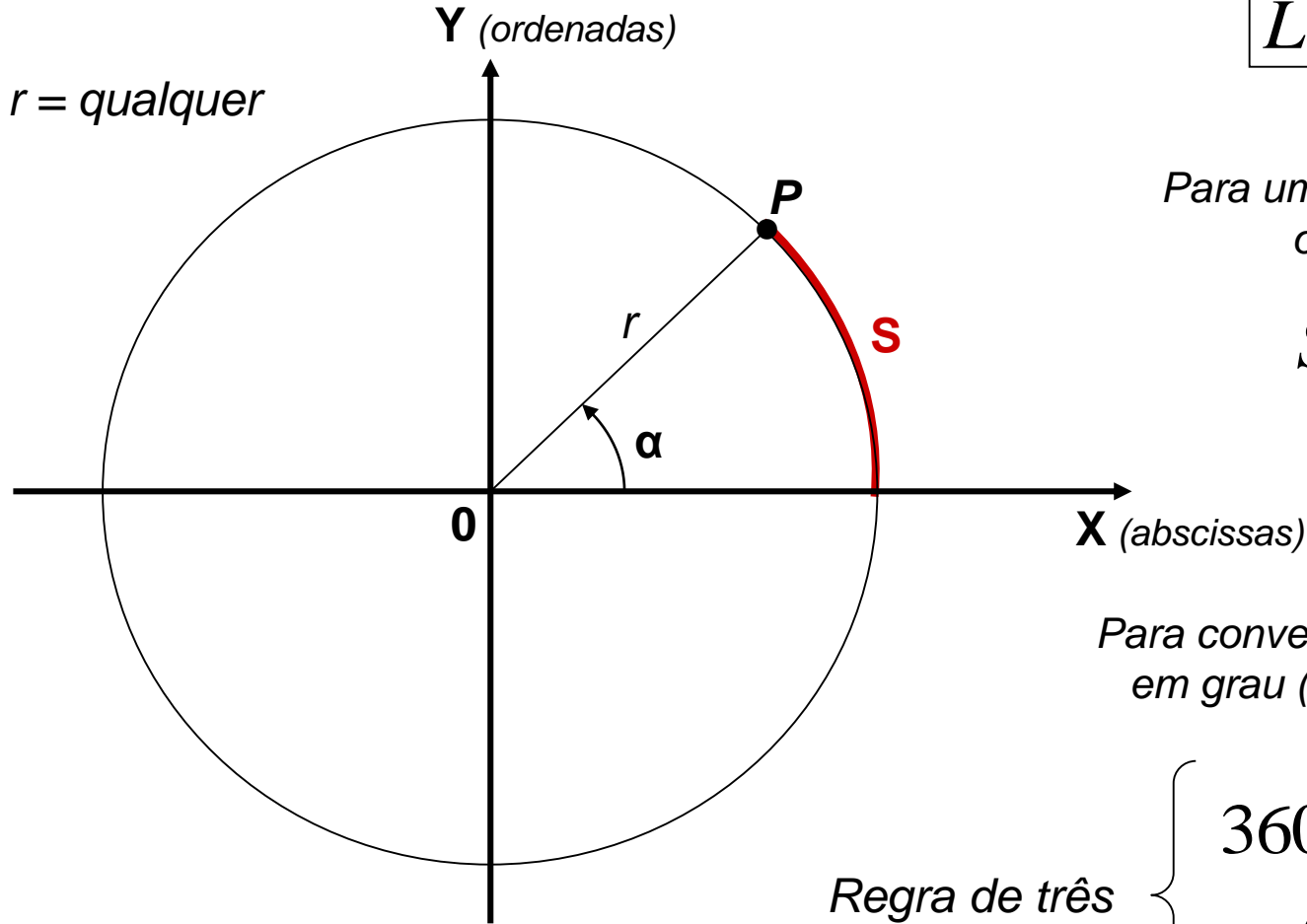
b → altura em relação a AC

c → altura em relação a AB

- Teorema de Pitágoras:

$$a^2 = b^2 + c^2$$

Circunferência



Perímetro

$$L = 2 \times \pi \times r$$

Para um ângulo α qualquer,
o arco \underline{S} vale:

$$S = \alpha \times r$$

$\alpha \rightarrow$ radiano

Para converter um ângulo α , dado
em grau ($^\circ$), para radiano (rad):

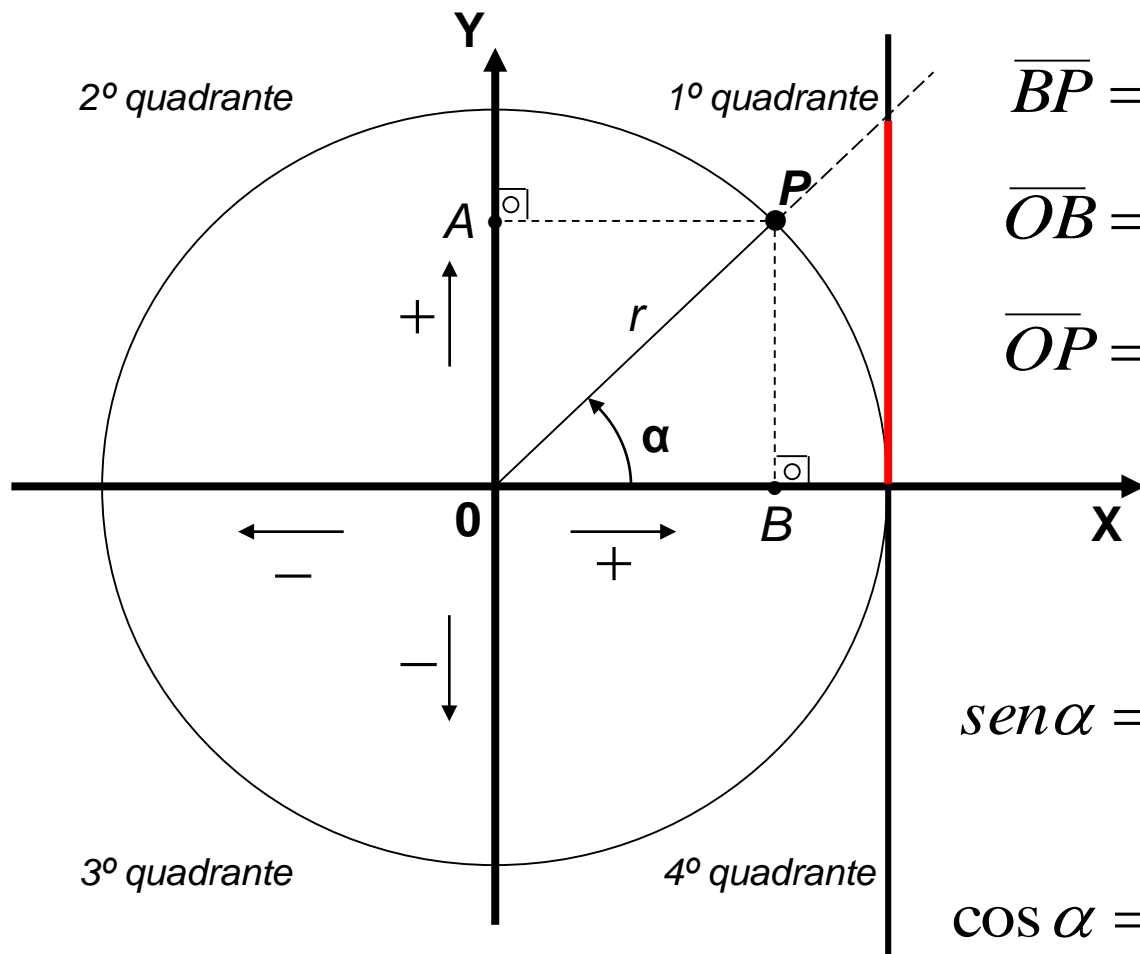
Regra de três

$$360^\circ \rightarrow 2\pi(\text{rad})$$

$$\alpha(^\circ) \rightarrow x(\text{rad})$$

$$\pi = 3,1416\dots$$

Círculo Trigonométrico



$r \rightarrow$ raio de curvatura = 1

$$\overline{BP} = \text{cateto oposto} = \overline{OA}$$

$$\overline{OB} = \text{cateto adjacente} = \overline{AP}$$

$$\overline{OP} = \text{hipotenusa}$$

$$\text{sen } \alpha = \frac{\text{cateto oposto}}{\text{hipotenusa}} = \frac{\overline{OA}}{\overline{OP}}$$

$$\text{cos } \alpha = \frac{\text{cateto adjacente}}{\text{hipotenusa}} = \frac{\overline{OB}}{\overline{OP}}$$

$$\text{tg } \alpha = \frac{\text{cateto oposto}}{\text{cateto adjacente}} = \frac{\overline{OA}}{\overline{OB}}$$

Grandezas Físicas

São entidades criadas pelo homem, que definem quantitativamente as propriedades de um fenômeno ou um corpo.

- Grandezas Escalares

São aquelas expressas por um número e uma unidade de medida.

Exemplos: Massa, Temperatura, Energia, Volume, Área, Tempo, Comprimento, Tensão e Corrente Elétricas, Velocidade, Aceleração, Força etc

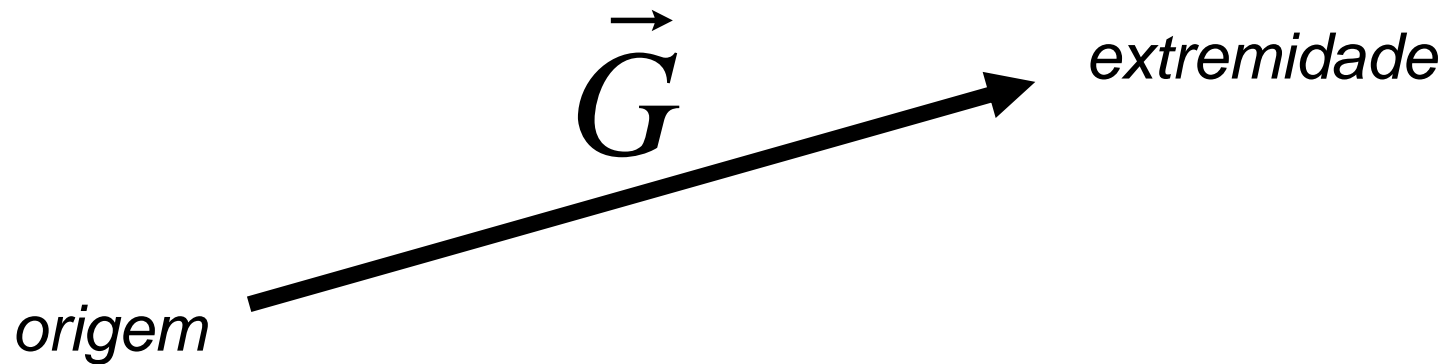
- Grandezas Vetoriais

São aquelas que também são expressas por um número e uma unidade de medida, além de um segmento de reta orientado (**vetor**).

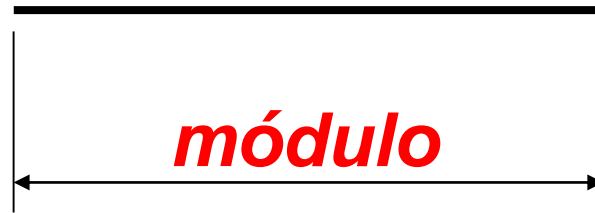
Exemplos: Velocidade, Aceleração, Força, Torque, Posição, Deslocamento, Campos Magnético, Elétrico, Gravitacional etc

Vetor → \vec{G}

É um segmento de reta orientado, que possui módulo (intensidade), direção e sentido.



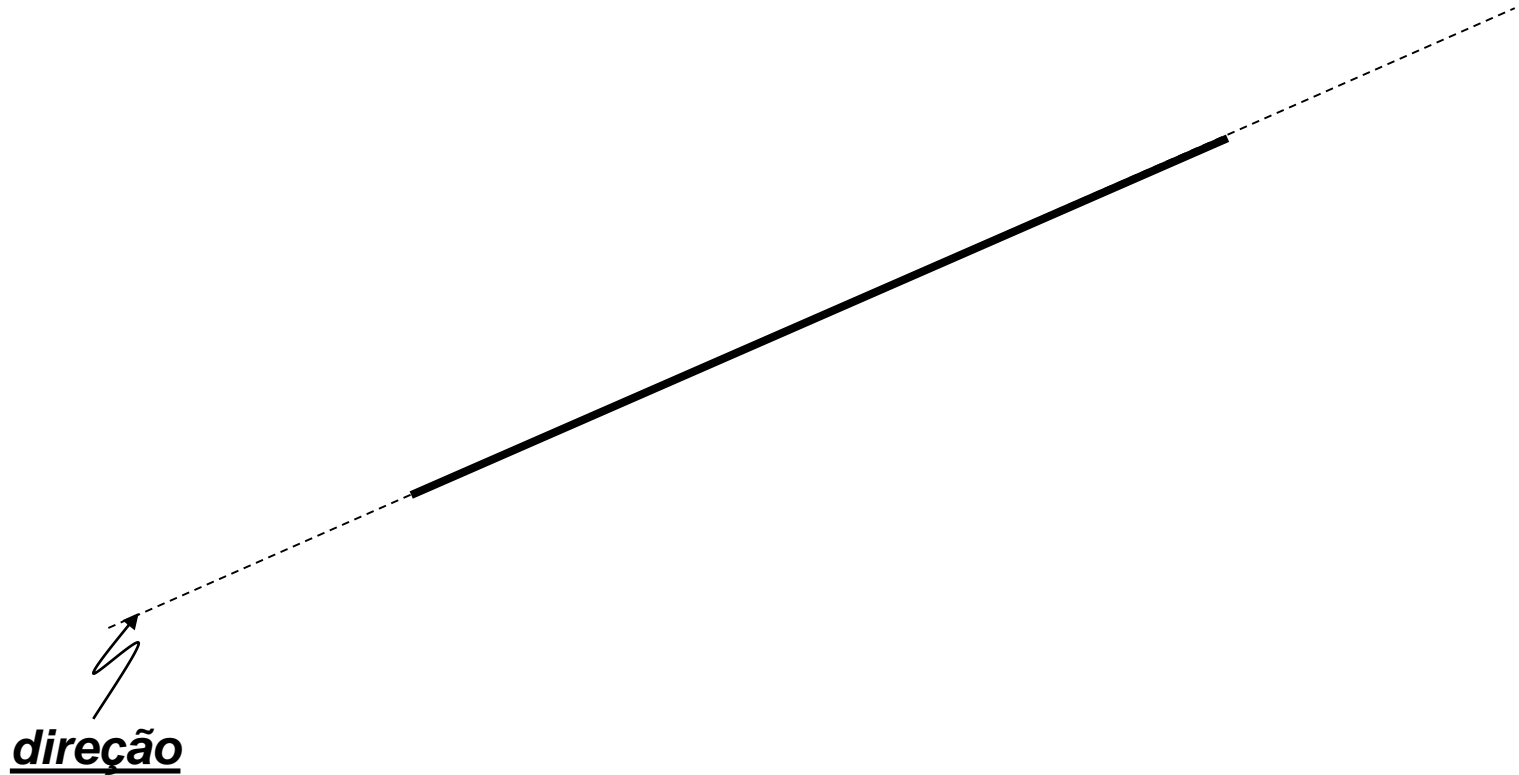
• **intensidade** ou **módulo**: é o valor numérico que representa a extensão do segmento de reta, baseado em uma escala de comparação com uma unidade de comprimento.



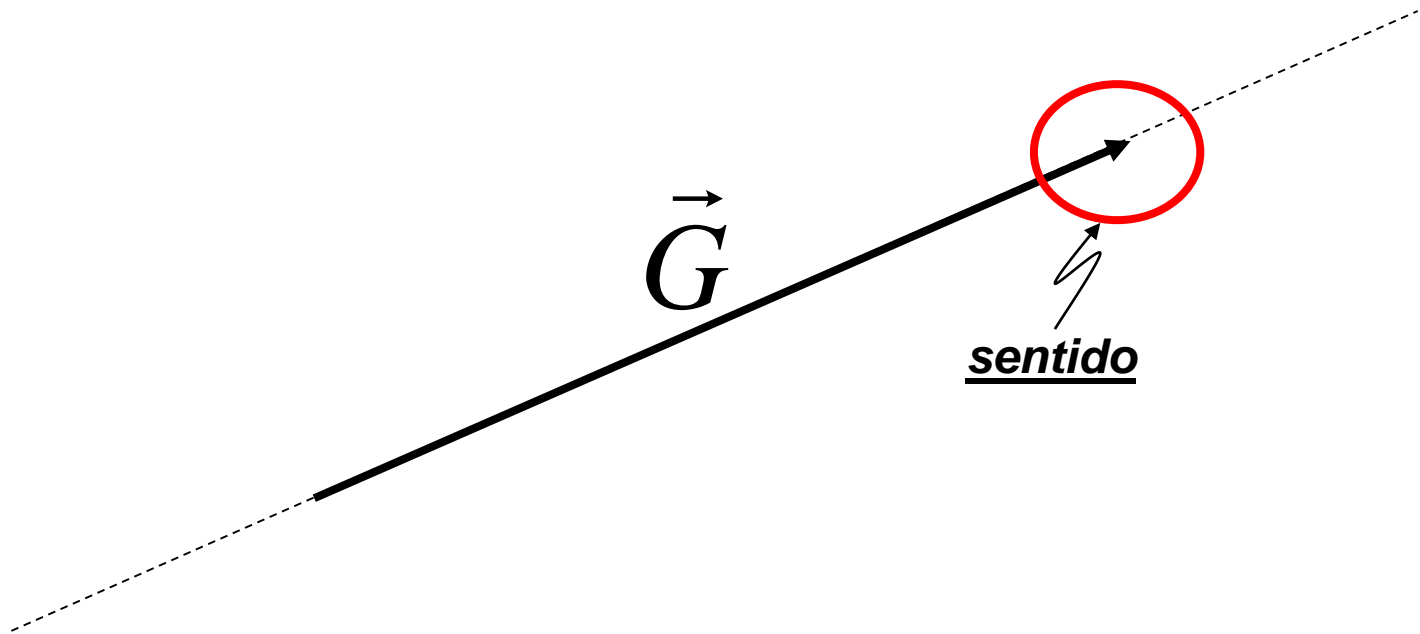
Exemplo: Se a cada 1cm corresponde a 2N, com quantos centímetros deve ser desenhado um vetor força de 10N?

$$\begin{array}{l}
 |\vec{F}| = 2N \\
 \overline{\quad} \\
 \leftarrow 1\text{ cm} \rightarrow
 \end{array}
 \left\{ \begin{array}{l}
 2\text{ N} \rightarrow 1\text{ cm} \\
 10\text{ N} \rightarrow X
 \end{array} \right\}
 \quad X = 5\text{ cm}
 \quad \overline{\hspace{15em}}$$

- **direção**: é a reta sobre a qual será desenhado o segmento de reta.

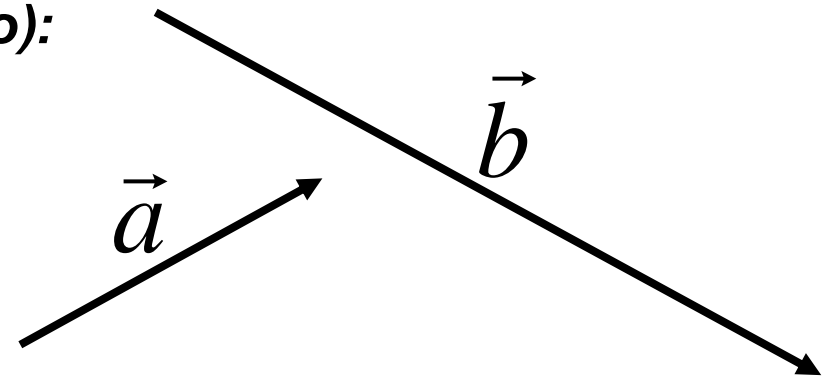


- **sentido**: é a orientação dada ao segmento de reta para a caracterização completa do vetor.

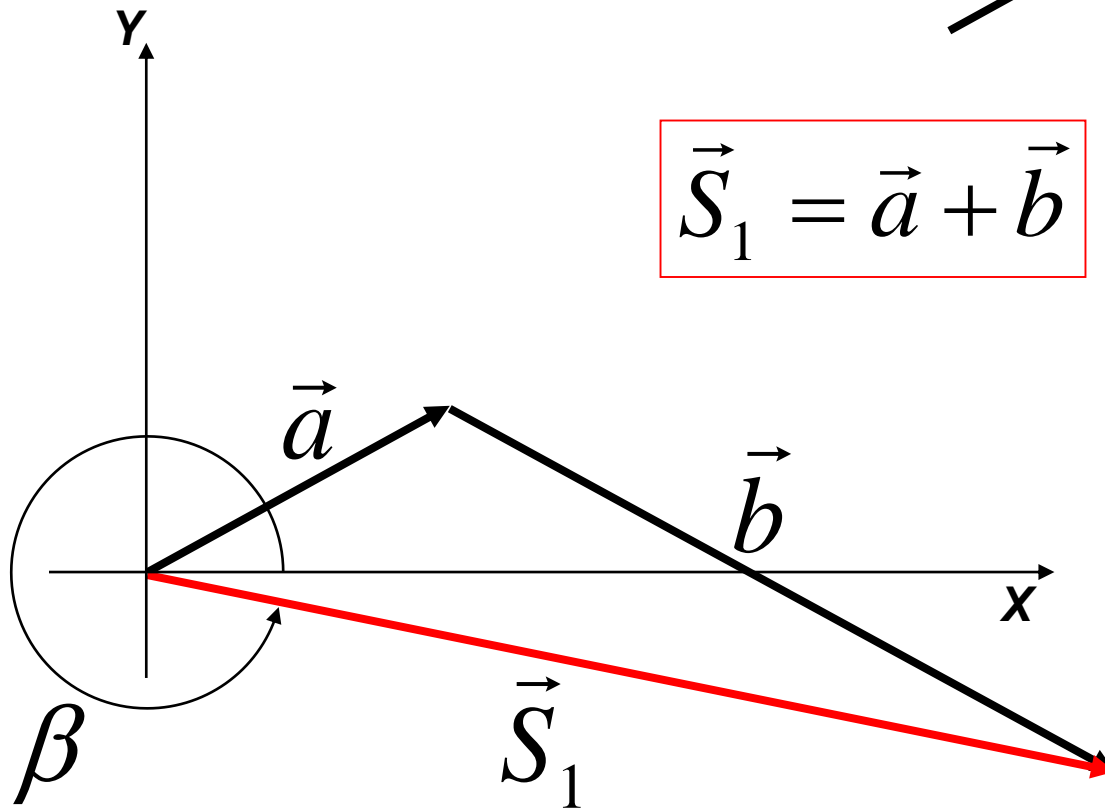


Operações com Vetores

- **Soma Vetorial (método geométrico):**
(só vetores da mesma grandeza física)



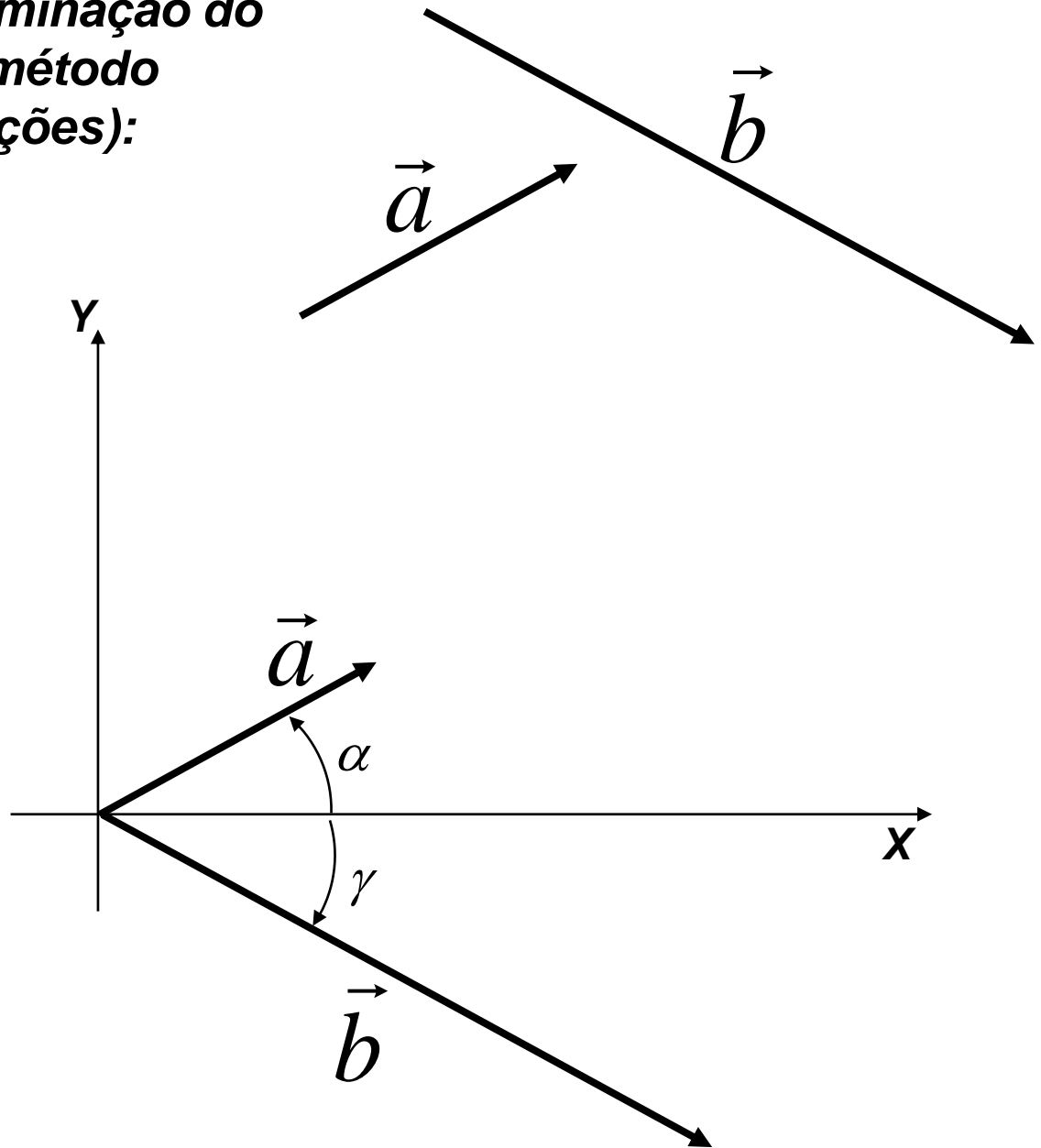
$$\vec{S}_1 = \vec{a} + \vec{b}$$



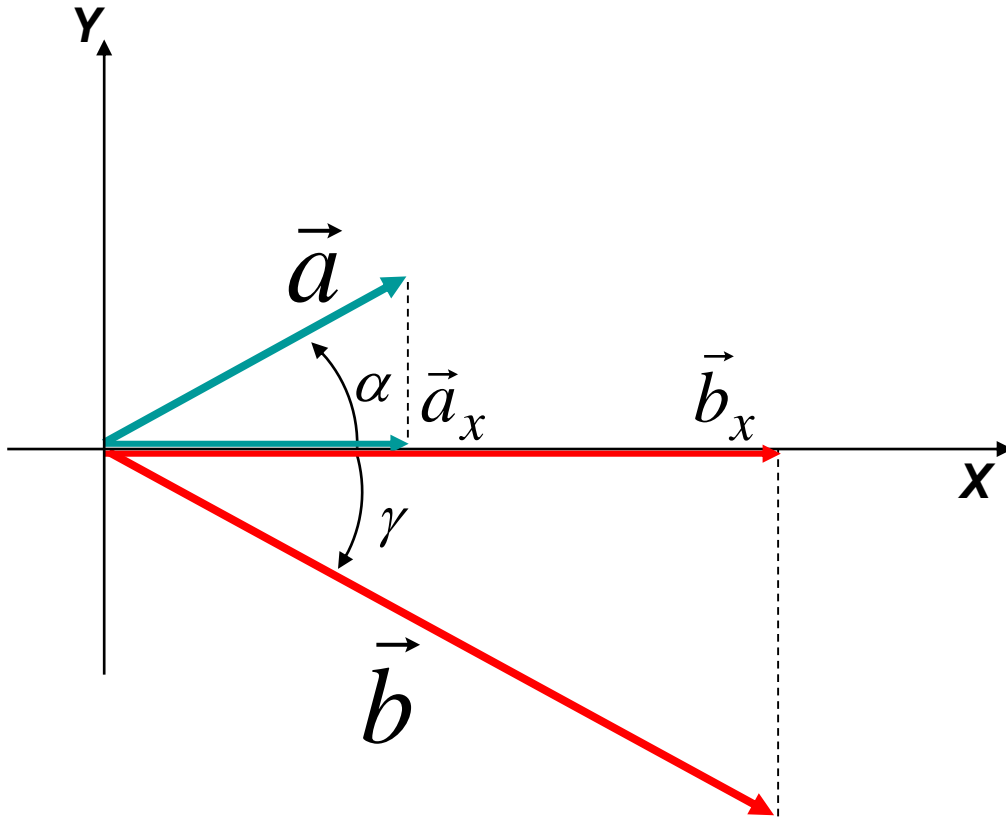
- **Módulo** → Régua
+
escala
- **Direção e sentido** →
Transferidor

- **Soma Vetorial** (determinação do vetor **resultante** pelo método analítico ou das Projeções):

$$\vec{S} = \vec{a} + \vec{b}$$



- **projecção na direção do eixo X:**



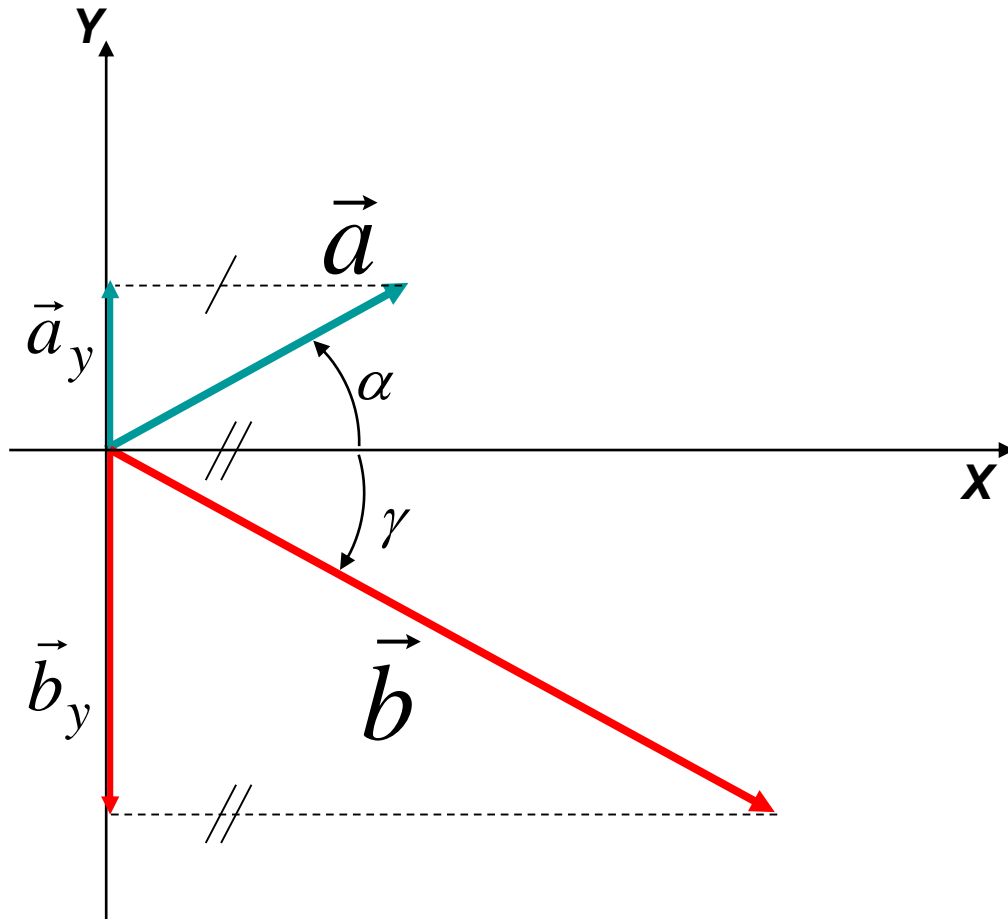
$$a_x = a \cdot \cos \alpha$$

$$b_x = b \cdot \cos \gamma$$

$$S_x = +a_x + b_x$$

“No cálculo de S_x , o sinal algébrico das projeções deve respeitar a orientação do sistema de coordenadas adotado.”

- **projecção na direção do eixo Y:**



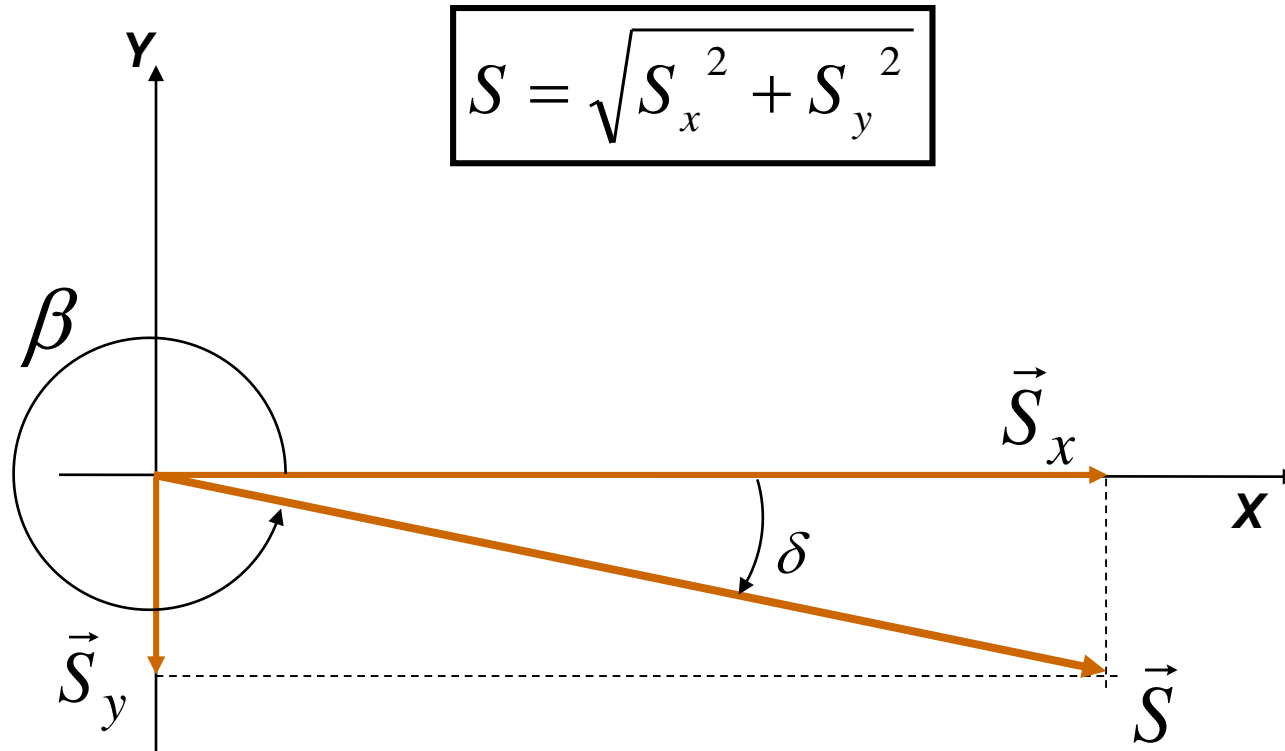
$$a_y = a.\text{sen}\alpha$$

$$b_y = b.\text{sen}\gamma$$

$$S_y = +a_y + b_y$$

“No cálculo de S_y , o sinal algébrico das projeções deve respeitar a orientação do sistema de coordenadas adotado.”

- **Determinação das características do vetor S :**



Dica: para definir β , calcular o ângulo δ como se fosse de 1º quadrante e depois subtrair de 360° .

$$\text{sen } \delta = \frac{S_y}{S}$$

$$\text{cos } \delta = \frac{S_x}{S}$$

$$\text{tg } \delta = \frac{S_y}{S_x}$$

Por exemplo, usando-se

$$\text{sen } \delta = \frac{S_y}{S}$$

Calcula-se

$$\delta = \text{arcsen} \frac{S_y}{S}$$

Praticar com a calculadora científica!!

Finalmente,

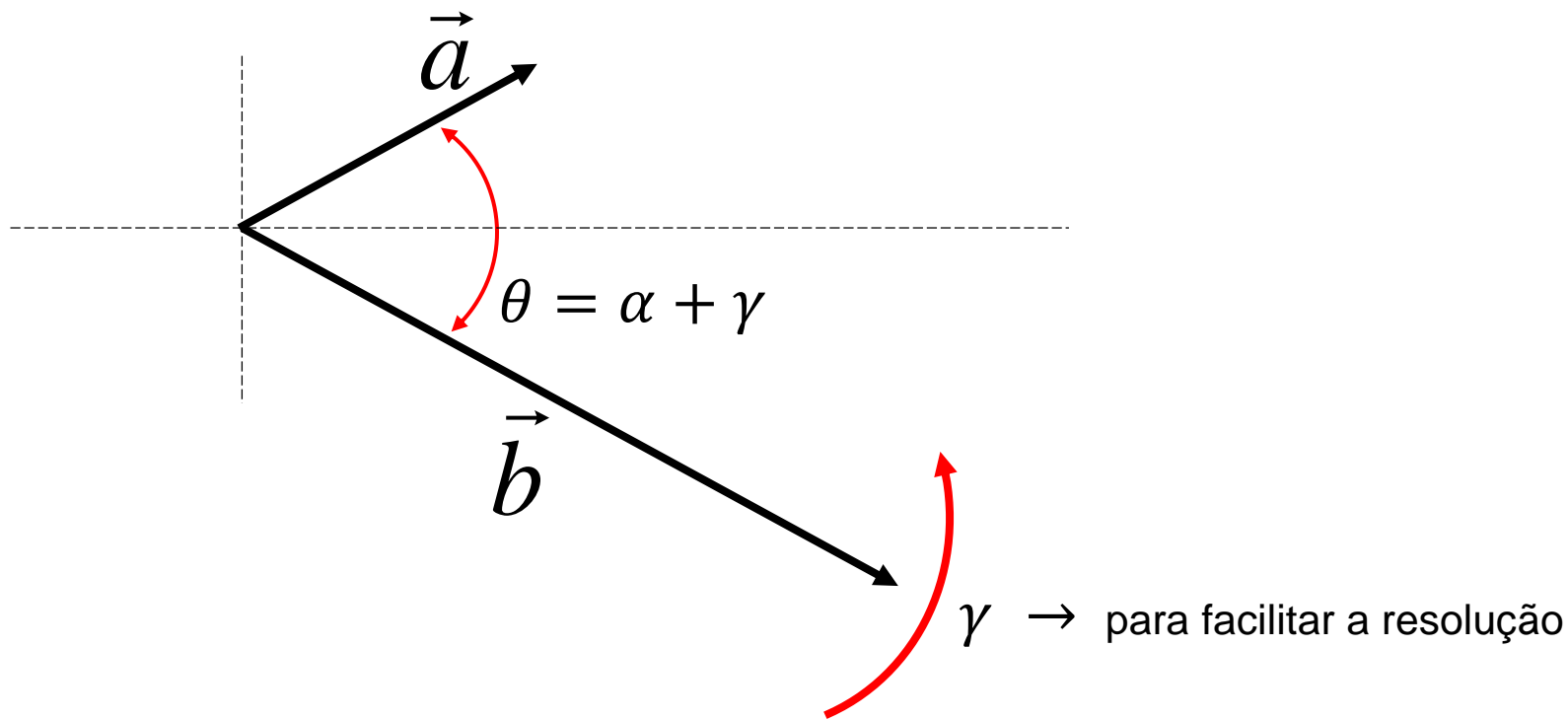
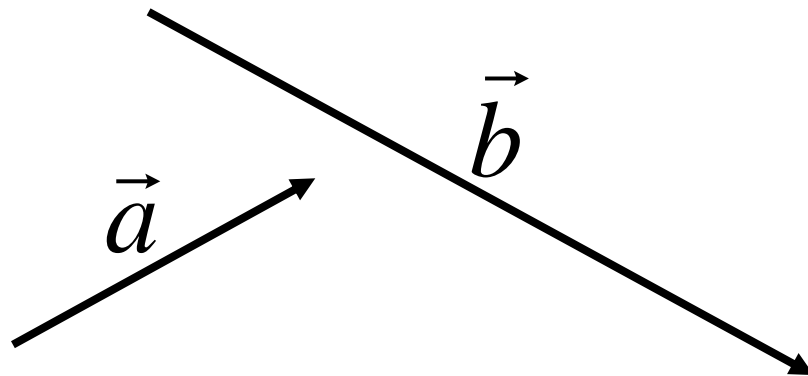
$$\beta = 360^\circ - \delta$$

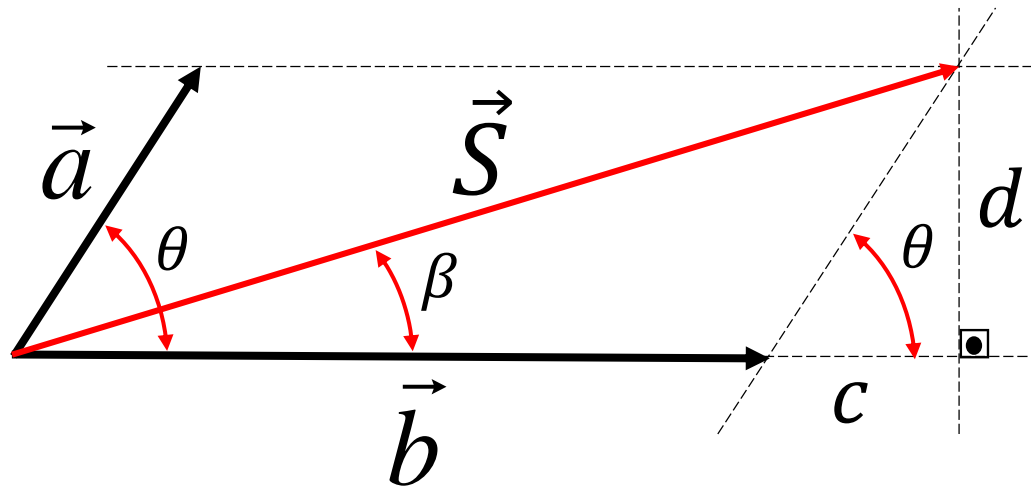


Obs.: deve-se observar atentamente o quadrante ao qual pertence o vetor soma ou resultante.

- **Determinação do vetor S usando a Lei dos Cossenos:**

$$\vec{S} = \vec{a} + \vec{b}$$





$$|\vec{a}| = a$$

$$|\vec{b}| = b$$

$$|\vec{S}| = S$$

$$c = a \cdot \cos \theta$$

$$d = a \cdot \sin \theta$$

$$(\sin \theta)^2 + (\cos \theta)^2 = 1$$

$$S^2 = d^2 + (b + c)^2$$

$$S^2 = (a \cdot \sin \theta)^2 + (b + a \cdot \cos \theta)^2$$

$$S^2 = (a \cdot \sin \theta)^2 + (b + a \cdot \cos \theta)^2$$

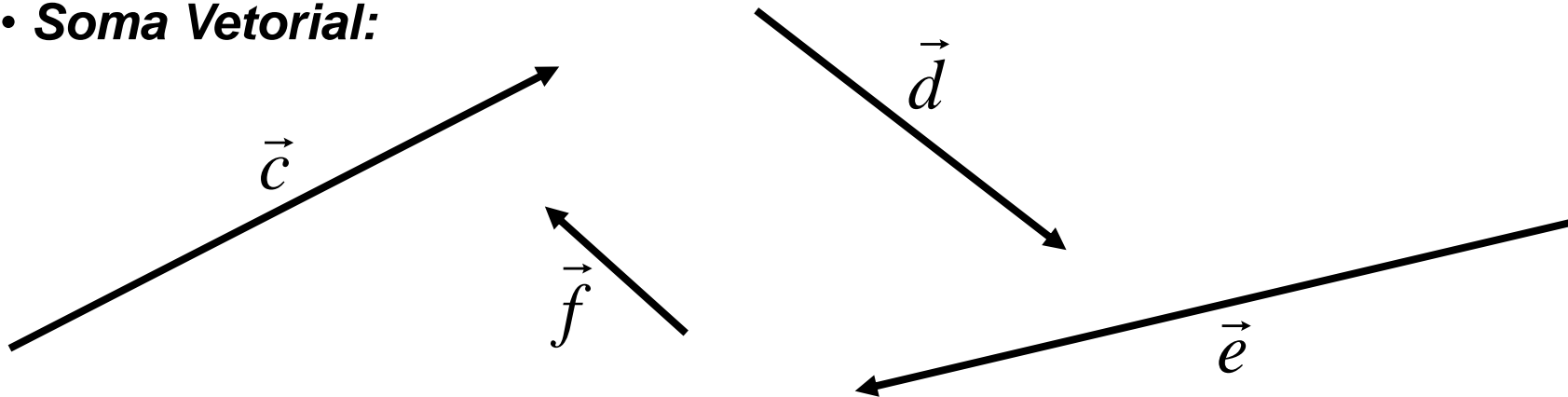
$$S^2 = a^2 \cdot (\sin \theta)^2 + b^2 + 2 \cdot a \cdot b \cdot \cos \theta + a^2 \cdot (\cos \theta)^2$$

$$S^2 = a^2 \cdot [(\sin \theta)^2 + (\cos \theta)^2] + b^2 + 2 \cdot a \cdot b \cdot \cos \theta$$

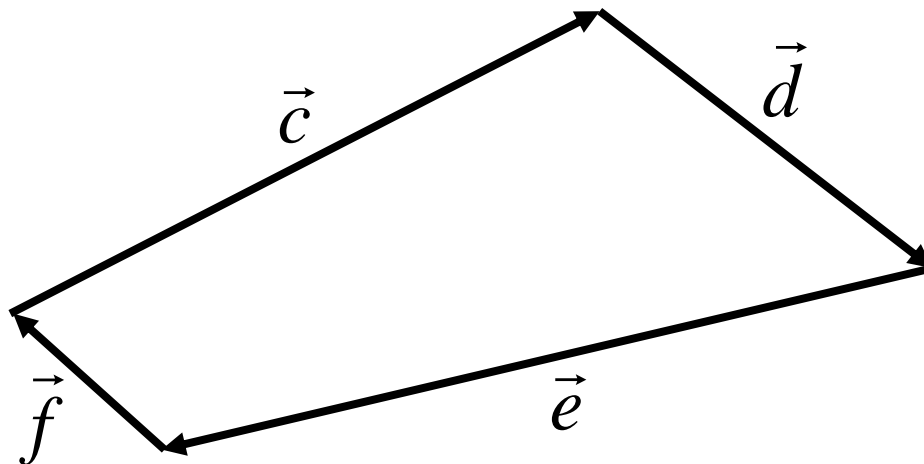
$$S^2 = a^2 + b^2 + 2 \cdot a \cdot b \cdot \cos \theta$$

Calcular β e não esquecer de compensar o ângulo girado (γ).

• **Soma Vetorial:**



$$\vec{S}_2 = \vec{c} + \vec{d} + \vec{e} + \vec{f}$$

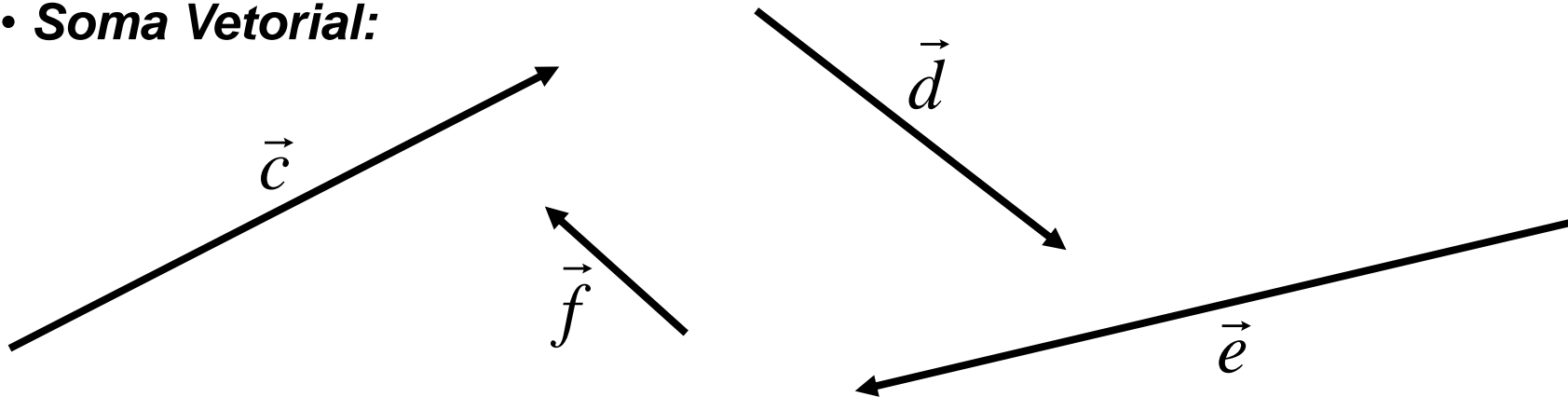


“A ordem da soma vetorial **não** alterará o vetor resultante.”

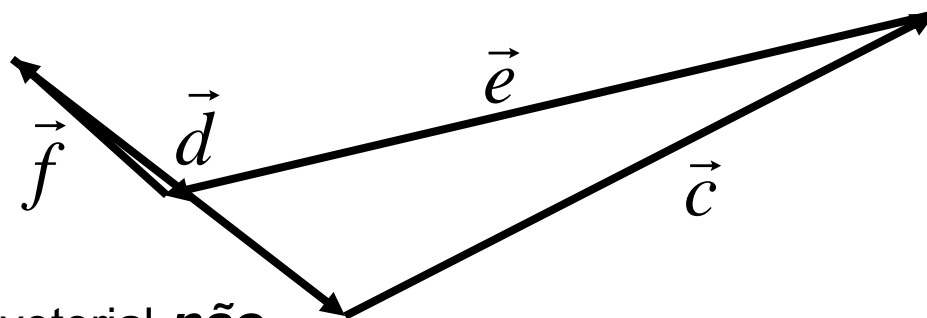
$$\vec{S}_2 = \vec{0}$$

ou *Vetor Nulo*

• **Soma Vetorial:**



$$\vec{S}_3 = \vec{f} + \vec{d} + \vec{c} + \vec{e}$$



“A ordem da soma vetorial **não** alterará o vetor resultante.”

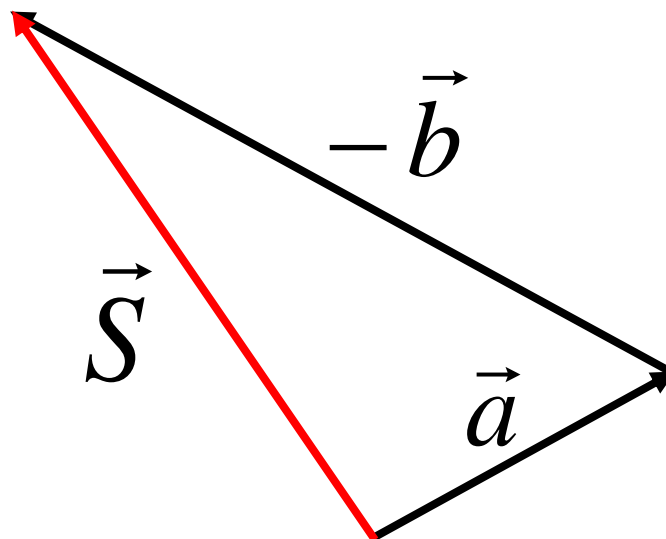
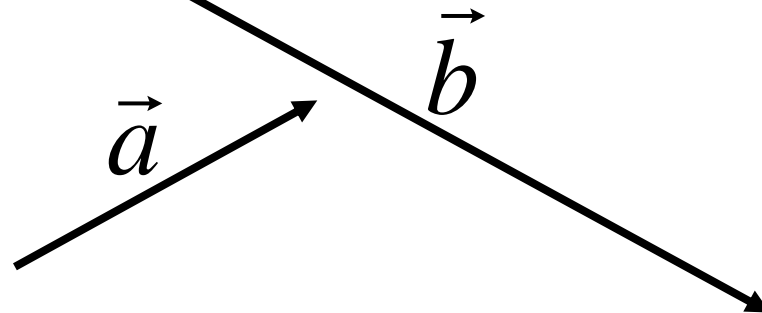
$$\vec{S}_3 = \vec{0}$$

ou *Vetor Nulo*

• **Diferença Vetorial:**

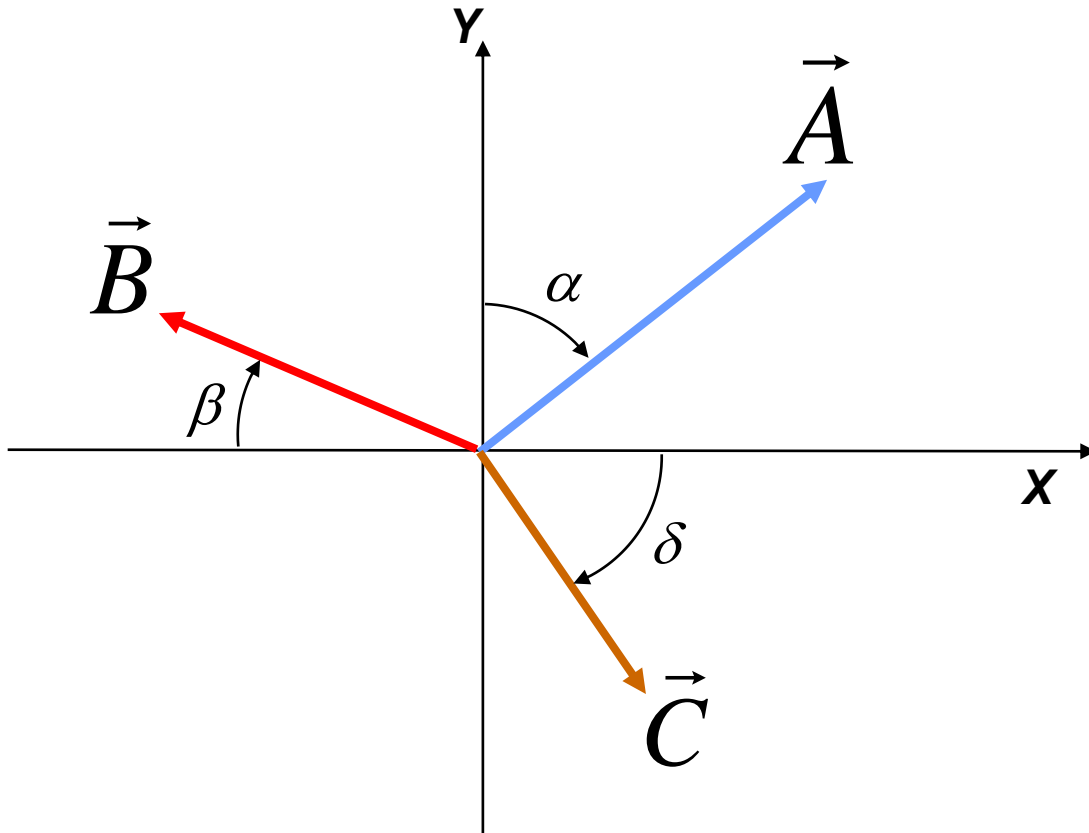
$$\vec{S} = \vec{a} - \vec{b}$$

$$\vec{S} = \vec{a} + (-\vec{b})$$



Exercício

Determine o vetor soma (ou resultante) para o sistema de vetores dado abaixo.



$$|\vec{A}| = 5u.$$

$$|\vec{B}| = 3u.$$

$$|\vec{C}| = 4u.$$

$$\alpha = 45^\circ$$

$$\beta = 30^\circ$$

$$\delta = 60^\circ$$

Resolução:

- **projecção na direção do eixo X:**

$$A_x = A \cdot \sin \alpha \rightarrow A_x = 5 \cdot \sin 45^\circ \rightarrow A_x = 5 \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} u.$$

$$B_x = B \cdot \cos \beta \rightarrow B_x = 3 \cdot \cos 30^\circ \rightarrow B_x = 3 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} u.$$

$$C_x = C \cdot \cos \delta \rightarrow C_x = 4 \cdot \cos 60^\circ \rightarrow C_x = 2 u.$$

$$S_x = +A_x + B_x + C_x \rightarrow S_x = + \left(+5 \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} \right) + \left(-3 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} \right) + (+2)$$

Sentido oposto ao
do referencial

$$S_x = +2,94 u.$$

• **projecção na direção do eixo Y:**

$$A_y = A \cdot \cos \alpha \rightarrow A_y = 5 \cdot \cos 45^\circ \rightarrow A_y = 5 \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} u.$$

$$B_y = B \cdot \sin \beta \rightarrow B_y = 3 \cdot \sin 30^\circ \rightarrow B_y = \frac{3}{2} u.$$

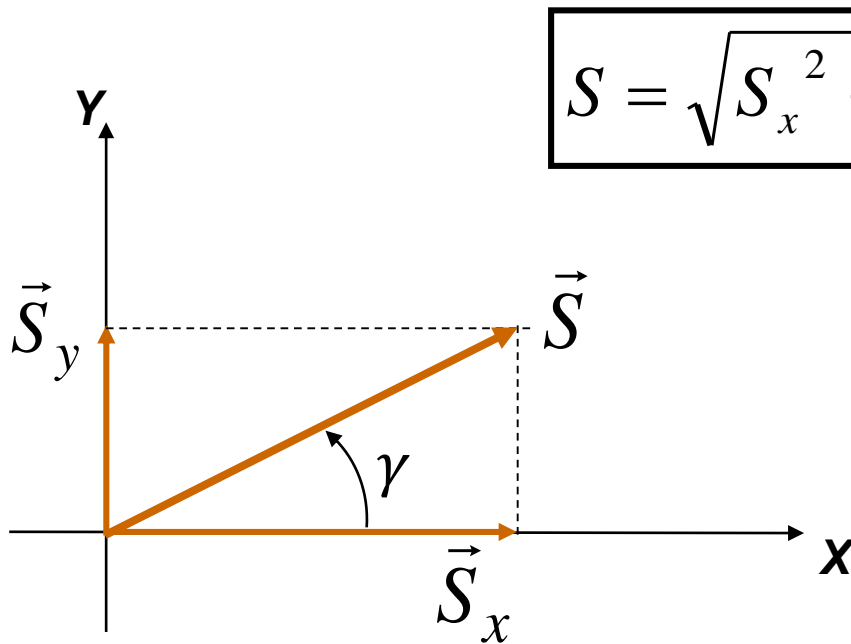
$$C_y = C \cdot \sin \delta \rightarrow C_y = 4 \cdot \sin 60^\circ \rightarrow C_y = 2 \cdot \sqrt{3} u.$$

$$S_y = +A_y + B_y + C_y \rightarrow S_y = + \left(+5 \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} \right) + \left(+\frac{3}{2} \right) + \left(-2 \cdot \sqrt{3} \right)$$

$$S_y = +1,57 u.$$

Sentido oposto ao
do referencial

- **Determinação das características do vetor S :**



$$S = \sqrt{S_x^2 + S_y^2}$$

$$S = \sqrt{(+2,94)^2 + (+1,57)^2}$$

$$S = \sqrt{11,11} \rightarrow S = 3,33 u.$$

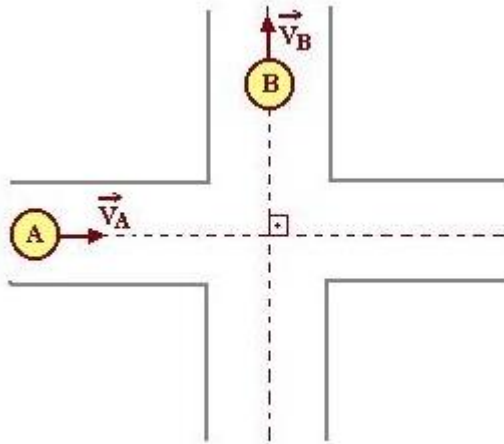
Como pode ser visto do gráfico acima, o ângulo da resultante já pertence ao 1º quadrante:

$$\tan \gamma = \frac{S_y}{S_x} \rightarrow \tan \gamma = \frac{1,57}{2,94} \rightarrow \gamma = \text{arc tan } 0,534$$

$$\gamma \approx 28,1^\circ$$

+ Exercícios

1. Um projétil é lançado com uma velocidade de módulo 20 m/s e formando com o plano horizontal um ângulo de 60° . Calcule os componentes horizontal e vertical da velocidade.
2. (INATEL) Dois corpos A e B se deslocam segundo trajetória perpendiculares, com velocidades constantes, conforme está ilustrado na figura adiante.



As velocidades dos corpos medidas por um observador fixo têm intensidades iguais a: $V_A = 5,0$ (m/s) e $V_B = 12$ (m/s). Quanto mede a velocidade do corpo A em relação ao corpo B?

3. (UEPG – PR) Quando dizemos que a velocidade de uma bola é de 20 m/s, horizontal e para a direita, estamos definindo a velocidade como uma grandeza:

a) escalar

b) algébrica

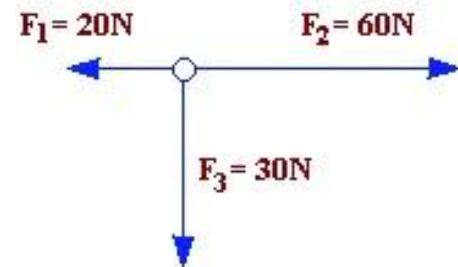
c) linear

d) vetorial

4. (FESP) Num corpo estão aplicadas apenas duas forças de intensidades 12N e 8,0N. Uma possível intensidade da resultante será:

a) 22N b) 3,0N c) 10N d) zero e) 21N

5. (UFAL - adaptada) Uma partícula está sob ação das forças coplanares conforme o esquema ao lado. A resultante delas é uma força, de intensidade, em N, igual a:



a) 110 b) 70 c) 60 d) 50 e) 30

Referências Sitiográficas

<https://www.coladaweb.com/exercicios-resolvidos/exercicios-resolvidos-de-fisica/vetores>

Não se esqueça de assistir aos seguintes vídeos:

<https://www.youtube.com/watch?v=1oZqd52Mqdw> - Triângulo retângulo

<https://www.youtube.com/watch?v=OPsqOAgxR4g> - Círculo trigonométrico

<https://www.youtube.com/watch?v=WqWT1OeVnhY> - Vetores 1

<https://www.youtube.com/watch?v=a5OOLU122aM> - Vetores 2