

*Estudo de caso:*

# Astronomia

## **Astronomia**

é uma ciência natural que estuda corpos celestes e fenômenos que se originam fora da atmosfera da Terra.

- Teórica

- Observacional

- Radioastronomia

- Infravermelha

- Óptica

- Ultravioleta

- Raios X

- Raios  $\gamma$  etc.

## **Cosmologia**

é o ramo que estuda a origem, a estrutura e a evolução do Universo a partir da aplicação de métodos científicos.

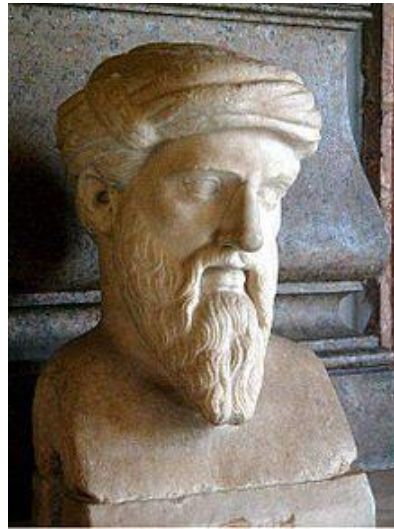
## **Cosmogonia**

refere-se ao estudo da origem de determinados objetos ou sistemas astrofísicos, e é mais comumente usada em referência à origem do universo, o sistema solar, ou o sistema Terra-Lua.

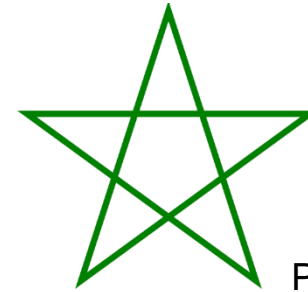
## **Astrologia**

o movimento e as posições dos corpos celestes podem influenciar diretamente ou representar eventos na Terra e em escala humana (*pseudociência* → **sem Método Científico**)

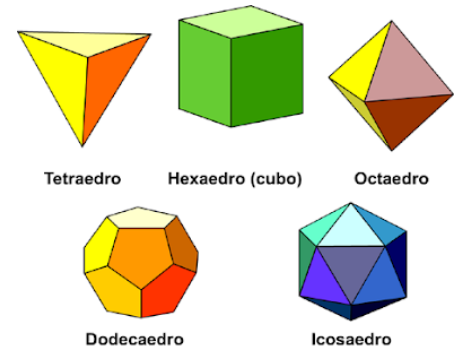
# Pitágoras, de Samos



570 a.C. - 495 a.C.



Pitagorismo



Tetraedro

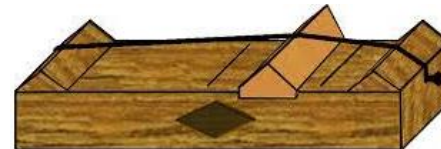
Hexaedro (cubo)

Octaedro

Dodecaedro

Icosaedro

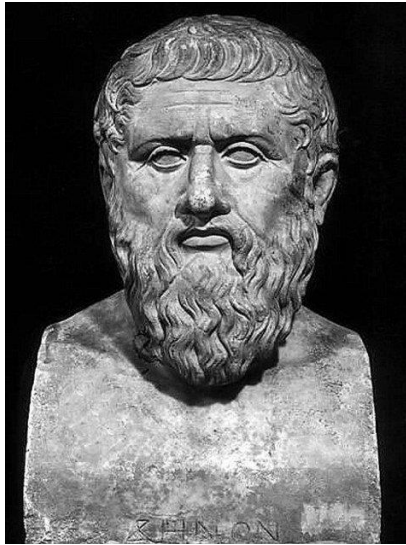
- O Universo seria regido por **formas geométricas** (*poliedros*) e por **números** e suas relações;
- Introdução da **medida** como forma de compreender a natureza;
- A Terra tem forma esférica (*predomínio de esferas e círculos*) e possui movimento;
- Aritmética, Geometria, Astronomia e Música;



monocórdio

- Observação dos astros → ordem, correspondência e beleza → **COSMOS**

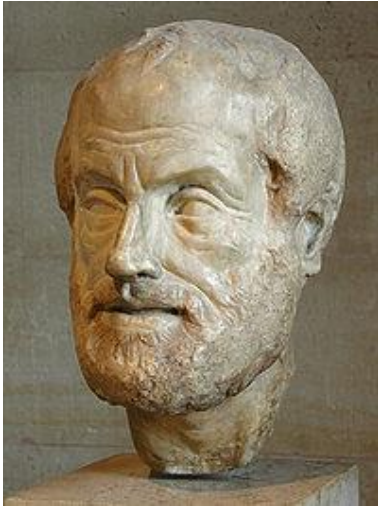
# Platão, de Atenas



427 a.C. - 347 a.C.

- **Idealismo** - enfatizava aspectos abstratos, lógicos e místicos;
- O **Mundo** teve um começo e um criador. Introduziu a ideia de tempo;
- Mundo esférico, movimentos em círculos perfeitos e com velocidade uniforme (*Diálogos IV – Timeu*);
- Terra, fogo, ar e água;

# O Universo de Aristóteles, de Estagira



384 a.C. - 322 a.C.

Matemática

Lógica

Física

Óptica

Política

Química

Biologia

Metafísica

Psicologia

Ética

Retórica

Artes

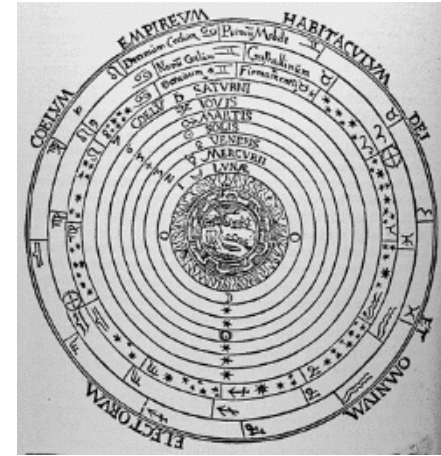
Astronomia

Zoologia

Fisiologia

Música

Poética



• *Esférico, ordenado, finito, simétrico, perfeito, regular*

• *Terra fixa no centro (**geocêntrico**), com astros girando a seu redor em suas esferas constituídas de éter, ou “quintessência”. **Lugar natural***

• *Divisão Mundo Sublunar (imperfeição)/ Mundo Supralunar (perfeição)*

• *Todo objeto real em movimento deve estar sendo impulsionado por uma força (**Física não-inercial**)*

• **Primum Mobile Immotum** - *um ser incorpóreo, indivisível, ilimitado, imutável, perfeito e eterno*

# O Universo de Aristarco, de Samos

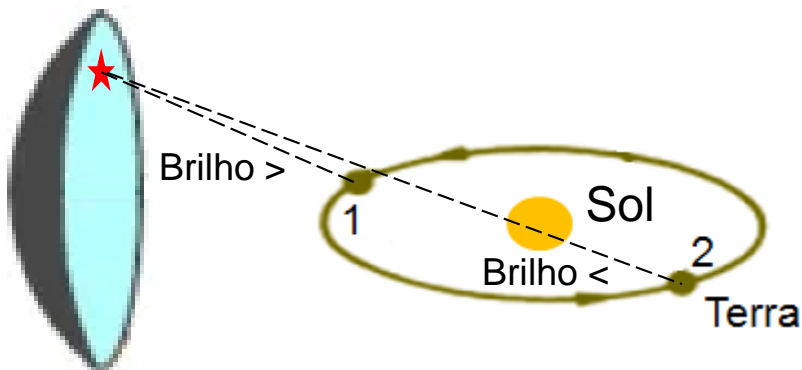


- Matemático
- Astrônomo

- Primeiro modelo **heliocêntrico**  
(Sol no centro do Universo)
- Terra giraria em torno do Sol e em torno de um eixo próprio
- Estrelas seriam como o Sol

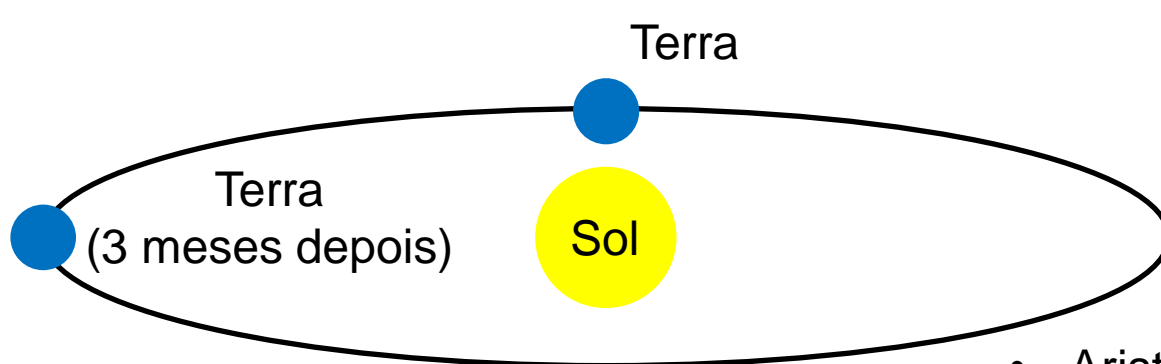
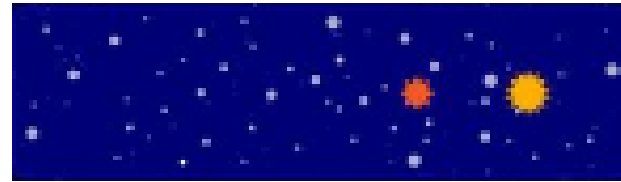
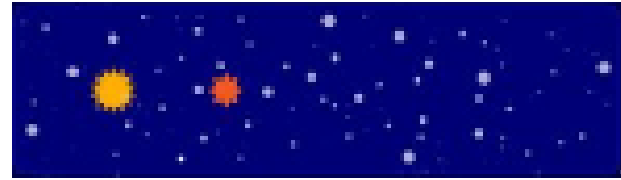
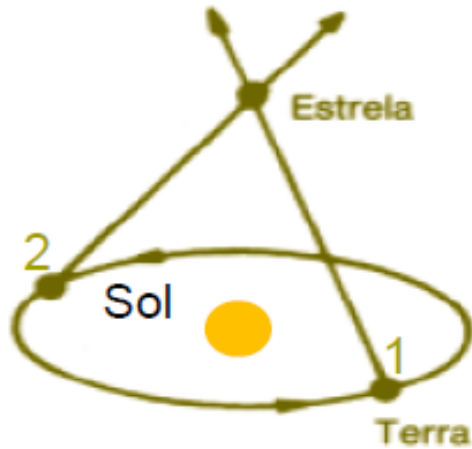
310 a.C. - 230 a.C.

## Contestações ao modelo Heliocêntrico:



1. Não se observava nenhuma variação no brilho das estrelas, durante o movimento anual.

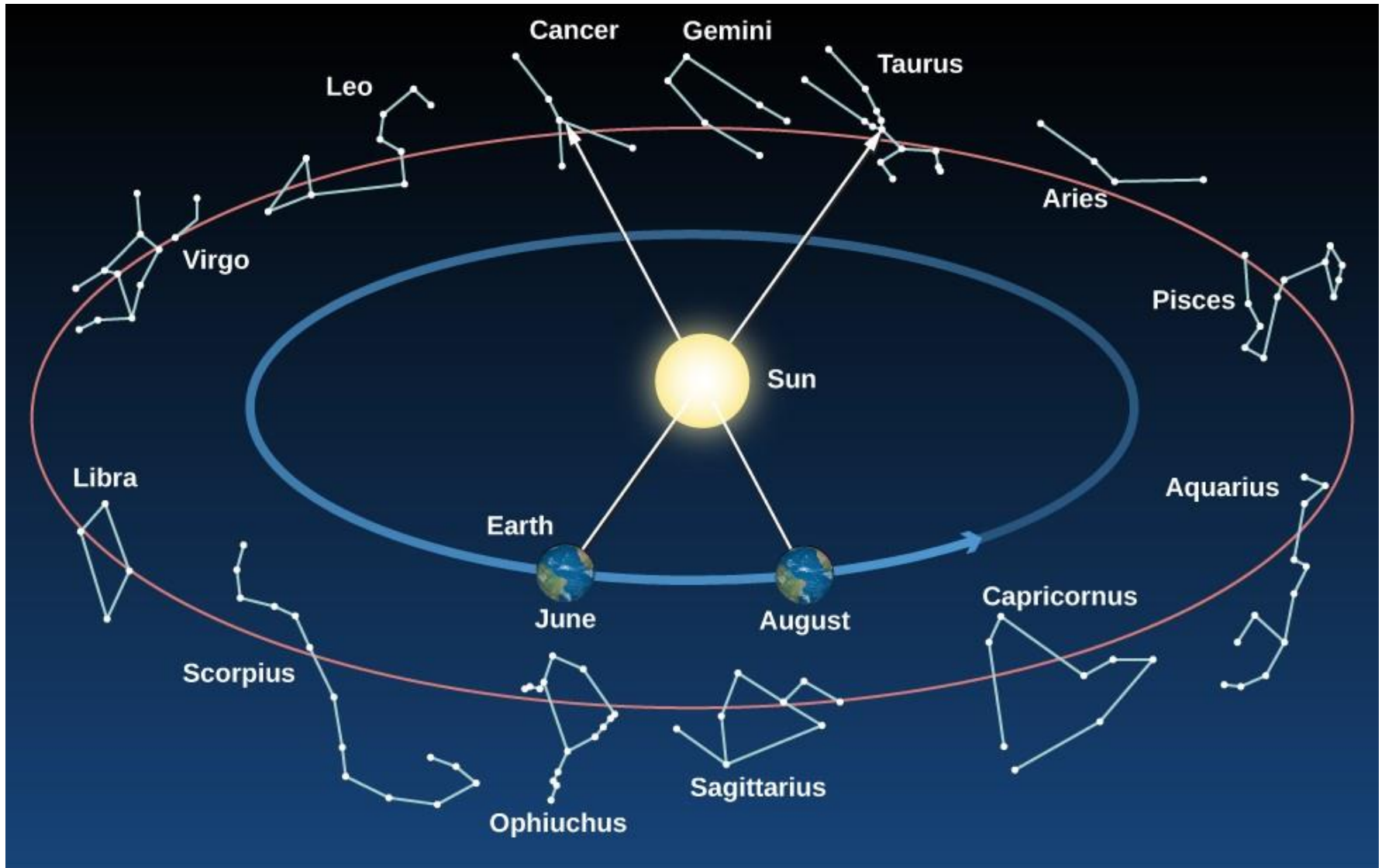
2. Paralaxe não-observável: Não se observava nenhuma variação nas distâncias entre as estrelas, durante o movimento anual.



Terra  
(3 meses depois)

- Aristarco afirmava que as estrelas estariam muito distantes!!

# Constelações do Zodíaco





## Uma física **NÃO-INERCIAL**



Para saltar um rio, bastaria pular no lugar !!!



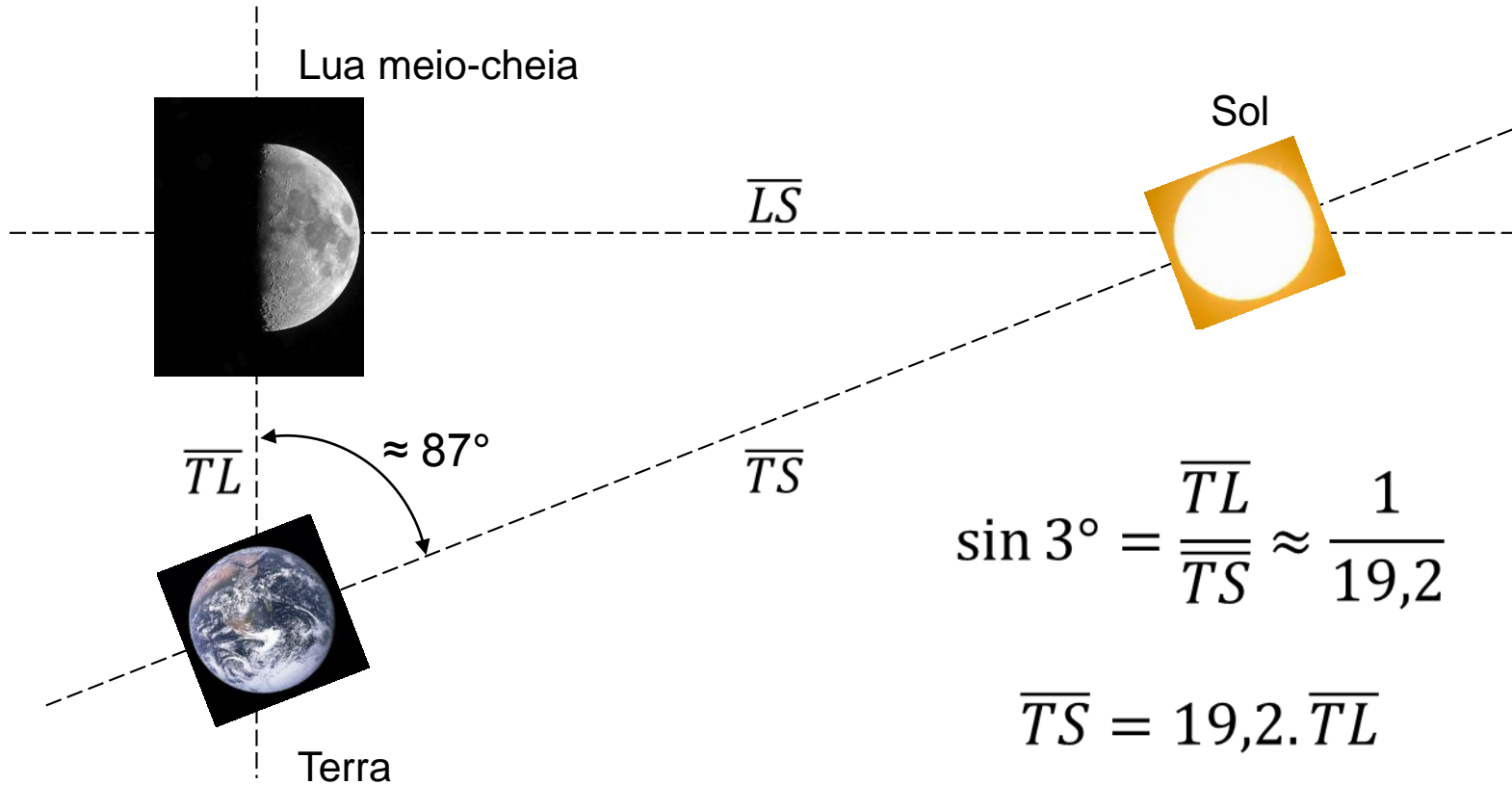
Fortes e **permanentes** ventos de **leste** assolariam o mundo !!!

$$v \sim 1600 \frac{\text{km}}{\text{h}}$$

# Uma medição proposta por Aristarco

“Sobre os tamanhos do Sol e da Lua”

- *Relação entre as distâncias Terra-Sol e Terra-Lua:*



$$\sin 3^\circ = \frac{\overline{TL}}{\overline{TS}} \approx \frac{1}{19,2}$$

$$\overline{TS} = 19,2 \cdot \overline{TL}$$

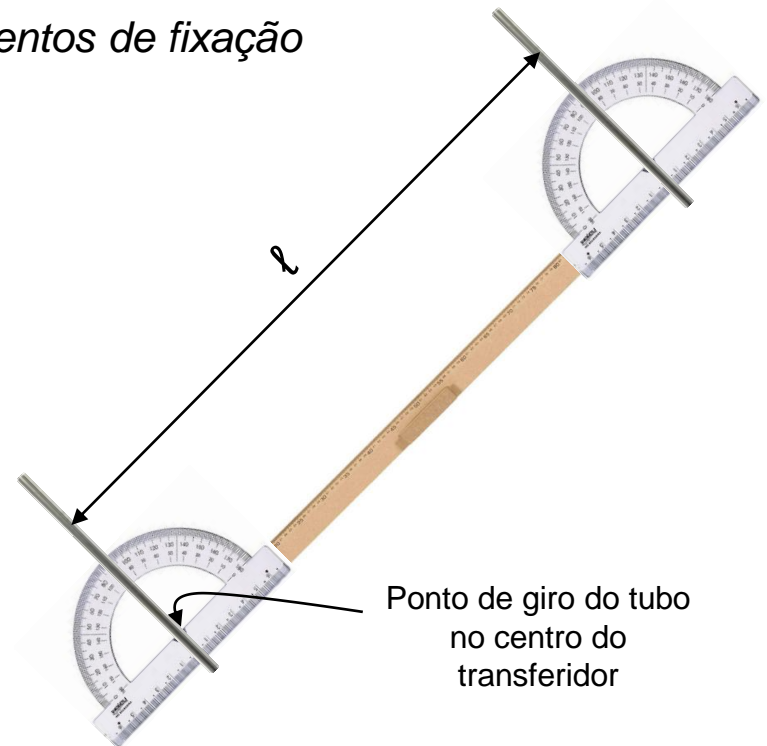
Valor atual:  $TS \approx 400 \cdot TL$

## Atividade 1 – Construção de um Medidor de Paralaxe – Telêmetro (range finder)

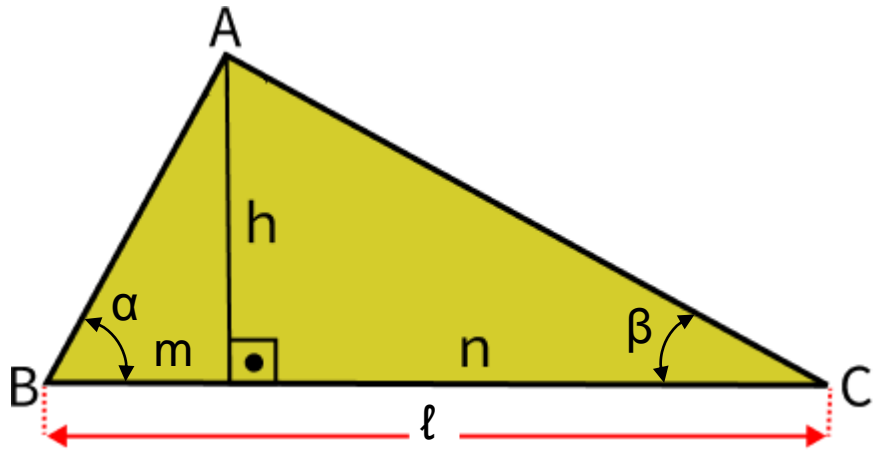
- Régua de madeira com 1 m (lado de base)
- 2 transferidores
- 2 tubos de pequeno diâmetro (mira)
- Elementos de fixação



Destroier polonês *ORP Wicher*



**Questão:** Dados dois ângulos e o lado de base, determine a altura do triângulo.



$$\ell = m + n \quad (1)$$

$$\tan \alpha = \frac{h}{m} \quad \tan \beta = \frac{h}{n}$$

$$m = \frac{h}{\tan \alpha} \quad n = \frac{h}{\tan \beta}$$

Substituindo-se  $m$  e  $n$  em (1):  $\ell = \frac{h}{\tan \alpha} + \frac{h}{\tan \beta} \rightarrow \ell = h \cdot \left( \frac{1}{\tan \alpha} + \frac{1}{\tan \beta} \right) \rightarrow$

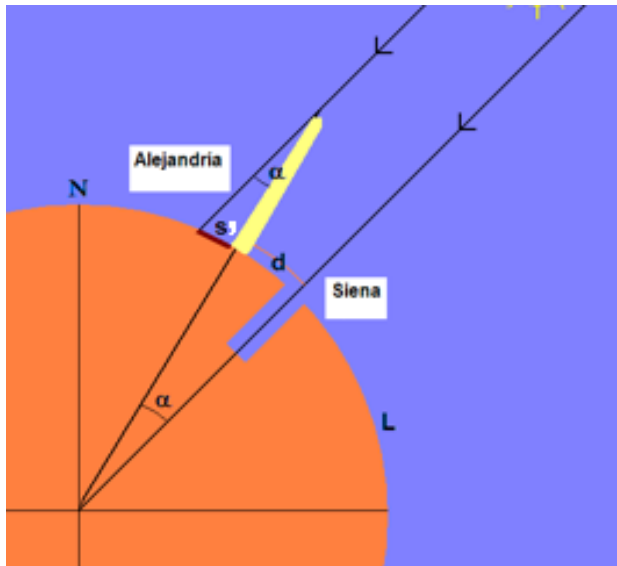
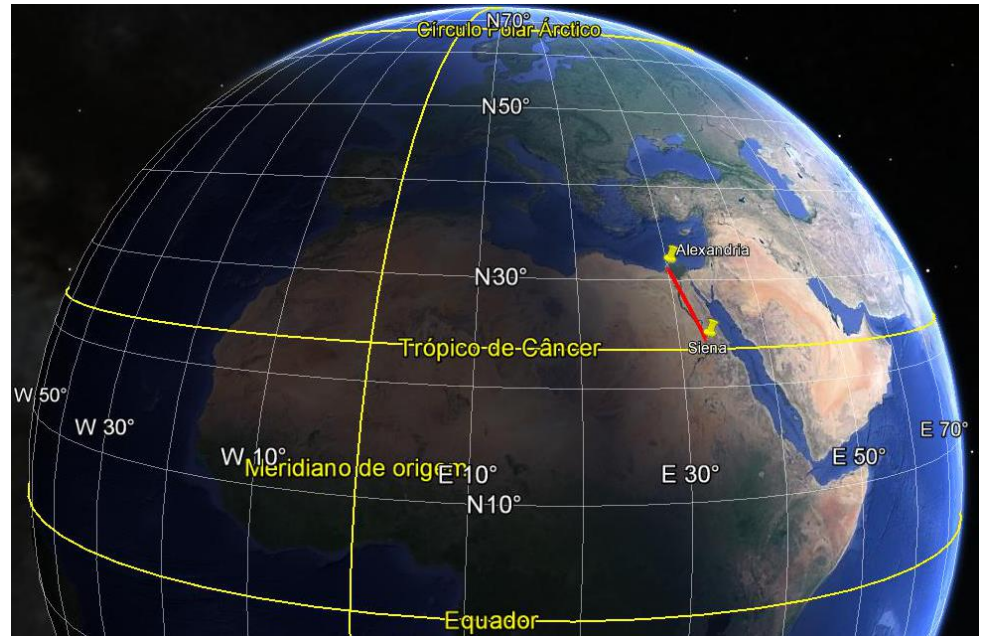
$$h = \frac{\ell}{\left( \frac{1}{\tan \alpha} + \frac{1}{\tan \beta} \right)}$$

# Determinação da Circunferência da Terra



Eratóstenes, de Cirene  
276 a.C. - 194 a.C.

Solstício de Verão → 22/06



$$\alpha \approx 7^\circ$$

Assuã (Siena) – 800 km ao sul de Alexandria.

$$\left\{ \begin{array}{l} 7^\circ \rightarrow 800km \\ 360^\circ \rightarrow L \end{array} \right\}$$

$$\therefore L \approx 41.000km$$

Valor atual → **40.072km**

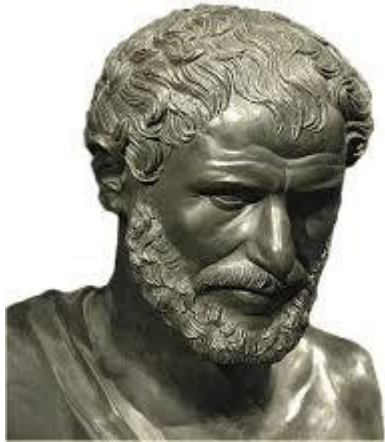
# Contribuições de Hiparco



Hiparco, de Niceia  
190 a.C. - 120 a.C.

- *Construção de um observatório na Ilha de Rodes, na Grécia*
- *Aprimorou o sistema geocêntrico, usando círculos, criado por Eudoxo, de Cnido (390 a.C. - 340 a.C.)*
- *Determinação da duração exata do ano, com precisão de 6 minutos*
- *Mediu a distância Terra - Lua com precisão de 1,5%*
- *Previsão de eclipses com 600 anos de antecedência*
- *Descoberta e medição do movimento de precessão do eixo de rotação da Terra ( $T_{precessão} \approx 26.000$  anos)*
- *Elaboração de um catálogo estelar, com aproximadamente 850 estrelas*
- *Criação da escala de magnitudes das estrelas (1 para as mais brilhantes até 6)*
- *Pai da Astronomia Ocidental*

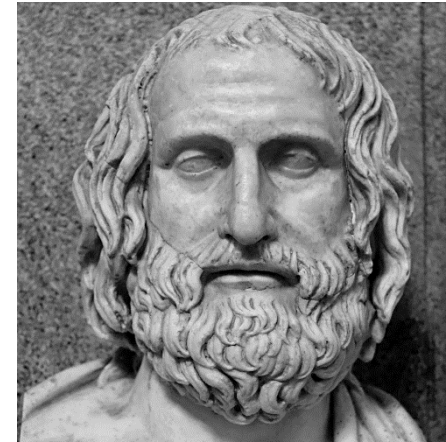
# *E qual seria o tamanho do Universo?*



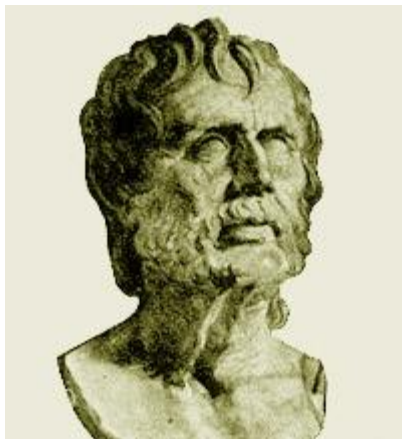
Heráclito, de Éfeso  
540 a.C. - 470 a.C.



Sol



Anaxágoras, de Clazômenas  
500 a.C. - 428 a.C.



Tito Lucrécio Caro  
98 a.C. - 55 a.C.



*Peloponeso*

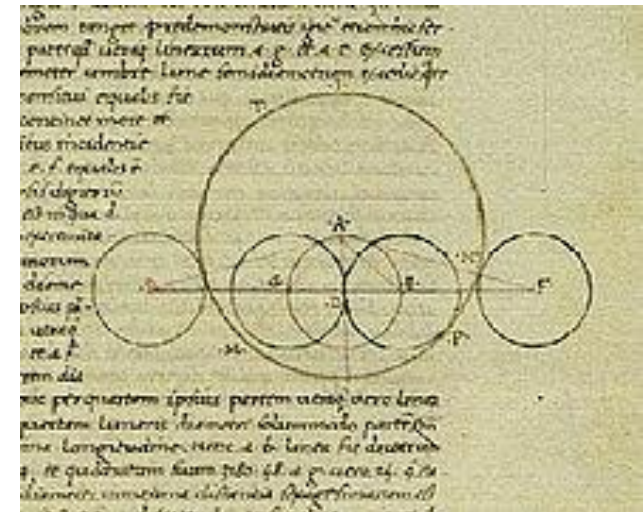
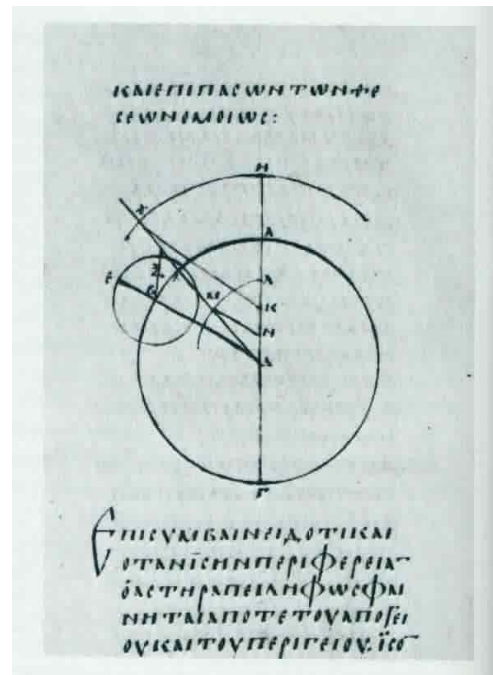
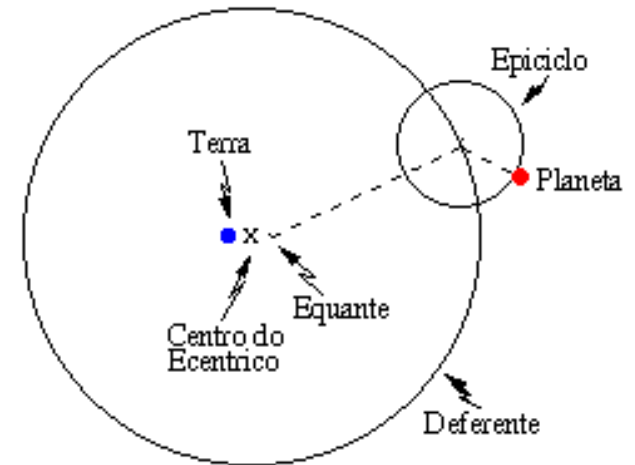


# A formalização do Universo de Aristóteles



Cláudio Ptolomeu,  
de Alexandria  
90 - 168

## Almagesto séc. II





# Uma estimativa feita na Antiguidade

Ptolomeu calculou o tamanho do universo em cerca de *80 milhões de km\**.  
Qual a implicação?

- Cálculo da velocidade tangencial da esfera das estrelas fixas:

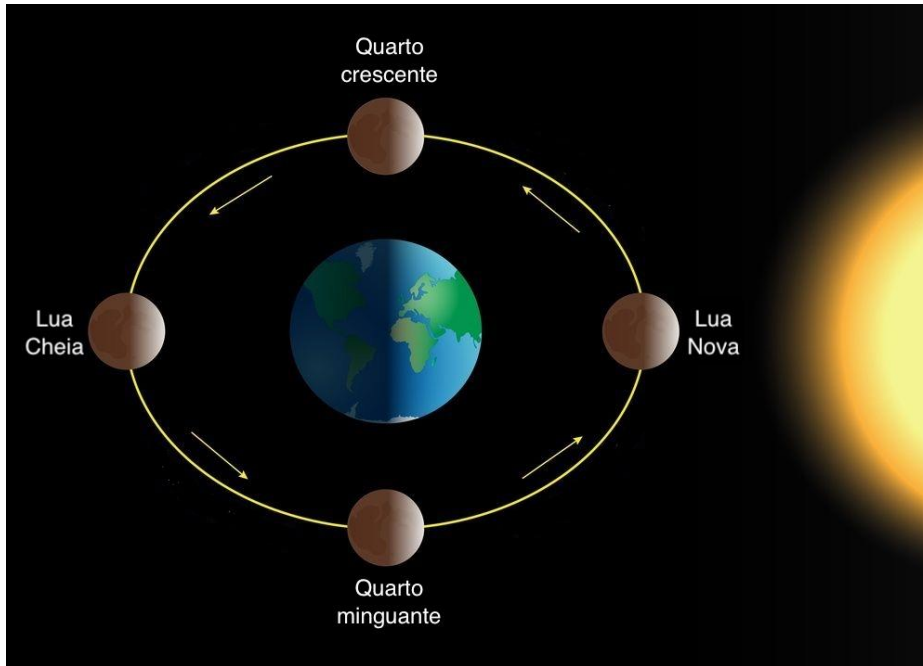
$$v = w \cdot r$$

$$v = \frac{2 \cdot \pi}{24 h} \cdot 8 \cdot 10^{+7} km \rightarrow v \sim 2 \cdot 10^{+7} \frac{km}{h}$$

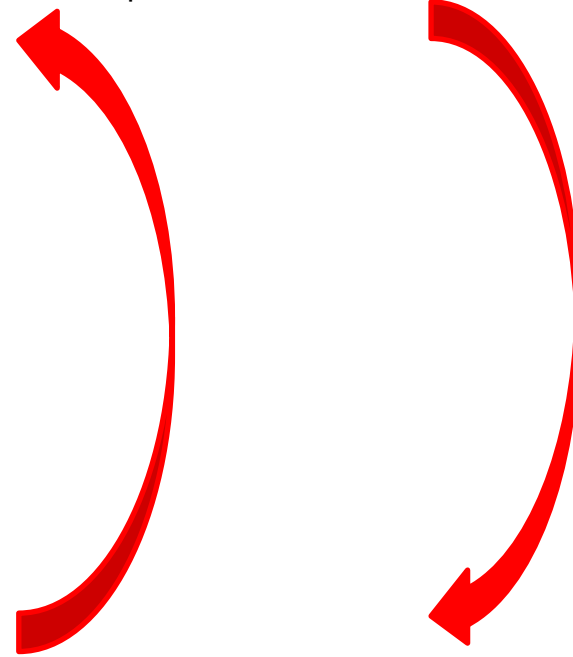
o que, para a época, representava um absurdo!!

# Explicação de fenômenos básicos

- Fases da Lua



Movimento da Lua,  
dos planetas e do Sol



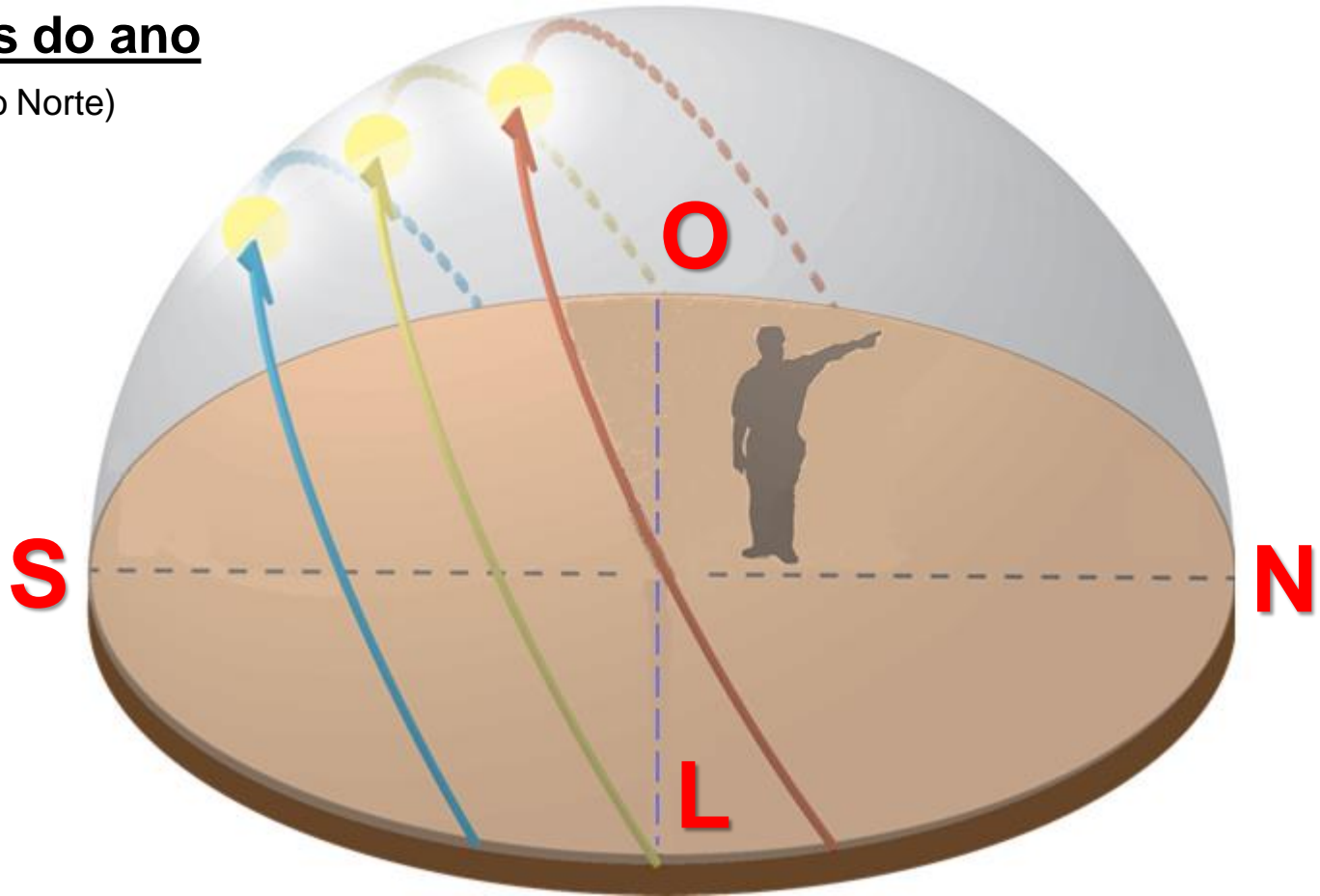
Terra imóvel!

Movimento diurno  
das estrelas fixas



- Estações do ano

(Hemisfério Norte)



22 de Dezembro  
Solstício de  
Inverno

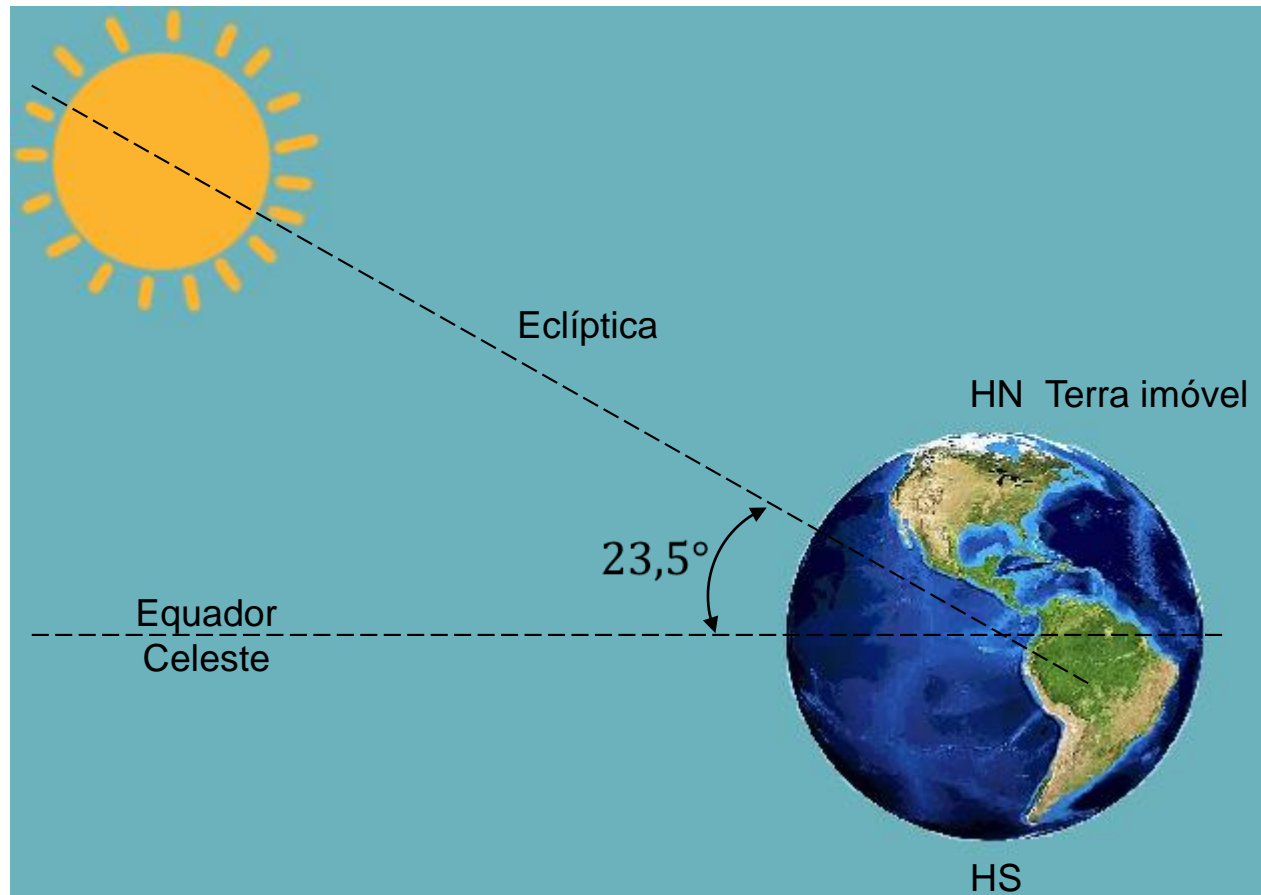
21 de Março  
Equinócio de  
Primavera

22 de Junho  
Solstício de  
Verão

23 de Setembro  
Equinócio de  
Outono

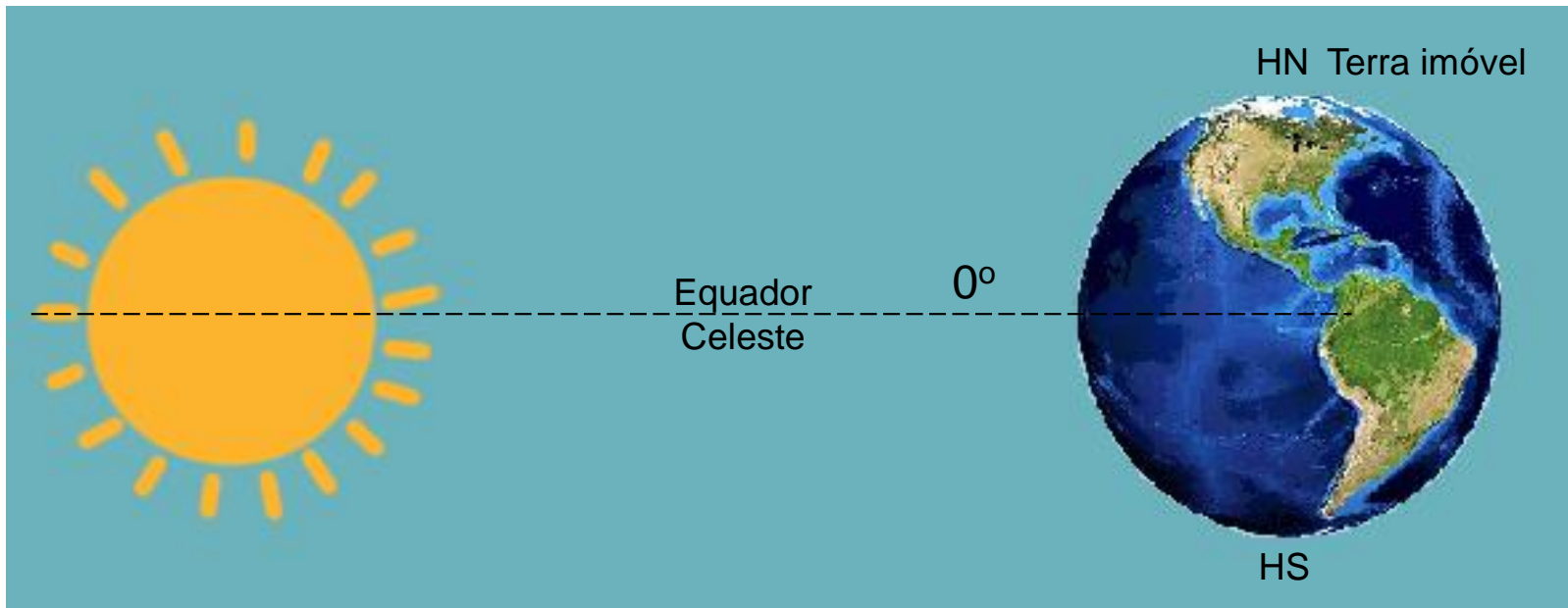
- *Solstício de Verão* no Hemisfério Norte → **Inclinação** dos raios solares nos hemisférios Norte e Sul

**22/06**



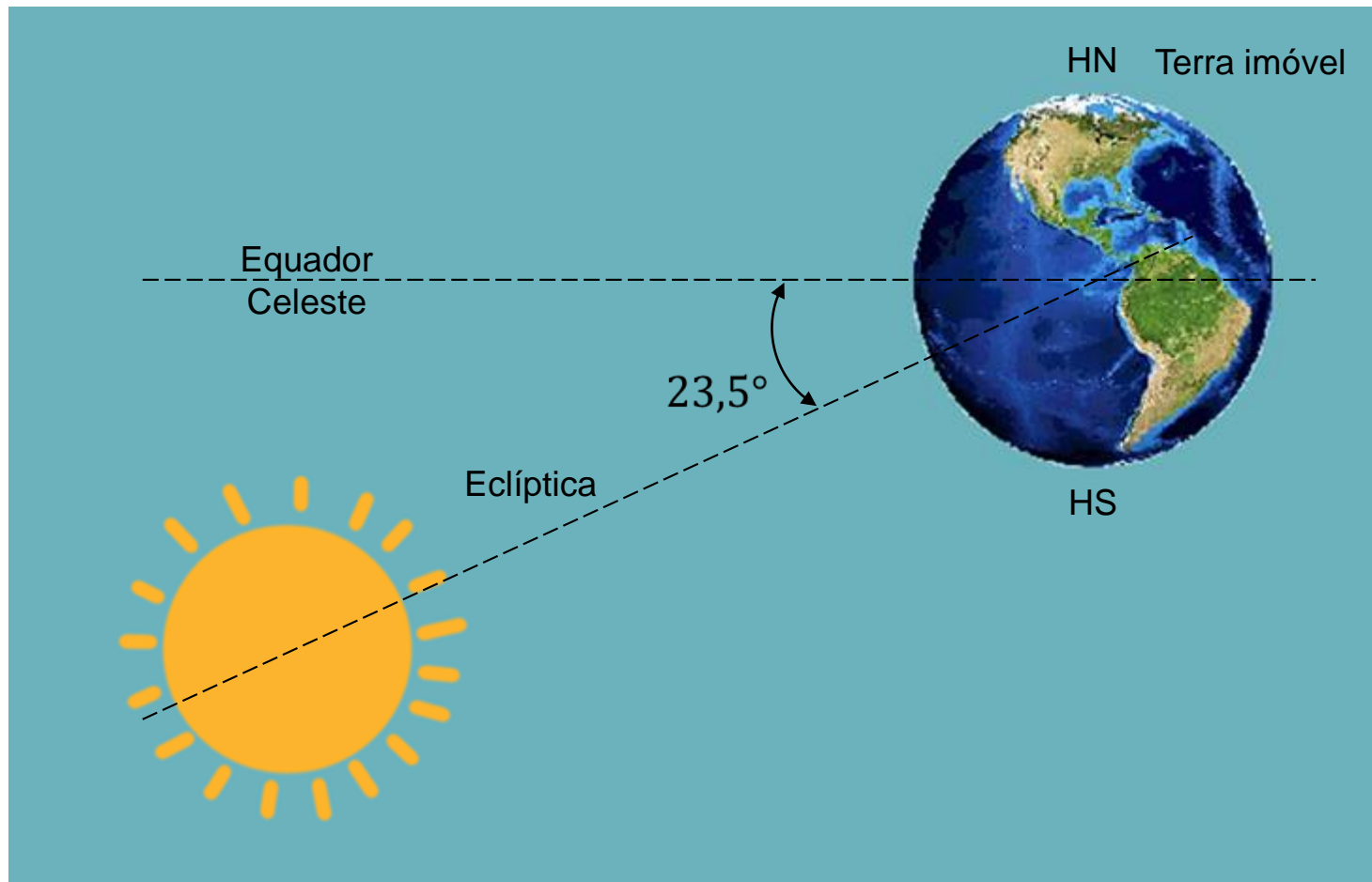
- *Equinócio de Outono* no Hemisfério Norte

**23/09**



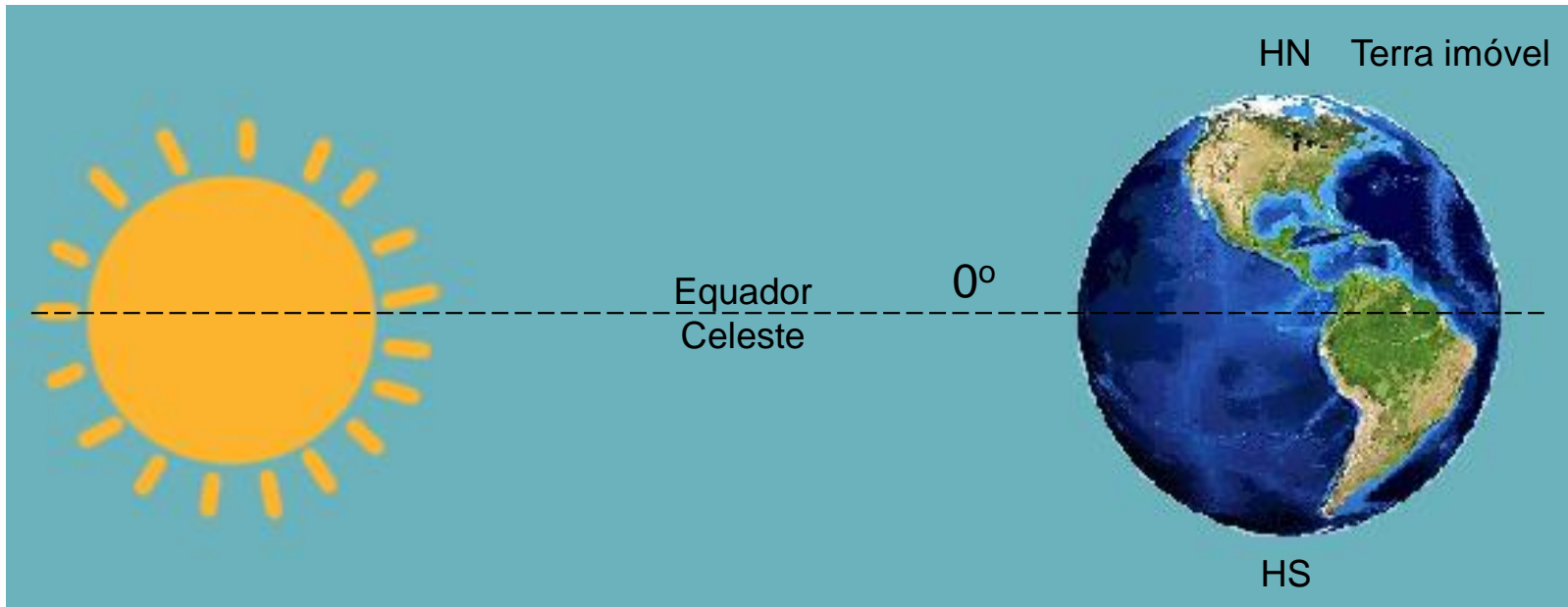
- *Solstício de Inverno* no Hemisfério Norte

**22/12**



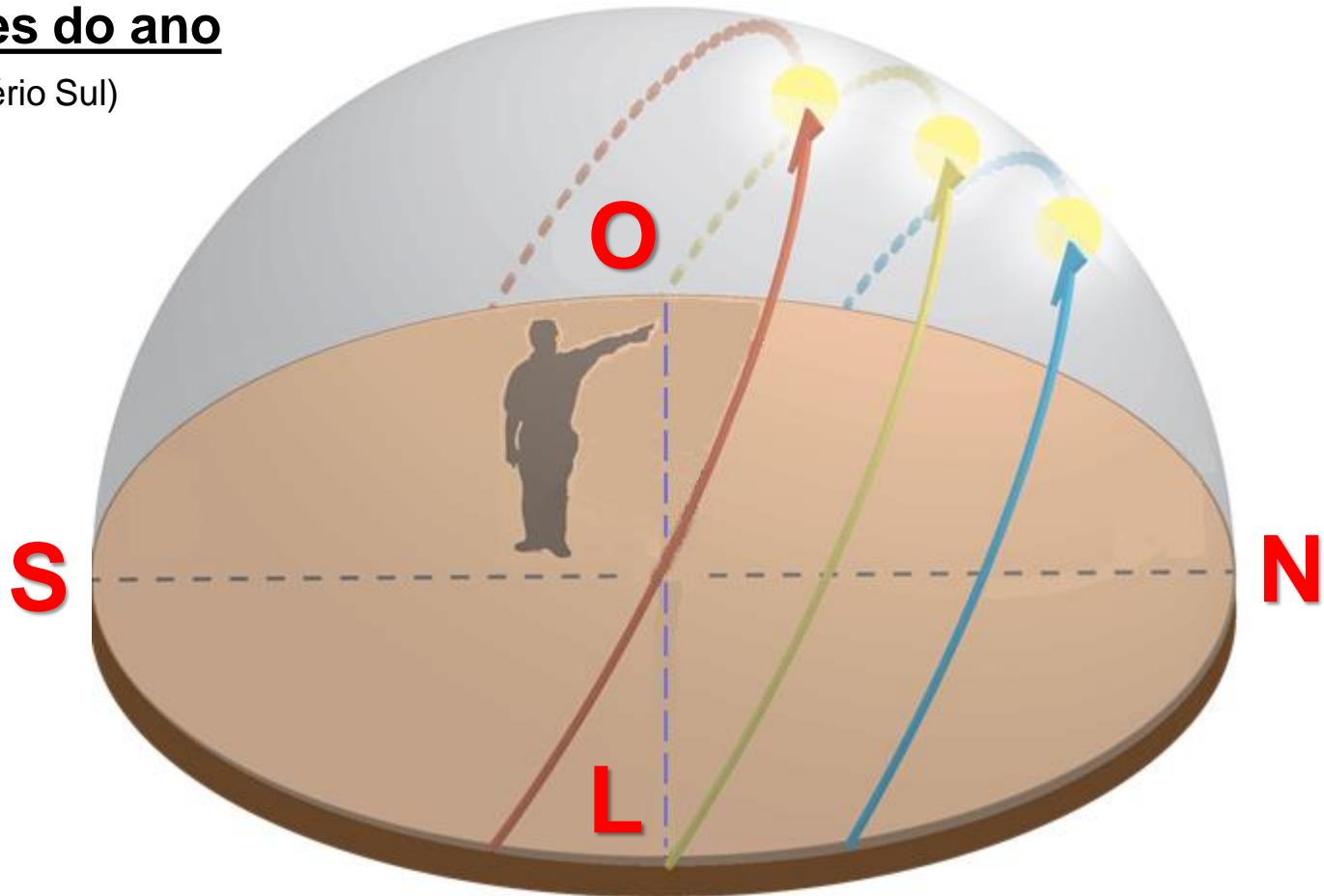
- *Equinócio de Primavera* no Hemisfério Norte

**23/03**



- **Estações do ano**

(Hemisfério Sul)



22 de Dezembro  
Solstício de  
Verão

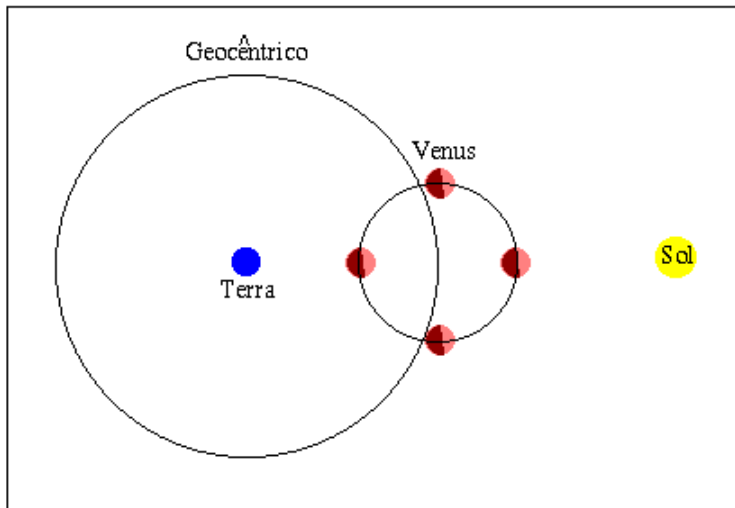
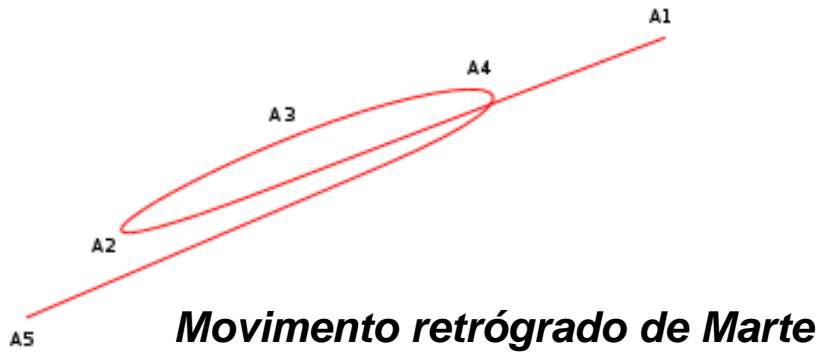
21 de Março  
Equinócio de  
Outono

22 de Junho  
Solstício de  
Inverno

23 de Setembro  
Equinócio de  
Primavera



# Problemas com o Universo Aristotélico



**Fases de Vênus**



*Emissão no visível*



*Emissão em Rádio*



*Emissão em Ultravioleta*

**Não se esqueça de assistir ao seguinte vídeo:**

<https://www.youtube.com/watch?v=415birnErKs>

WEB-CONFERÊNCIA

## Astronomia das Civilizações Antigas

Conferencista:

Prof. Dr. Marcos Cesar Danhoni Neves



Dia 11/11/2021, quinta-feira, 17h

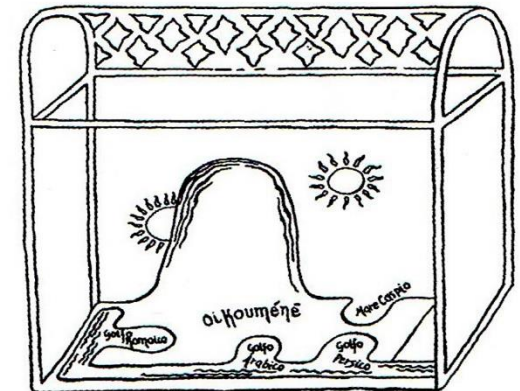
- Organização: estudante Amanda Salgueiro e professores Ricardo Plaza e Alex Lino (IFSP-Caraguatatuba)
- Apoio da estudante Bruna Nunes
- Transmissão pelo canal "Debate Consciência" do YouTube



## Contexto Histórico

- Declínio do Império Romano nos séculos iniciais da Era Cristã → cultura pagã;
- Choque entre a concepção de mundo dos gregos e aquela baseada na interpretação da Bíblia. Censura ao conhecimento grego nas artes e nas ciências;
- Perseguição, mutilação e destruição dos trabalhos de grandes filósofos gregos;
- Em 389, um grande incêndio na Biblioteca de Alexandria destrói boa parte dos originais dos trabalhos gregos;
- Em 415, ocorre o assassinato da matemática **Hipátia** por uma turba cristã;
- Falta de estímulo e apoio da Igreja para a tradução dos clássicos para o latim;
- Platão (*Idealismo*) influenciou a **Santo Agostinho** (354 - 430) → atitude anti-científica;
- Pensadores cristãos rejeitavam o conteúdo, propostas teóricas e visão de mundo gregos. Astronomia era combatida por ligações com a Astrologia (conteúdo determinista);

*Topografia Cristiana,*  
de Cosme Indicopleustes (séc. VI)



# Contexto Histórico

- Somente a partir dos séc. VIII e IX, aos clérigos foi permitido retomar o estudo dos clássicos gregos;
- **São Tomás de Aquino** (1225 – 1274) procurou acomodar a Física aristotélica aos ensinamentos contidos no Gênesis, a fim de não contrariar a fé. A *Hegemonia do Círculo* e a *Imobilidade da Terra* retomam sua importância como status paradigmático de caráter científico, tornando-se doutrinas da Igreja;
- O séc. XIV marca o início de mudanças sociais e artísticas na Europa - **Renascimento Cultural**, início das grandes viagens e das navegações;



Marco Polo  
1254 -1324



Mapa O - T, de *La fleur des histoires*,  
1459 -1463

# Ideias de alguns pensadores medievais

- João Filopono, *de Alexandria* (≈ 490 - 570)

$$\cancel{v \propto \frac{F}{R}}$$

Aristóteles rejeitava a ideia de vácuo

$$v \propto F - R$$

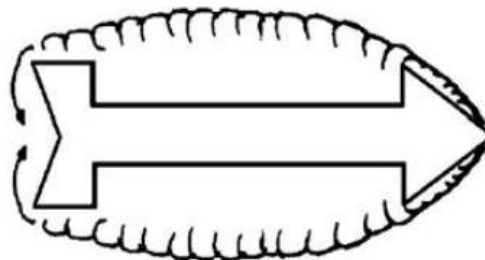
É possível o movimento no vazio, mas ainda é **não-inercial**

, onde  $v$  é a velocidade do corpo,  $F$  é a força aplicada ao corpo e  $R$  é a resistência ao movimento.

O que mantém a flecha em movimento depois que ela perde o contato com a corda?



Aristóteles  
*Antiperístase*



Filopono  
*Impetus não-permanente*  
(ou algo que se esvaía)

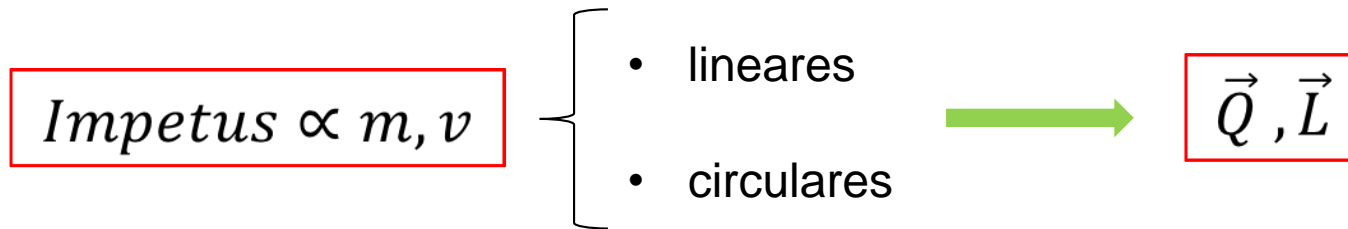
# Ideias de alguns pensadores medievais

- João Buridan (1295 - 1358)



O que mantém a flecha em movimento depois que ela perde o contato com a corda?

***Impetus permanente*** até que surgissem resistências ao movimento.



- Nicolau de Cusa (1401 - 1464)

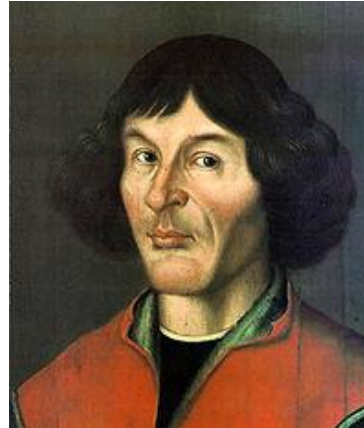


Movimento das esferas celestes  $\rightarrow Impetus$

Movimento perpétuo  $\rightarrow superfícies lisas$

# Nicolau Copérnico

“Pai da Astronomia Moderna”



19/02/1473 - 24/05/1543

Matemática

Astronomia

Medicina

Economia

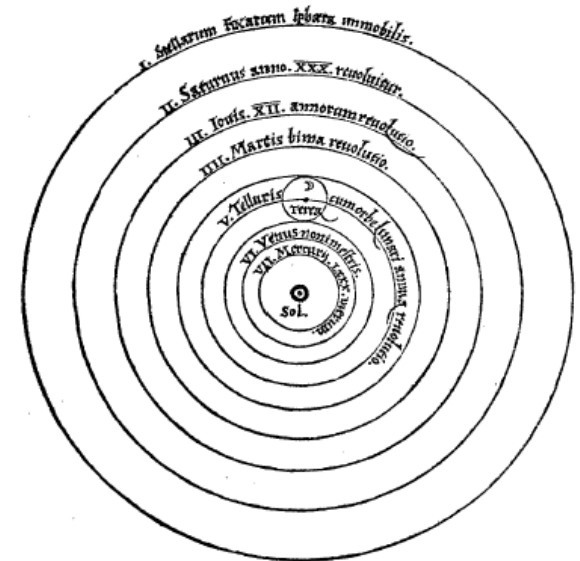
Religião



De revolutionibus orbium coelestium

1543

## O Universo de Copérnico

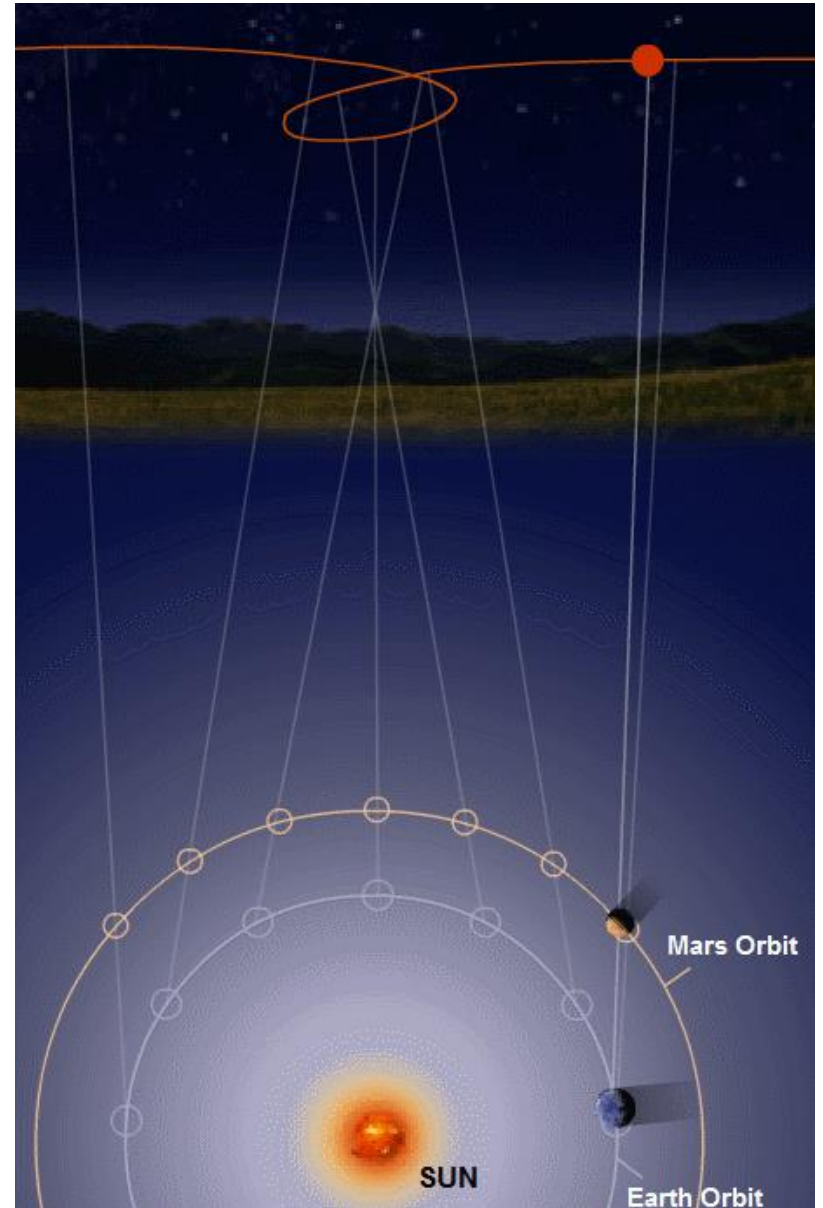
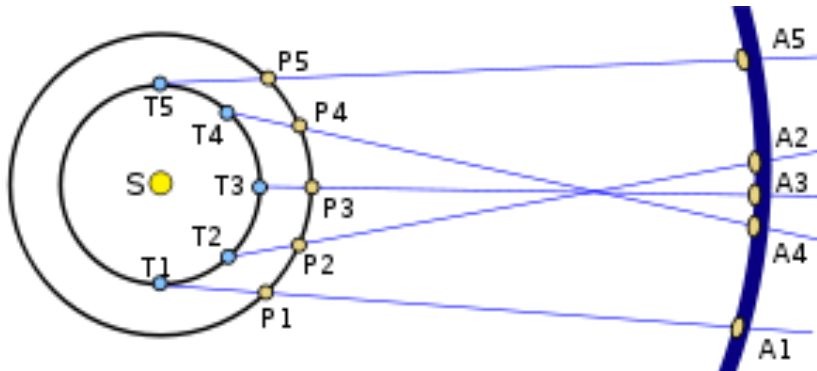


- Sistema **Heliocêntrico**
- Círculos perfeitos
- Movimento Uniforme

# Resposta ao problema de Marte

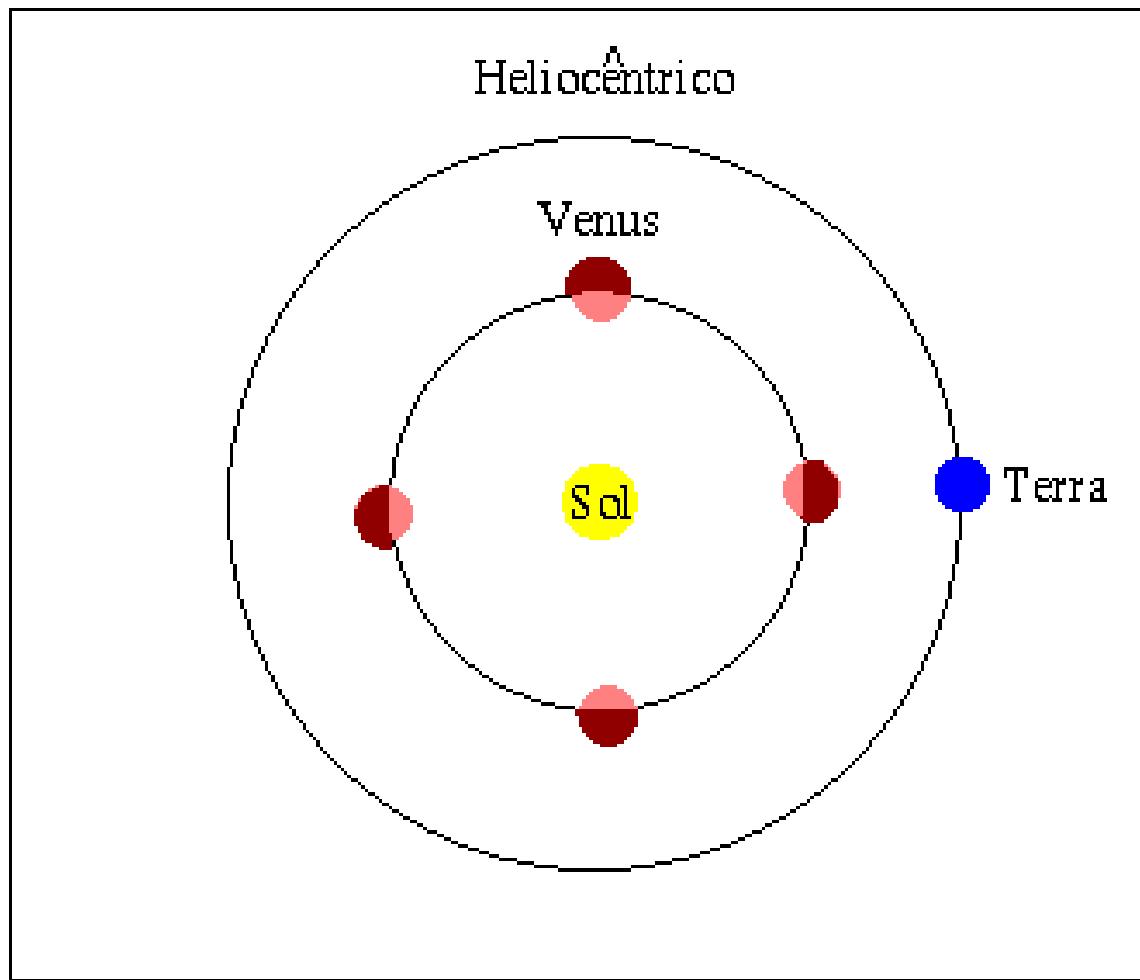


<http://history.nasa.gov/SP-4212/ch1.html>





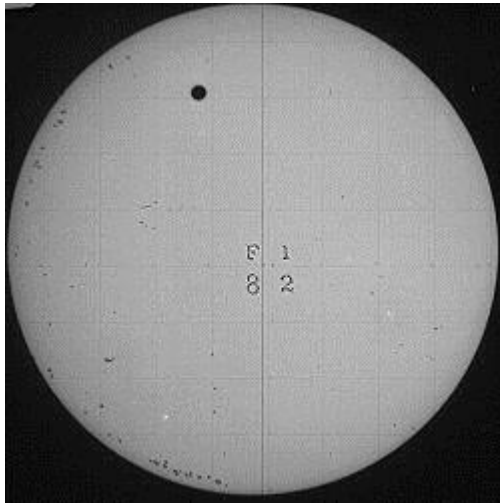
# Resposta ao problema de Vênus



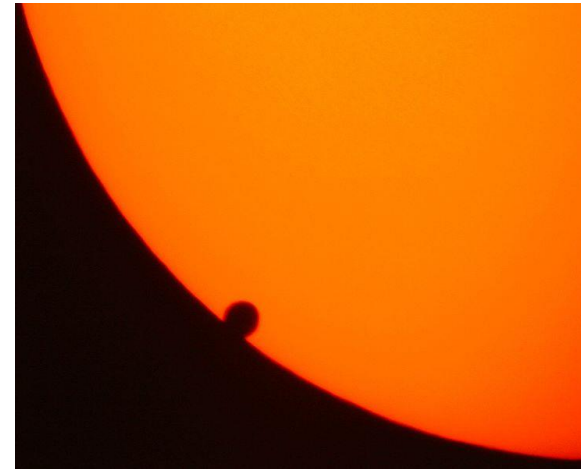
## Fases de Vênus



## Trânsito de Vênus

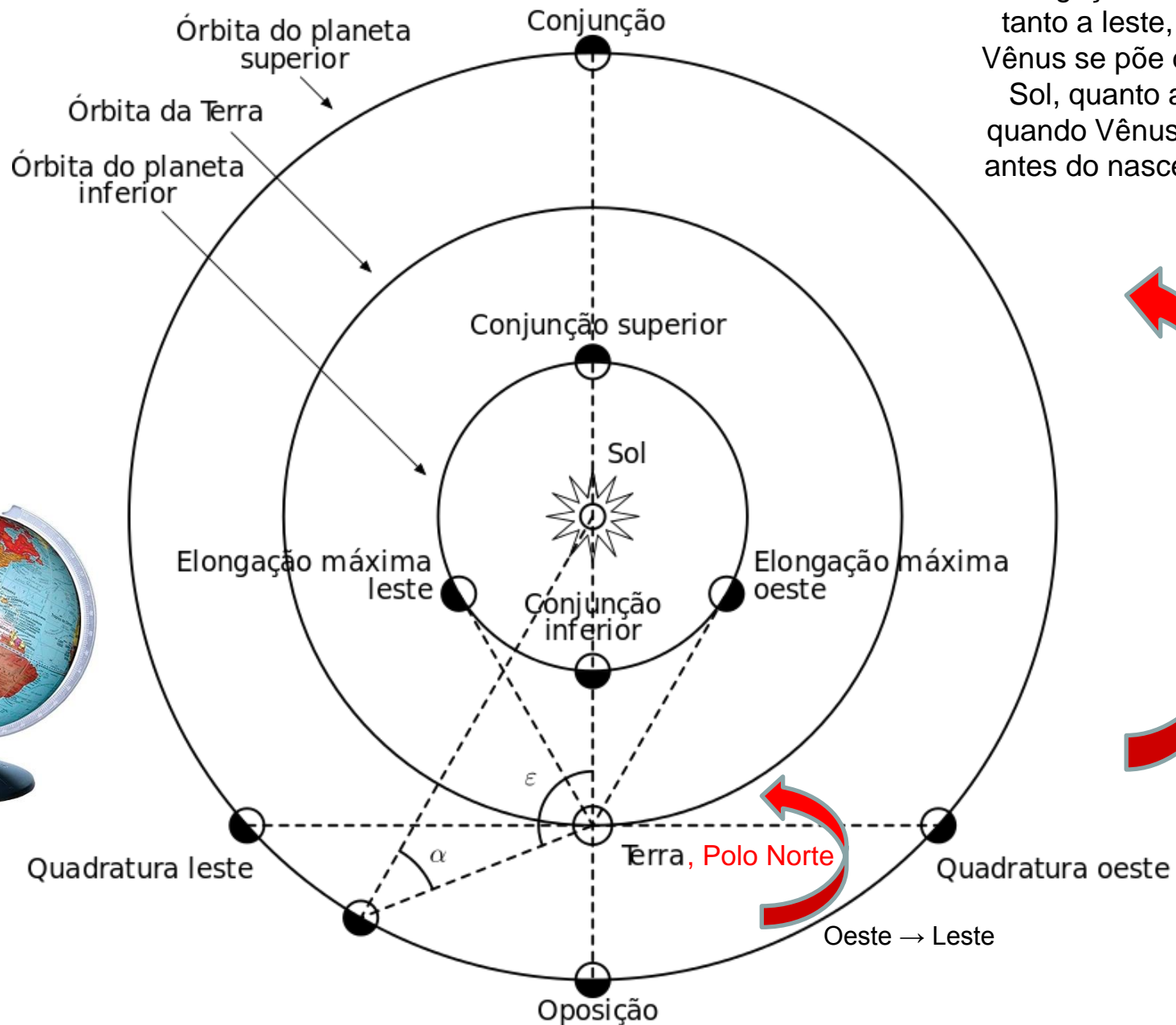


1882

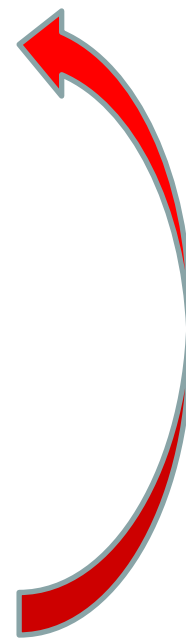


2004

# • Configurações Planetárias

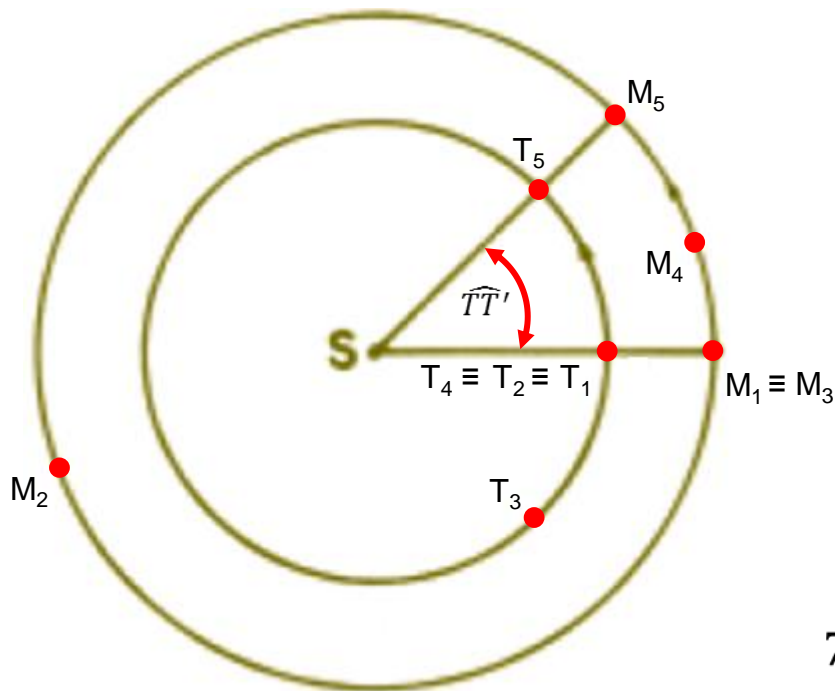


Elongações máximas, tanto a leste, quando Vênus se põe depois do Sol, quanto a oeste, quando Vênus é visível antes do nascer do Sol.



• Determinação dos períodos (ou tempo de revolução) dos planetas em torno do Sol ou Período Sideral

Oposição



- Período **sinódico**: intervalo de tempo de movimento de um planeta em torno da **Terra**
- Período **sideral**: intervalo de tempo de movimento de um planeta em torno do **Sol**
- Duas oposições consecutivas de Marte (*Período Sinódico*): **780 dias**
- Terra está adiantada de Marte de **1 volta** → (365 dias ≡ 360°)

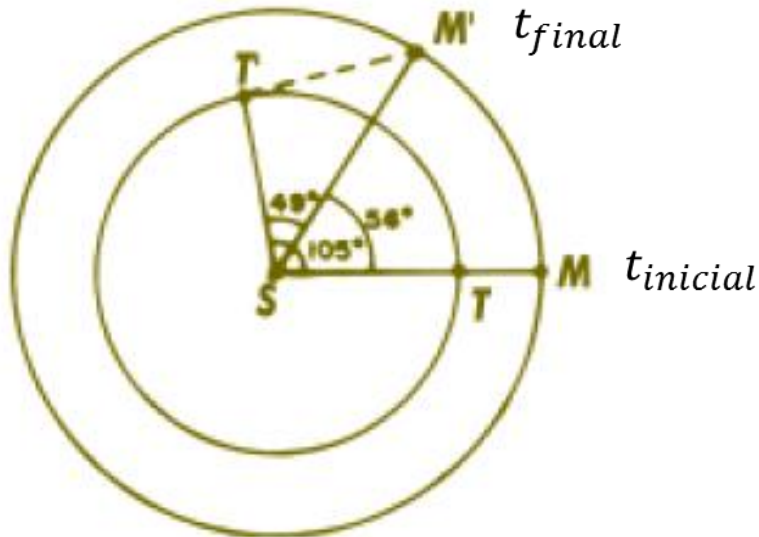
$$780 \text{ dias} = 2 \cdot 365 \text{ dias} (2 \text{ voltas}) + 50 \text{ dias}$$

$$\frac{\widehat{TT'}}{360^\circ} = \frac{50 \text{ dias}}{365 \text{ dias}} \rightarrow \widehat{TT'} = 49^\circ \quad \frac{P_{\text{Marte}}}{780 \text{ dias}} = \frac{360^\circ}{360^\circ + 49^\circ} \quad \boxed{P_{\text{Marte}} \approx 687 \text{ dias}}$$

- Calcular o Período Sideral para **Júpiter** e **Saturno**, sabendo-se que os Períodos Sinódicos valem 399 e 378 dias, respectivamente.

• Determinação da distância relativa dos planetas ao Sol

Quadratura



- Da oposição até a quadratura:  $\Delta t = 106 \text{ dias}$

$$\widehat{ST'M'} = 90^\circ$$

- O ângulo  $\alpha$  descrito pela Terra vale:

$$\frac{360^\circ}{\alpha} = \frac{365 \text{ dias}}{106 \text{ dias}} \rightarrow \alpha \approx 105^\circ$$

- O ângulo  $\beta$  descrito por Marte vale:

$$\frac{360^\circ}{\beta} = \frac{687 \text{ dias}}{106 \text{ dias}} \rightarrow \beta \approx 56^\circ$$

Portanto,  $\widehat{T'SM'} = 49^\circ$

Do triângulo retângulo,  $\cos 49^\circ = \frac{\overline{ST'}}{\overline{SM'}}$

$$\overline{SM'} \approx 1,5 \cdot \overline{ST'}$$

Definição: 1 Unidade Astronômica

$$1 \text{ UA} = \overline{ST'}$$

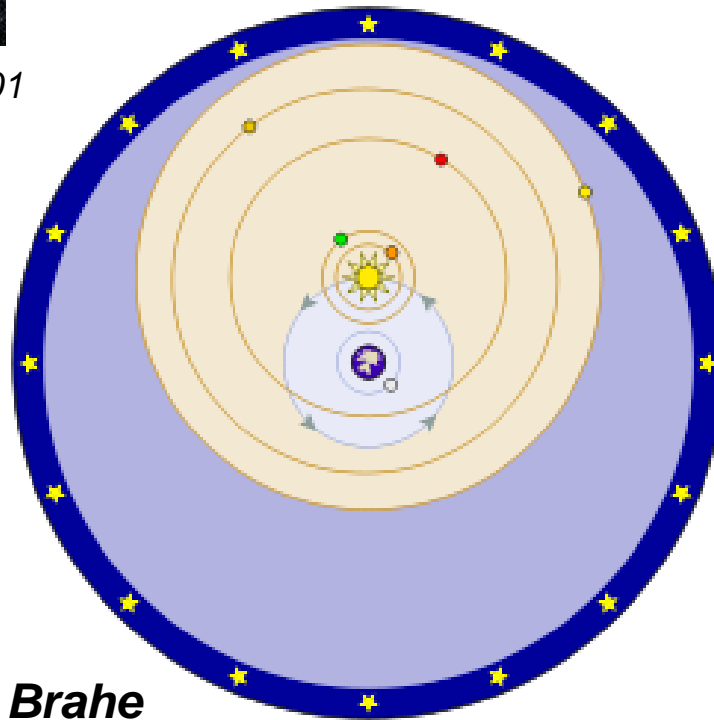
# Tycho Brahe



14/12/1546 - 24/10/1601



Observatório de Uraniborg  
Ilha de Hven



O Universo de Brahe



Quadrante de Brahe  
Precisão: 0,1°

# Johannes Kepler

Astronomia

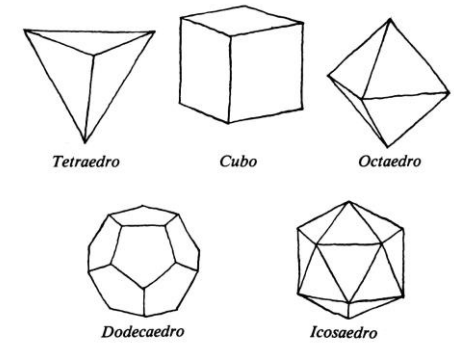
Matemática

Astrologia

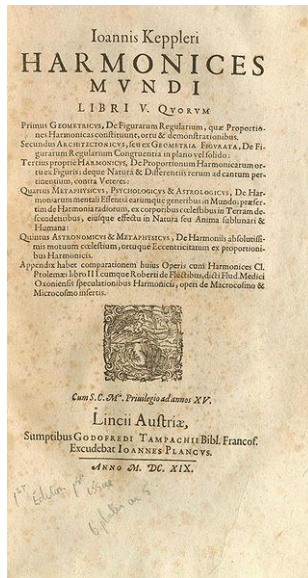
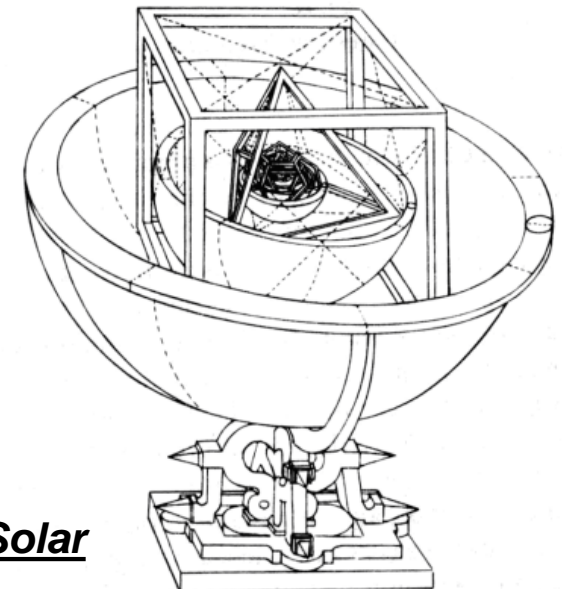
Filosofia Natural



27/12/1571 - 15/11/1630



Sólidos perfeitos



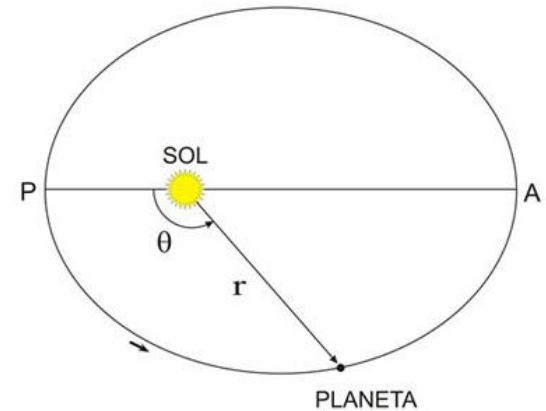
A Harmonia do Mundo  
1619

Modelo do Sistema Solar

# Leis de Kepler

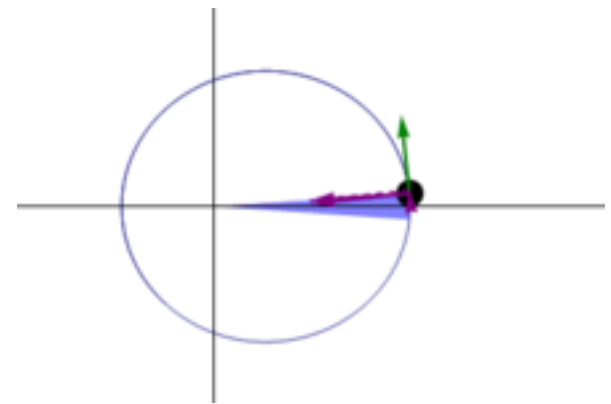
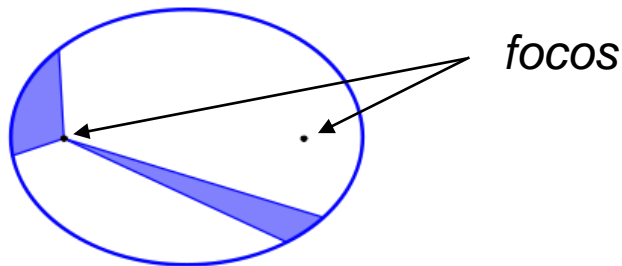
**“Os planetas descrevem órbitas elípticas, com o Sol num dos focos” – Lei das Órbitas (Astronomia Nova)**

**1609**



**“O raio vetor que liga o Sol a um planeta descreve áreas iguais em tempos iguais” – Lei das Áreas**

**1609**



**“A relação entre o cubo do semi-eixo maior da órbita (ou distância média Sol-Planeta) e o quadrado do período de translação**

**ao redor do Sol é constante para todos os planetas” – Lei dos Períodos (A Harmonia do Mundo)**

**1619**

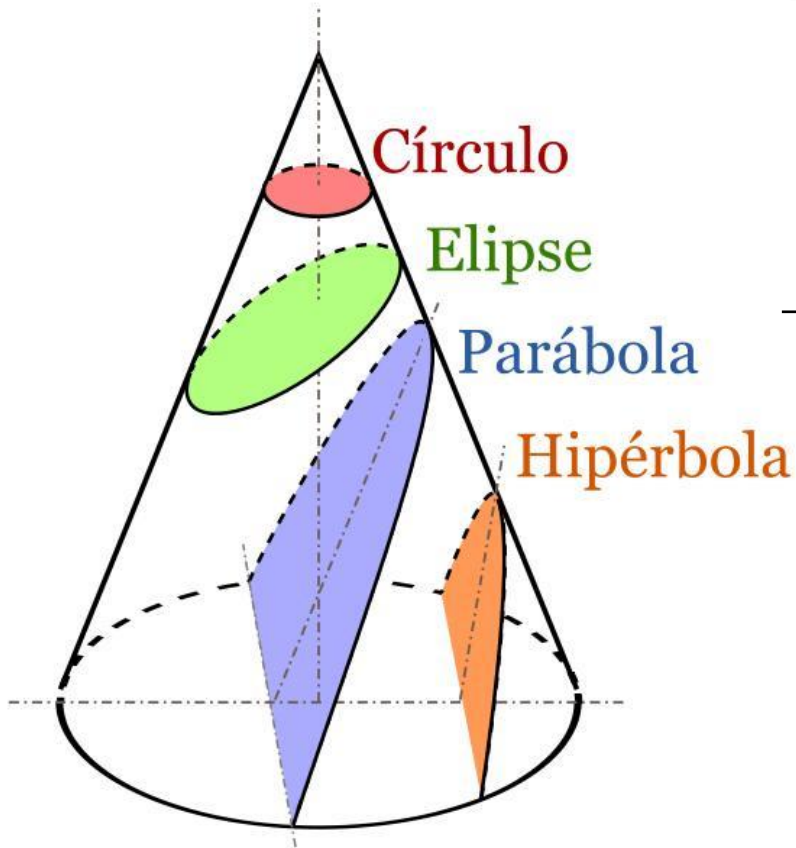
$$\frac{a^3}{T^2} = k$$

Terra

$$k = 1 \frac{UA^3}{ano^2}$$



# Seções Cônicas



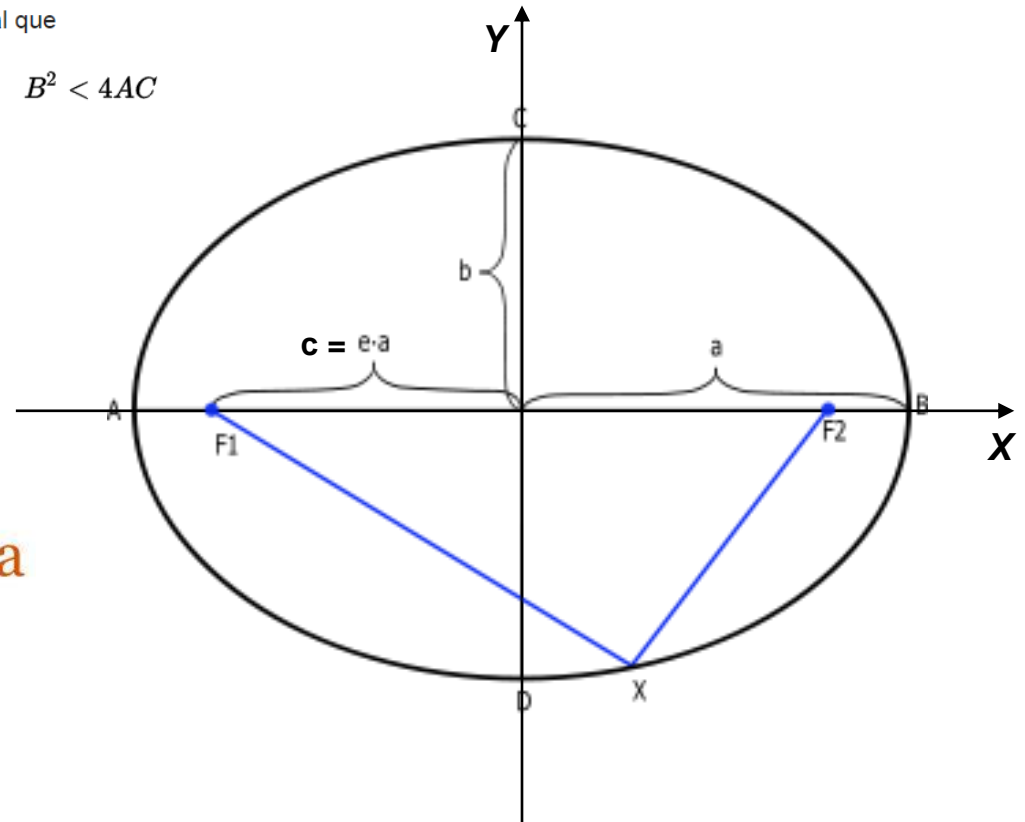
# A Elipse

Algebricamente, uma **elipse** é a **curva** no **plano cartesiano** definida por uma equação da forma

$$Ax^2 + Bxy + Cy^2 + Dx + Ey + F = 0$$

tal que

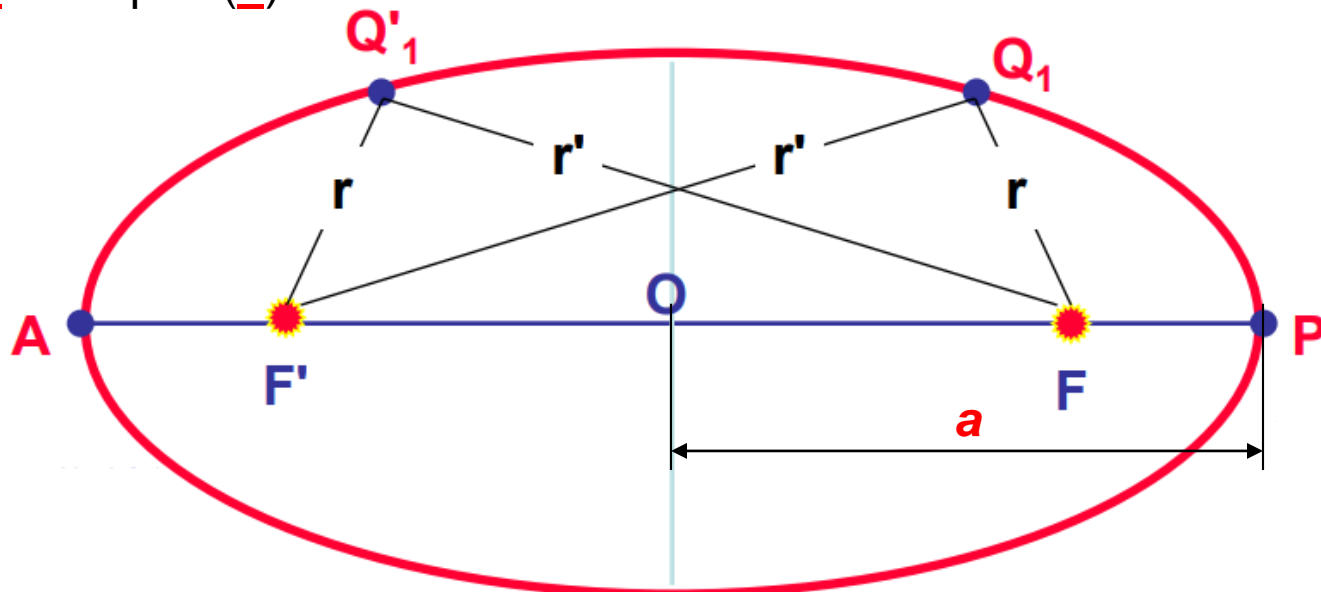
$$B^2 < 4AC$$



Centro na Origem: (0;0)

Eixo maior **paralelo** ao eixo  $x$  :  $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$

❖ Comprovação matemática: “Raio médio (ou distância média) é igual ao semi-eixo **maior** da elipse (***a***)”.



Para **um** par de pontos simétricos:

$$Q_1 \rightarrow r + r' = 2.a$$

$$Q'_1 \rightarrow r' + r = 2.a$$

$$r + r' + r' + r = 2.a + 2.a$$

$$r + r' + r' + r = 4.a$$

$$(r + r' + r' + r) / 4 = a$$

$$r_1 = a$$

Para **todos** os pares de pontos simétricos:

$$Q_1 \text{ e } Q'_1 \rightarrow r_1 = a$$

$$Q_2 \text{ e } Q'_2 \rightarrow r_2 = a$$

⋮  
⋮  
⋮

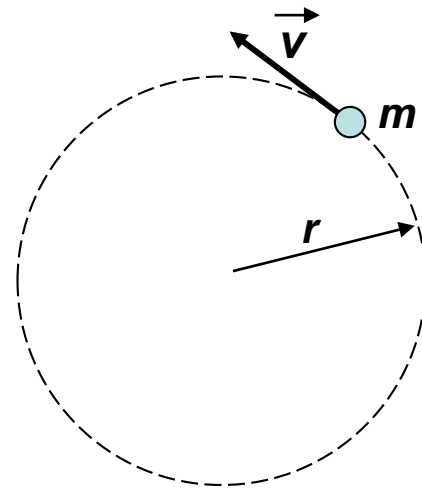
$$Q_n \text{ e } Q'_n \rightarrow r_n = a$$

$$r_1 + r_2 + \dots + r_n = n.a$$

$$(r_1 + r_2 + \dots + r_n) / n = a$$

$$r_{\text{médio}} = a$$

Relembrando:

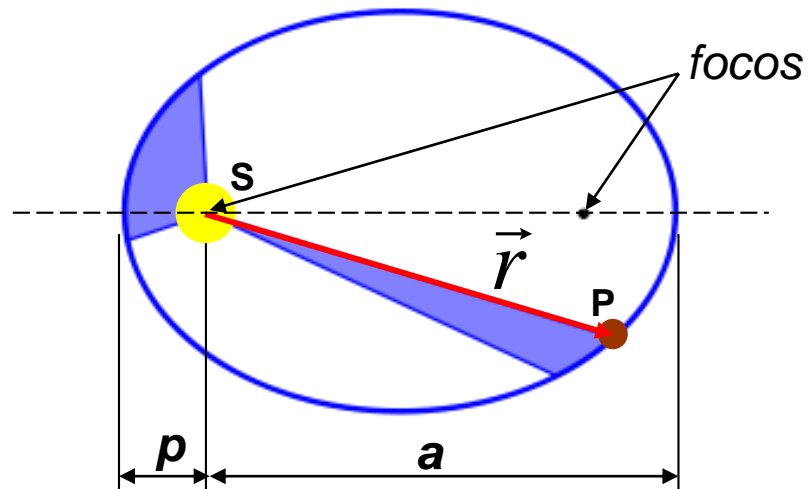


$$L = I.\omega$$

$$L = m.r^2.(v/r)$$

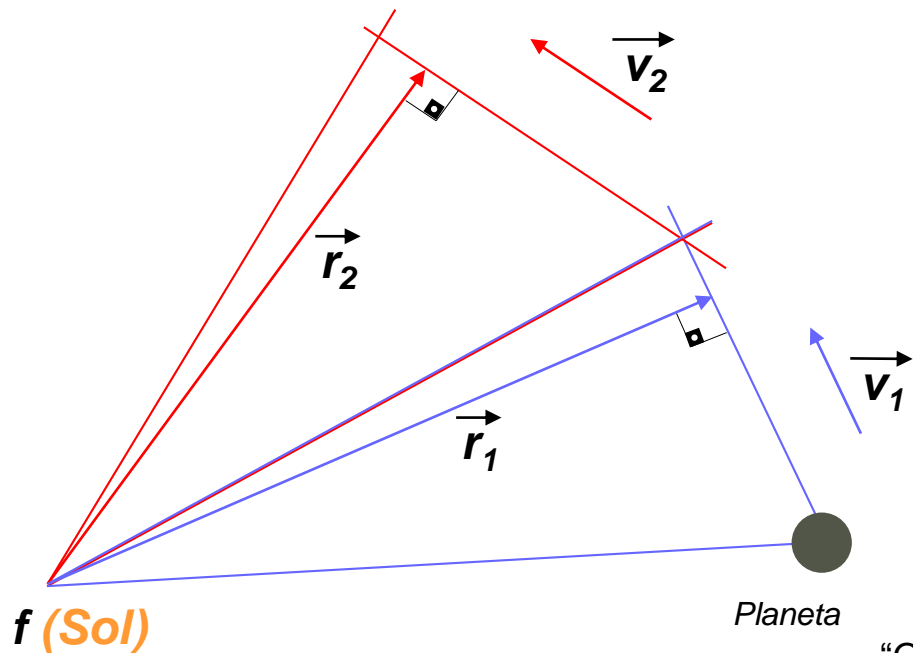
$$L = m.r.v$$

**“O raio vetor que liga o Sol a um planeta descreve áreas iguais em tempos iguais”**  
**Lei das Áreas (1609)**



$p \rightarrow$  periélio

$a \rightarrow$  afélio



$$(A_1/\Delta t_1) = (A_2/\Delta t_2)$$

$$(\cancel{v_1 \cdot \Delta t_1 \cdot r_1})/(\cancel{\Delta t_1 \cdot 2}) = (\cancel{v_2 \cdot \Delta t_2 \cdot r_2})/(\cancel{\Delta t_2 \cdot 2})$$

$$v_1 \cdot r_1 = v_2 \cdot r_2$$

Multiplicando os dois lados da igualdade pela massa  $\underline{m}$ :

$$m \cdot v_1 \cdot r_1 = m \cdot v_2 \cdot r_2$$

$$L_1 = L_2$$

“O momento angular orbital de um planeta é constante”  
(explicação moderna da *Lei das Áreas de Kepler*).

## Exercícios

1. Considerando que o raio da órbita da Terra em torno do Sol seja constante ( $149,6 \times 10^6 \text{ km}$ ) e sua massa igual a  $5,97 \times 10^{24} \text{ kg}$ , estime seu momento angular orbital. Determine o momento angular de rotação em torno do próprio eixo de rotação (raio da Terra  $\approx 6.400 \text{ km}$ ). Determine o Momento Angular Total em relação ao Sol.
2. Devido à existência de uma pequena excentricidade na órbita do planeta Terra (**0,0167**), o periélio, isto é, sua maior aproximação do Sol, está a 147,1 milhões de km e o afélio, seu maior afastamento, dista 152,1 milhões de km. O periélio ocorre em princípios de janeiro, enquanto o afélio no início de julho. Com estas informações, estime a velocidade orbital da Terra nos dois pontos.

3. De acordo com o que estudamos sobre a 2ª Lei de Kepler, sabemos que há diferença na velocidade de um planeta ao longo de sua trajetória. Um móvel ao aumentar sua velocidade faz movimento acelerado e ao diminuir sua velocidade faz movimento retardado. Sabendo disso faça um desenho da trajetória de um planeta e indique onde o movimento é acelerado e onde é retardado.
4. A distância média do planeta Júpiter em relação ao Sol é cerca de cinco vezes a distância média da Terra ao Sol. Sabendo que o período de translação da Terra é 1 ano, descubra o valor do período de Júpiter, utilizando a terceira Lei de Kepler.
5. (Cefet-PR) Dois satélites artificiais giram em torno da Terra em órbitas de mesma altura. O primeiro tem massa  $m_1$ , e o segundo, massa  $3m_1$ . Se o primeiro tem período de 6h, o período do outro será, em horas, igual a:

a) 18   b) 2   c) 6   d)  $6\sqrt{3}$    e)  $3\sqrt{2}$

6. A distância média de Marte ao Sol é 50% maior que a distância da Terra ao Sol. Nesse caso, encontre o tempo necessário para que Marte, o planeta vermelho, dê uma volta completa em torno do Sol. Utilize o período da Terra em anos.
7. A distância média de Mercúrio ao Sol é de  $0,58 \cdot 10^8$  km. A distância média da Terra ao Sol é de  $1,50 \cdot 10^8$  km. De posse dessas informações, determine o período de translação de Mercúrio sabendo que o da Terra é de 365,25 dias.
8. O planeta anão Plutão tem a maior distância média do Sol: cerca de 39,3 vezes a distância média da Terra ao Sol. Calcule o tempo necessário para que esse planeta complete uma volta em torno do astro-rei do nosso sistema planetário. Utilize o período da Terra em anos (1 ano).

Resolução do exercício 4:

$$\frac{a^3}{T^2} = k \rightarrow k = 1 \frac{UA^3}{ano^2}, \text{ para o Sistema Solar}$$

$$a_{SJ} = 5 \cdot a_{ST} \rightarrow \frac{a_{SJ}}{a_{ST}} = 5$$

$$\frac{a_{SJ}^3}{T_J^2} = k \quad \frac{a_{ST}^3}{T_T^2} = k$$

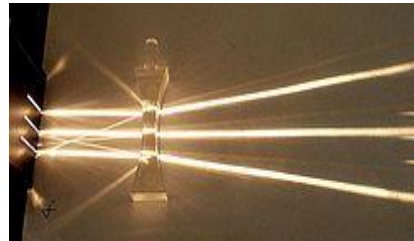
$$\frac{a_{SJ}^3}{T_J^2} = \frac{a_{ST}^3}{T_T^2} \rightarrow \frac{a_{SJ}^3}{a_{ST}^3} = \frac{T_J^2}{T_T^2} \rightarrow \left(\frac{a_{SJ}}{a_{ST}}\right)^3 = \left(\frac{T_J}{T_T}\right)^2 \rightarrow$$

$$(5)^3 = \left(\frac{T_J}{T_T}\right)^2 \rightarrow \frac{T_J}{T_T} = \sqrt{125} \rightarrow \text{como } T_T = 1 \text{ ano} \rightarrow \boxed{T_J \sim 11,18 \text{ anos}}$$

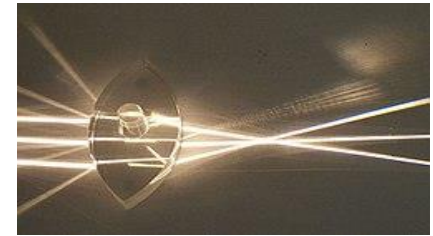
# Outras contribuições de Kepler



Supernova SN 1604



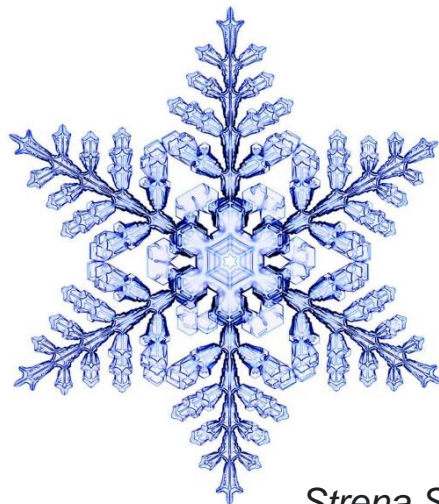
Lente bicôncava



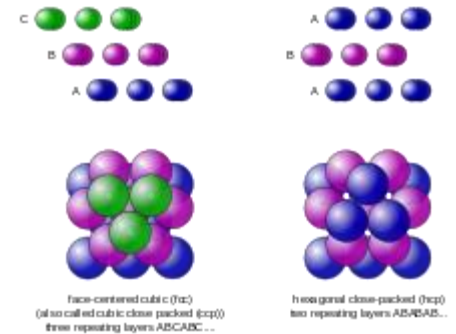
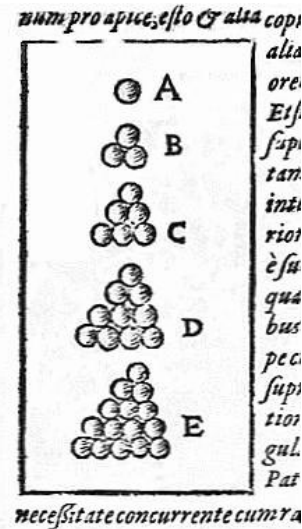
Lente biconvexa

## Telescópio Kepleriano

Dioptrice - 1611



Strena Seu de Nive Sexangula  
1611

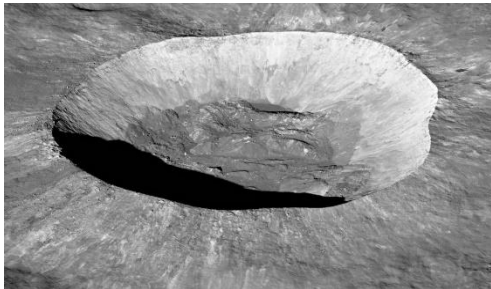


Conjectura de Kepler

# Giordano Bruno



1548 - 1600



NASA/Goddard/Arizona State University, 2017

## Cosmologia (≈ 1580)

- Infinitude do Universo (não-geocêntrico)
- Infinitos referenciais possíveis, sem privilégios
- Aceita as ideias de Copérnico
- Infinitude de estrelas, como o Sol
- Existência de outros planetas, como a Terra
- Existência de vida extraterrestre inteligente

A partir de 1593, foi preso, julgado pela inquisição romana por heresia (condenação eterna, Trindade, divindade de Cristo, virgindade de Maria e transubstanciação), condenado e queimado na fogueira, em 1600.

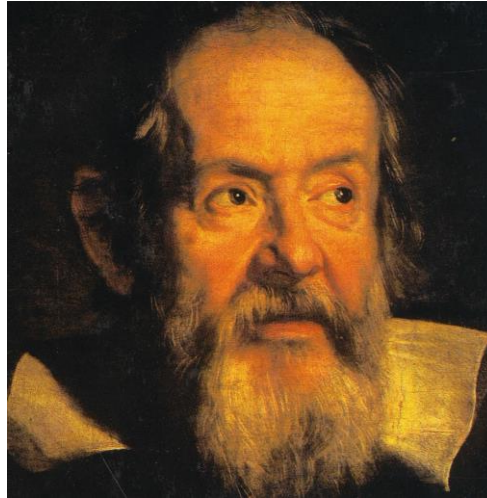


# Galileu Galilei

“Fundador da Física Experimental”



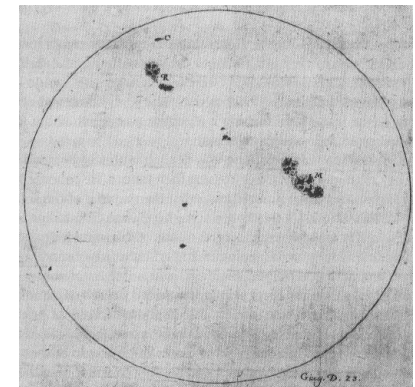
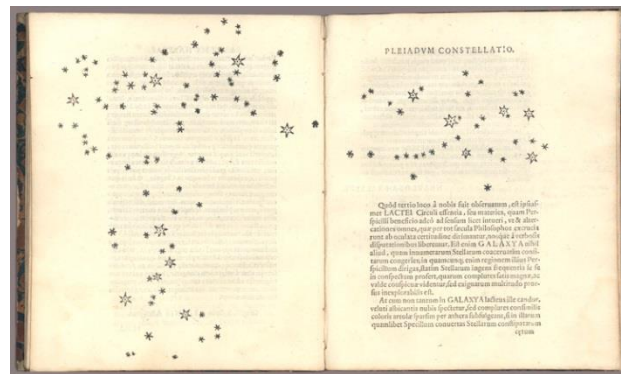
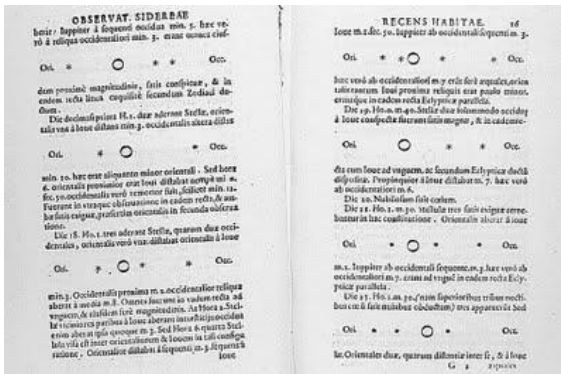
Telescópio de Galileu (3x)  
1609



15/02/1564 - 08/01/1642



O Mensageiro das Estrelas  
1610



23/06/1612

# Notação Científica

É uma forma prática e útil de representar números muito pequenos ou muito grandes.

Basta movimentar a vírgula ou para a esquerda ou para a direita, dividindo ou multiplicando o número original por 10, não se esquecendo de manter o número original.

A apresentação do número deve ter o seguinte formato:

$$N = a \times 10^b \quad \text{onde, } 1 \leq a \in \mathbb{R} < 10 \quad \text{e } b \in \mathbb{Z}$$

## Exemplos:

- Memória RAM – 16.000.000.000 bytes a 16.000.000 Hz
- um átomo de Magnésio tem um diâmetro de 0,00000000026 m
- Planeta Terra  $\left\{ \begin{array}{l} \text{Massa} = 5.973.600.000.000.000.000.000.000 \text{ kg} \\ \text{Distância Terra - Sol} = 149.000.000 \text{ km} \end{array} \right.$

# Exercícios para treino

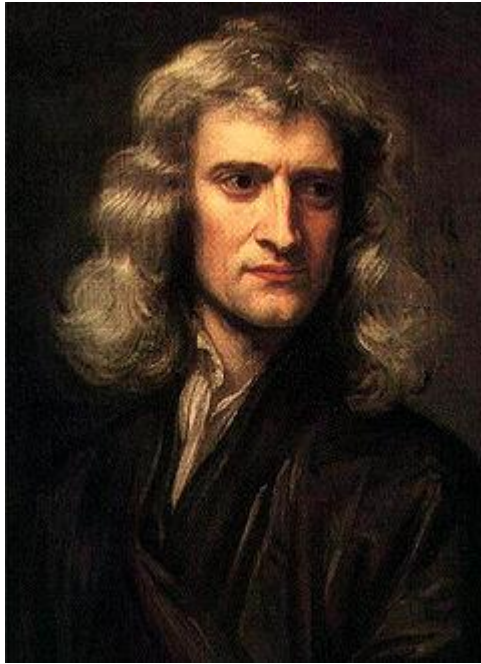
- 1) Escreva o número  $-0,0000000000000384$  em notação científica.
- 2) Escreva o número  $256800000000$  em notação científica.
- 3) Como escrevemos  $7,5 \times 10^{-5}$  na forma decimal?
- 4) Como escrevemos  $2,045 \cdot 10^{+4}$  na forma decimal?
- 5) Efetue a adição  $7,77 \cdot 10^{-2} + 2,175 \cdot 10^1 + 1,1 \cdot 10^3$ .
- 6) Efetue a divisão  $1,147 \cdot 10^{23} : 3,7 \cdot 10^{-31}$ .
- 7) (FUVEST 2009- adaptada) As células da bactéria *Escherichia coli* têm formato cilíndrico, com  $8 \times 10^{-7}$  metros de diâmetro. O diâmetro de um fio de cabelo é de aproximadamente  $1 \times 10^{-4}$  metros. Dividindo-se o diâmetro de um fio de cabelo pelo diâmetro de uma célula de *Escherichia coli*, qual é o resultado que se obtém?
- 8) (Adaptada) A nossa galáxia, a Via Láctea, contém cerca de 400 bilhões de estrelas. Suponha que 0,05% dessas estrelas possuam um sistema planetário onde exista um planeta semelhante à Terra. Qual é o número de planetas semelhantes à Terra, na Via Láctea?
- 9) (Adaptada) Considerando que cada aula dura 50 minutos, qual é o intervalo de tempo de duas aulas seguidas, expresso em segundos?
- 10) A plataforma continental brasileira é rica em jazidas de petróleo. Delas são extraídas 60% da produção nacional. As reservas de petróleo do país somam 2,816 milhões de barris. Escreva em notação científica e em unidades de barris nossas reservas petrolíferas.

# Prefixos - Potência de base 10

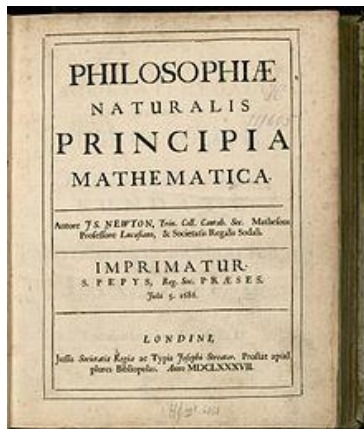
Prefixo	Símbolo	$10^n$	Escala curta(*)	Equivalência Decimal
Yotta	Y	$10^{24}$	Septilhão	1 000 000 000 000 000 000 000 000
Zetta	Z	$10^{21}$	Sextilhão	1 000 000 000 000 000 000 000 000
Exa	E	$10^{18}$	Quintilhão	1 000 000 000 000 000 000 000
Peta	P	$10^{15}$	Quadriilhão	1 000 000 000 000 000 000
Tera	T	$10^{12}$	Trilhão	1 000 000 000 000
Giga	G	$10^9$	Bilhão	1 000 000 000
Mega	M	$10^6$	Milhão	1 000 000
Kilo	k	$10^3$	Milhar	1 000
Hecto	h	$10^2$	Centena	100
Deca	da	$10^1$	Dezena	10
		$10^0$	Unidade	1
Deci	d	$10^{-1}$	Décimo	0,1
Centi	d	$10^{-2}$	Centésimo	0,01
Mili	m	$10^{-3}$	Milésimo	0,001
Micro	$\mu$	$10^{-6}$	Milionésimo	0,000 001
Nano	n	$10^{-9}$	Bilionésimo	0,000 000 001
Pico	p	$10^{-12}$	Trilionésimo	0,000 000 000 001
Femto	f	$10^{-15}$	Quadrilionésimo	0,000 000 000 000 001
Atto	a	$10^{-18}$	Quintilionésimo	0,000 000 000 000 000 001
Zepto	z	$10^{-21}$	Sextilionésimo	0, 000 000 000 000 000 000 001
Yocto	y	$10^{-24}$	Septilionésimo	0,000 000 000 000 000 000 000 001

(\*) A **escala curta** apresenta cada número mil vezes o seu anterior. Temos também a escala longa, em que cada termo é um milhão de vezes o seu anterior. O Brasil usa a escala curta (em que o número termina em *lhão*). Os países de língua portuguesa (exceção do Brasil) usam a escala longa (em que o número termina em *lião*).

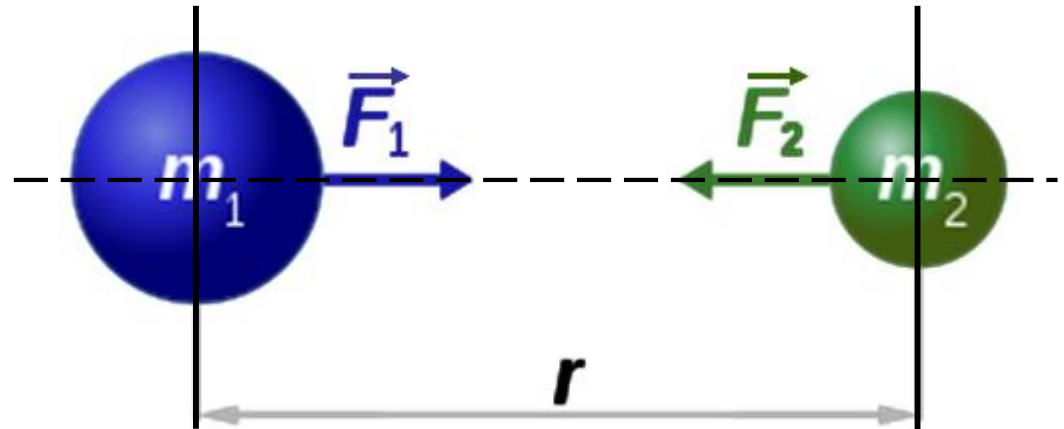
# Lei de Newton da Gravitação Universal



04/01/1643 - 31/03/1727



1687



- módulo:

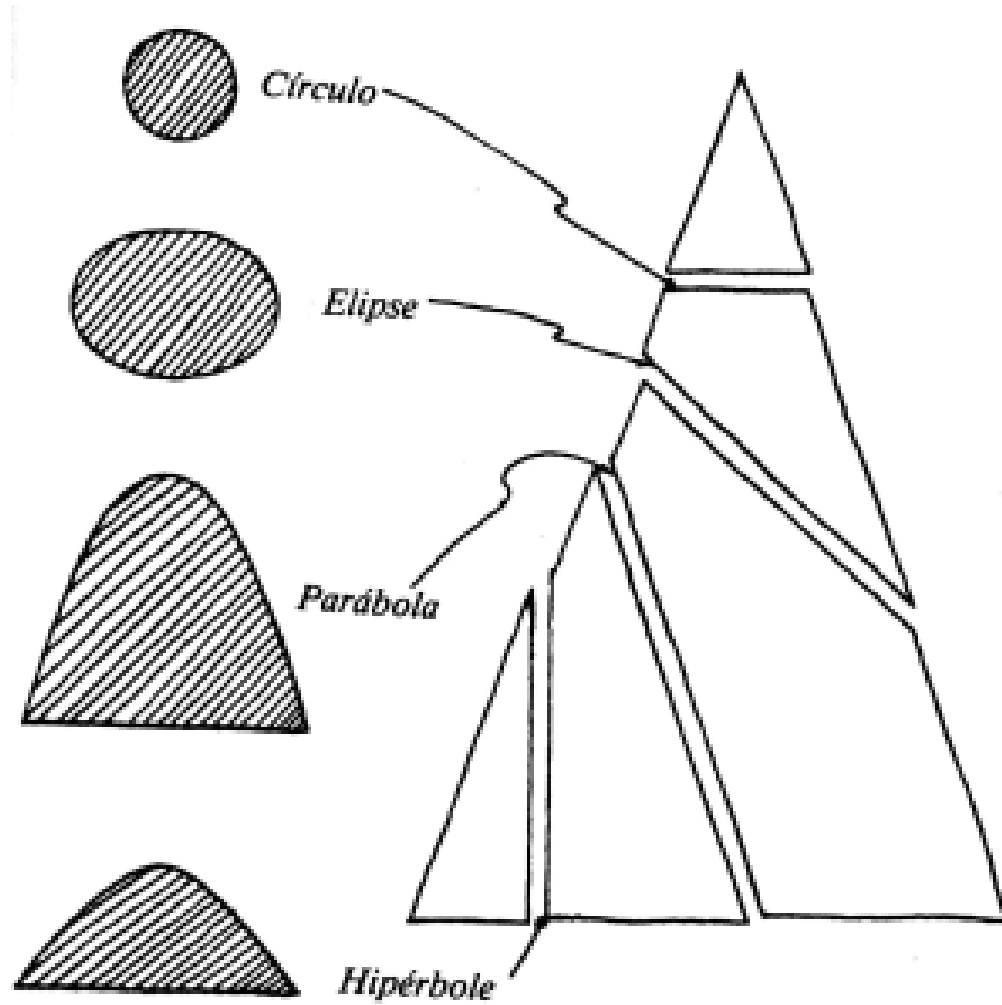
$$F_1 = F_2 = G \frac{m_1 \times m_2}{r^2}$$

- ação a distância, do tipo **atractiva**.
- ação e reação sobre a linha que liga os Centros de Massa.

$$P = m \times g$$

, para **planeta esférico**  
e **sem rotação**.

# Órbitas possíveis:

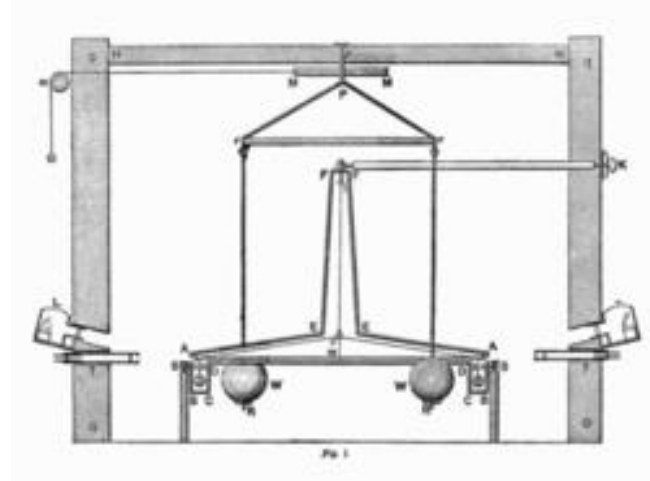


**“Cônicas”**

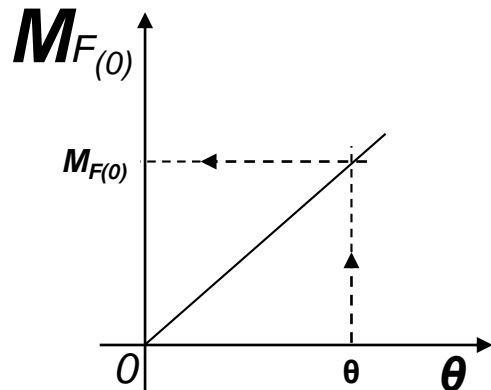
# Determinação da Constante Universal da Gravitação - **G**



Henry Cavendish  
10/10/1731 - 24/02/1810



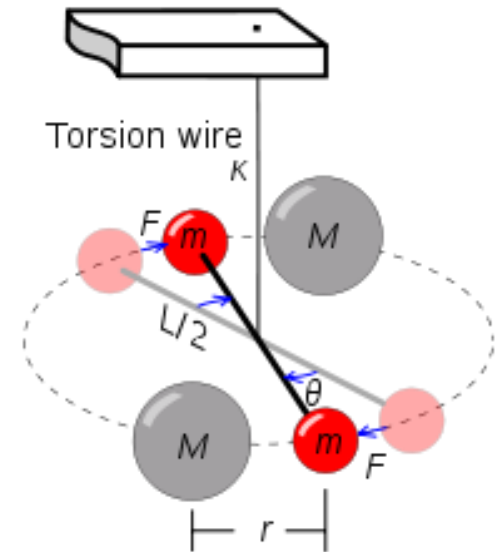
1798



$$M_{F(0)} = [F \cdot (L/2)] \cdot 2$$

$$F = G \frac{m_1 \times m_2}{r^2}$$

$$G = (6,6732 \pm 0,0031) \times 10^{-11} \text{m}^3 \text{kg}^{-1} \text{s}^{-2}$$



**Não se esqueça de assistir ao seguinte vídeo:**

<https://www.youtube.com/watch?v=4OLOs-uMhM>



# O Planeta Terra

[https://www.princeton.edu/~willman/planetary\\_systems/Sol/Earth/](https://www.princeton.edu/~willman/planetary_systems/Sol/Earth/)



<b>Orbital Elements</b>		<b>Orbital Period:</b>	365.25636 days
Semimajor Axis:	1.000003 AU	<b>Mass:</b>	1.0000 $M_E$
Eccentricity:	0.01671	<b>Equatorial Radius:</b>	1.0000 $R_E$
Inclination:	0.00°	<b>Rotational Inclination:</b>	23.45°
Argument of Perifocus:	102.9°	<b>Rotational Period:</b>	0.9972579 days
Longitude of Ascending Node:	0.0°	<b>Mean Temperature:</b>	270°K
Mean Motion:	0.98560912° per day	<b>Mean Surface Pressure:</b>	1.0 bar
Time of Periapsis:	2007 Jan 15, 00:30 UT	<b>Atmospheric Composition:</b>	$N_2$ 77%, $O_2$ 21%, Ar 1%, $H_2O$ & others in trace amounts

## Satellites

Satellite Name	Orbital Semimajor Axis (km)	Orbital Period (days)	Mass (kg)	Discovery	
				Discoverer Name	Announcement Date
Moon (Luna)	384,400	27.321582	$7.349 \cdot 10^{22}$	?	Prehistoric

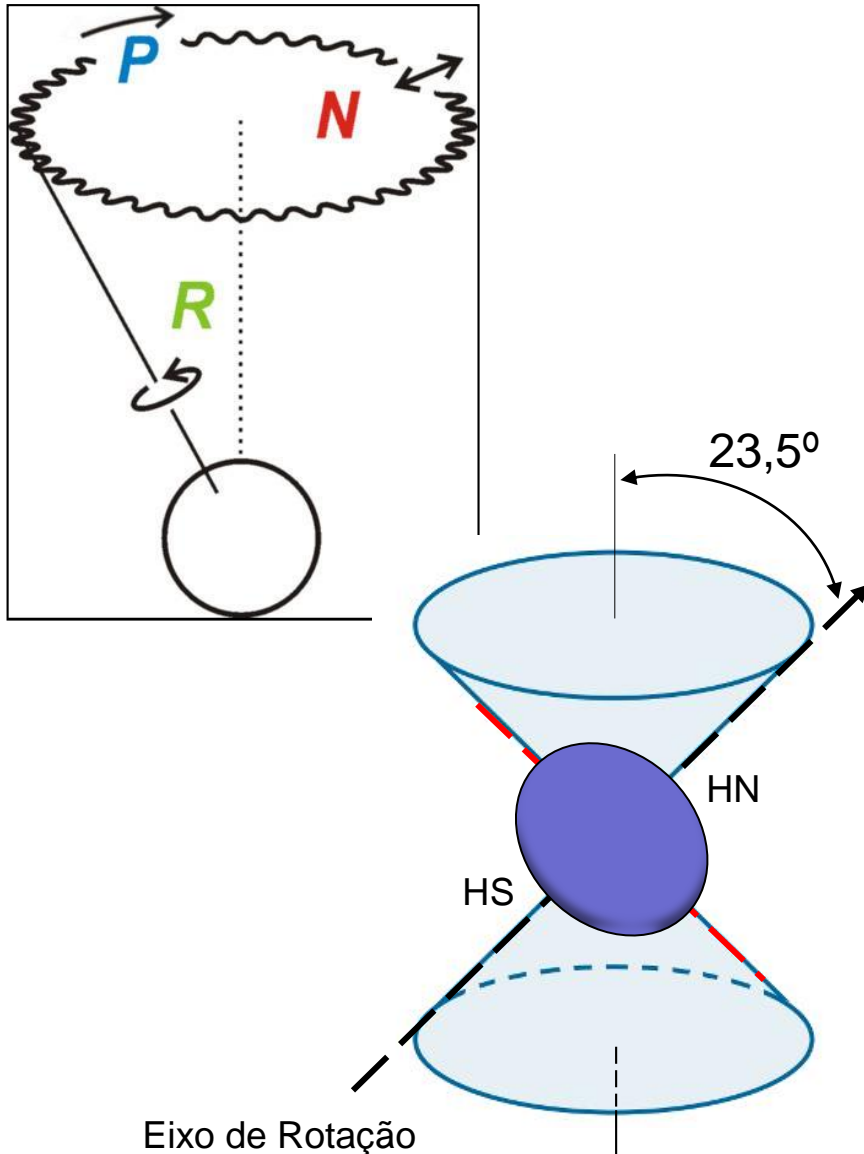
$$1 \text{ AU} = 1.49597870691 \cdot 10^{11} \text{ m}$$

$$1 \text{ year} = 365.25 \text{ days} = 31557600 \text{ s}$$

$$1 M_E = 5.9742 \cdot 10^{24} \text{ kg}$$

$$1 R_E = 6.378136 \cdot 10^6 \text{ m}$$

# Alguns movimentos do planeta Terra



- de Rotação  
Período  $\approx$  23 horas, 56 minutos e 4 segundos
- de Translação (ou de Revolução)  
Período  $\approx$  365 dias, 6 horas, 9 min e 9,5 s



Estrela *Polaris*

- de Precessão dos Equinócios  
Período  $\approx$  25.780 anos
- de Nutação (700 m)  
Período de um ciclo  $\approx$  18,6 anos

<http://earthsci.org/space/space/earth8/earth8.html>

<https://www.if.ufrgs.br/oei/santiago/fis2005/textos/precess.htm>

# A Rotação da Terra



Jean B. L. Foucault  
1819 - 1868  
**1851**

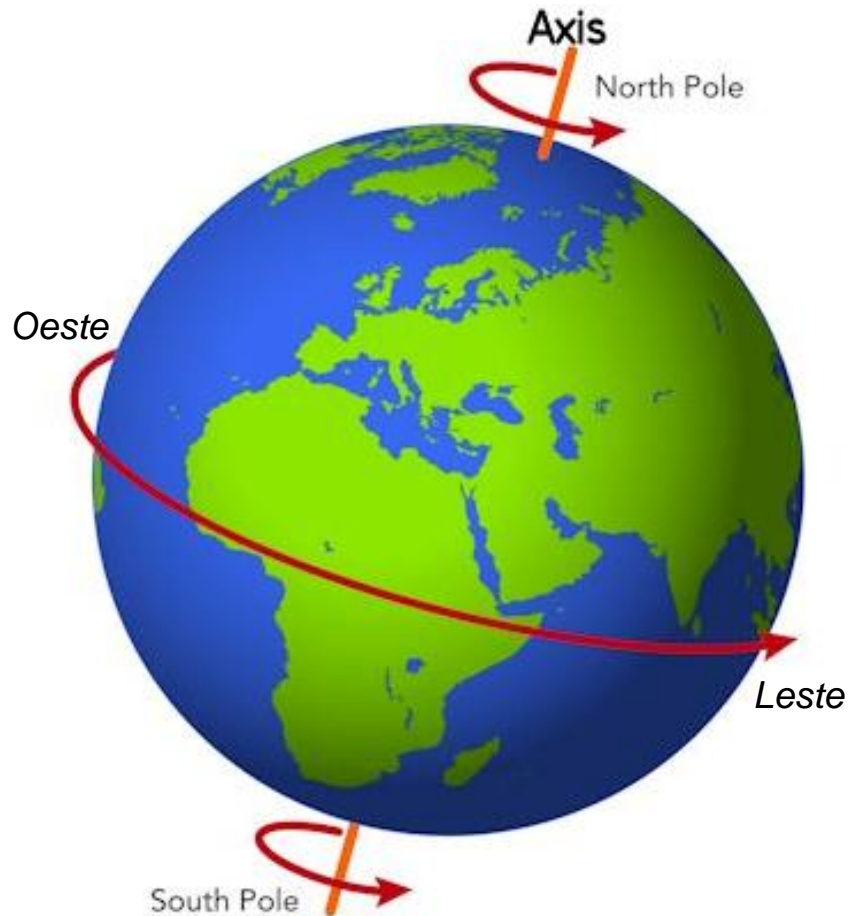


Nepal, 03/2011



Pêndulo de esfera de chumbo, 28 kg, 67m  
Panthéon, Paris, França

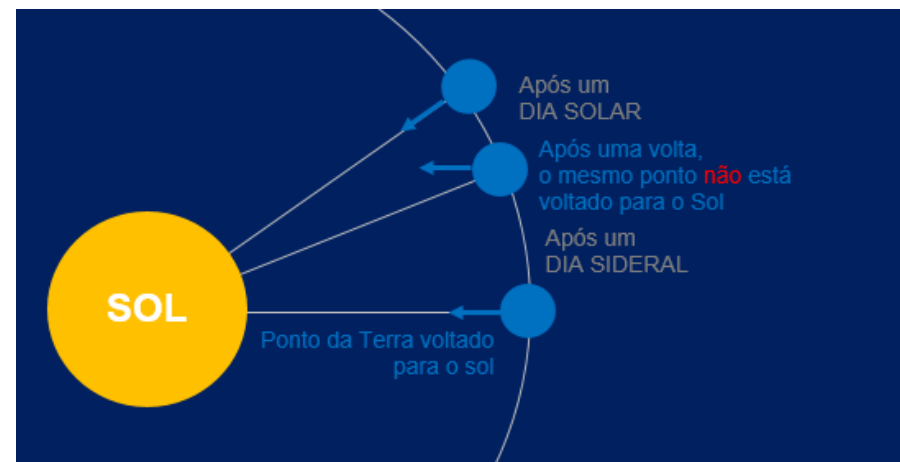
# O Dia e a Noite



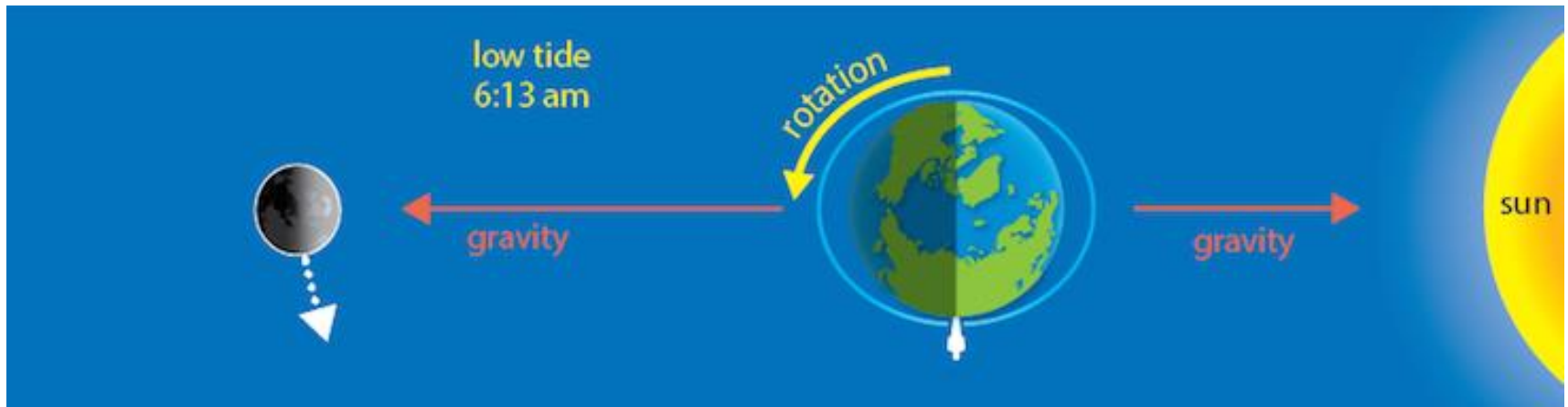
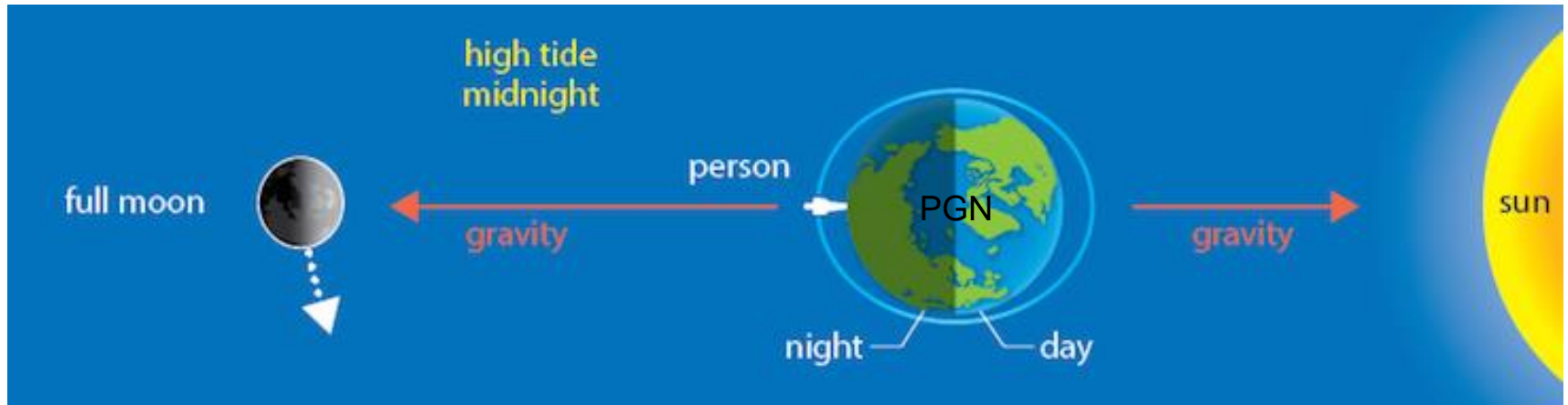
- Movimento de rotação do planeta Terra em torno de seu eixo dá-se do Oeste para o Leste.

- Devido ao movimento de translação em torno do Sol, a duração do dia vale **23h, 56min e 4s** (*dia sideral*).

- As **24 horas** são definidas pela posição **máxima** do Sol em relação a uma linha vertical local, de um dia para outro (*dia solar*).



# Efeito de Marés



[manoa.hawaii.edu/sealearning/media\\_colorbox/2249/media\\_original/en](https://manoa.hawaii.edu/sealearning/media_colorbox/2249/media_original/en)

<https://cref.if.ufrgs.br/?contact-pergunta=galileu-e-a-teoria-de-mares-uma-mare-alta-por-dia>

# Marés em São Luís, Maranhão



MA - São Luís

2022

Buscar

Dez

↑ Maré Alta

↓ Maré Baixa

Domingo - 18/12

Hora Altura

02:47 ↑ 4.45m

08:58 ↓ 1.19m

15:17 ↑ 4.63m

21:31 ↓ 1.03m

Segunda - 19/12

Hora Altura

03:48 ↑ 4.63m

09:54 ↓ 1.01m

16:11 ↑ 4.91m

22:27 ↓ 0.71m

Terça - 20/12

Hora Altura

04:43 ↑ 4.85m

10:46 ↓ 0.82m

17:01 ↑ 5.20m

23:17 ↓ 0.40m

Quarta - 21/12

Hora Altura

05:34 ↑ 5.06m

11:35 ↓ 0.64m

17:49 ↑ 5.46m

Quinta - 22/12

Hora Altura

06:22 ↑ 5.22m

12:06 ↓ 0.15m

12:22 ↓ 0.51m

18:36 ↑ 5.65m

Sexta - 23/12

Hora Altura

07:10 ↑ 5.31m

12:54 ↓ -0.03m

13:09 ↓ 0.43m

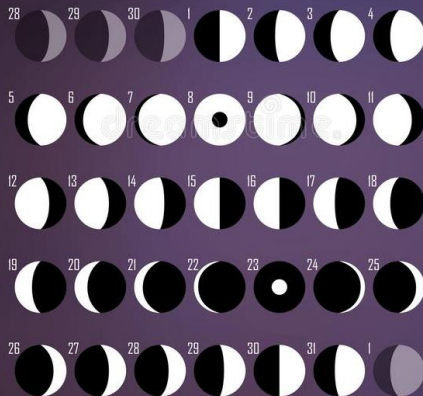
19:22 ↑ 5.74m

MOON CALENDAR

2022

DECEMBER

MON TUE WED THU FRI SAT SUN



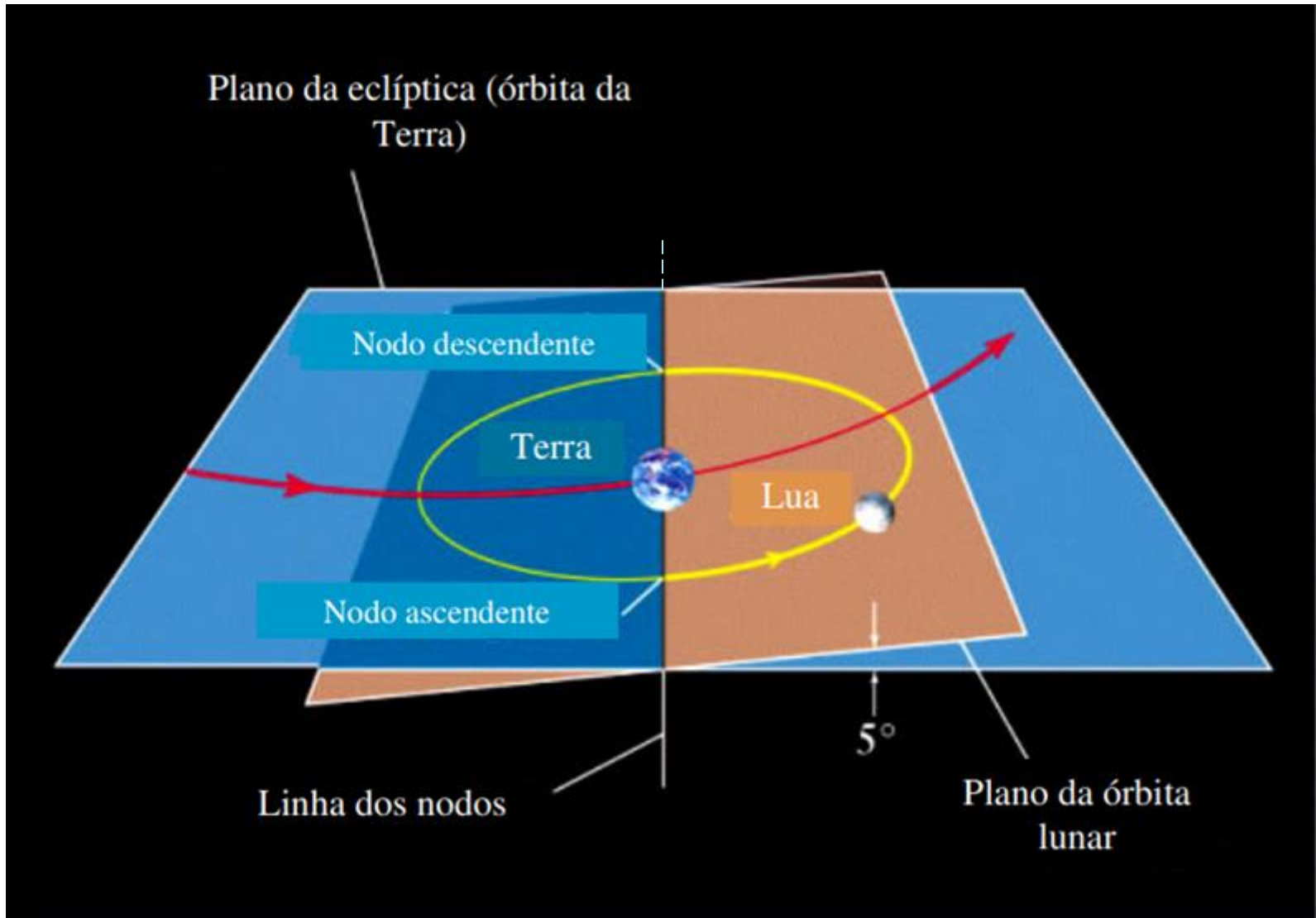
# A Lua



22/10/2010  
Madison, Alabama, USA

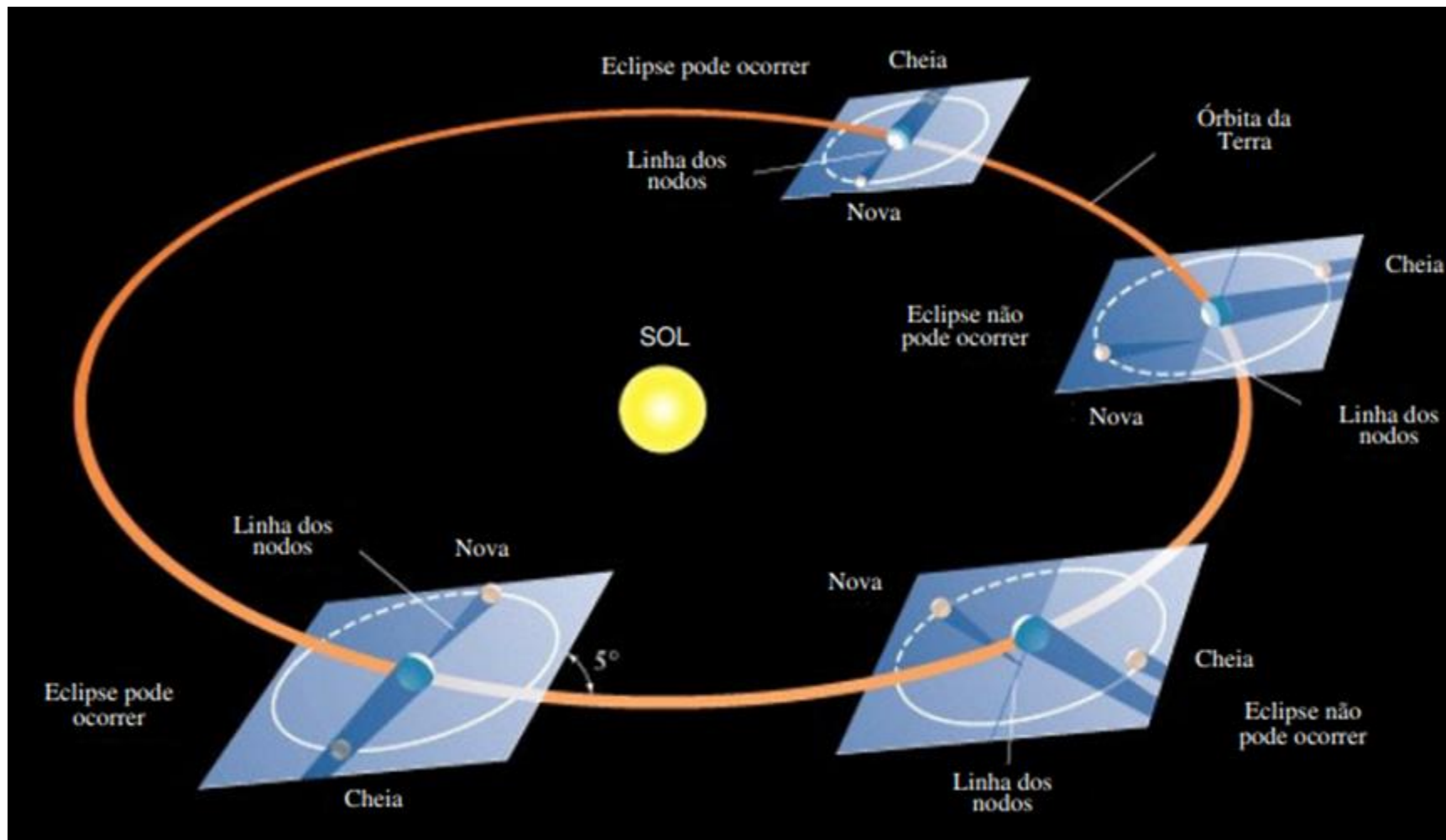
<i>Dados Técnicos</i>	
<i>Distância Orbital Média</i>	384.000 km
<i>Perigeu</i>	363.000 km
<i>Apogeu</i>	406.000 km
<i>Inclinação da Órbita</i>	5,2°
<i>Inclinação do Eixo</i>	6,7°
<i>Período Orbital (Mês Sideral)</i>	27,32 dias
<i>Ciclo (Lunações – Mês Sinódico)</i>	29,53 dias
<i>Diâmetro</i>	3.476 km
<i>Maior Diâmetro Aparente</i>	32,9°
<i>Massa</i>	7,3477 x 10 <sup>+22</sup> kg
<i>Densidade Média</i>	3,34 g/cm <sup>3</sup> (61% da terrestre)
<i>Gravidade na superfície</i>	1,62 m/s <sup>2</sup> (17% da terrestre)
<i>Temperatura Superficial</i>	100 a 400 K (-173°C a 127°C)

# Plano Orbital da Lua

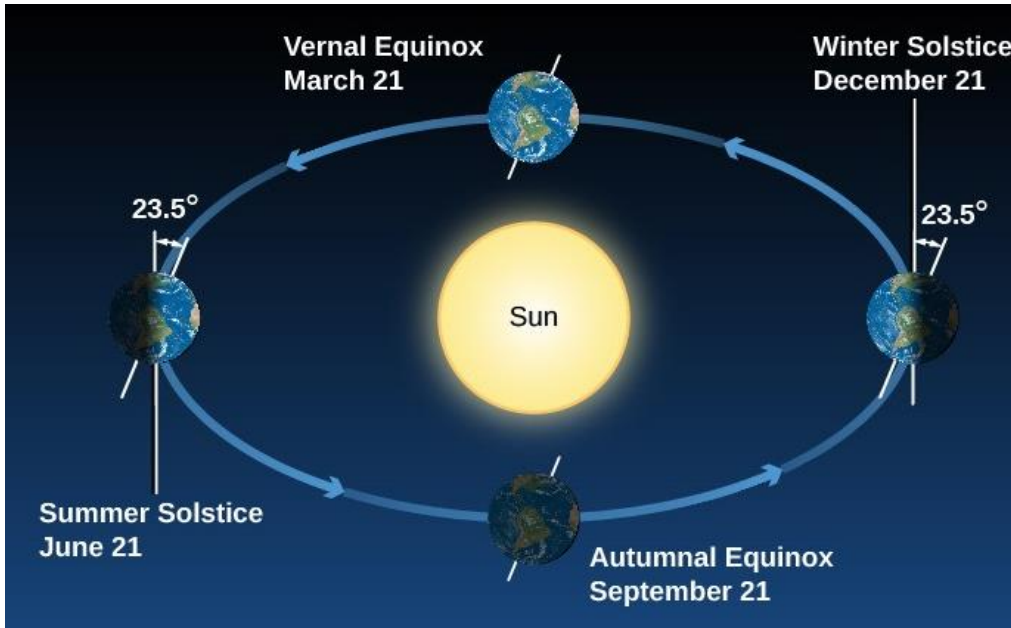




# Plano orbital da Lua, plano orbital da Terra, fases da Lua e possibilidades de formação de Eclipses

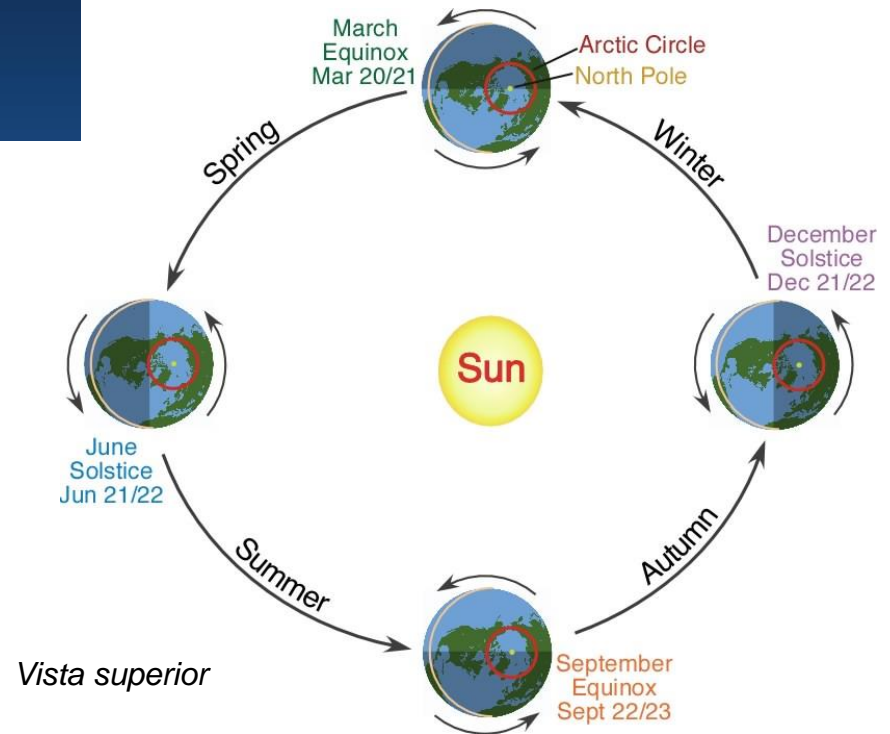


# As Estações do Ano (Hemisfério Norte)



*Em perspectiva*

São definidas pela inclinação do eixo de rotação da Terra em relação a seu plano orbital, durante o movimento anual.



*Vista superior*

# Estimativa da Massa do planeta Terra



$$P = M_1 \times g$$

e

$$g = G \times \frac{M_{Terra}}{d^2}$$



$$d \approx 6.400 \text{ km}$$

$$g = 9,8 \text{ ms}^{-2}$$

$$G = 6,67 \times 10^{-11} \text{ m}^3 \text{ kg}^{-1} \text{ s}^{-2}$$

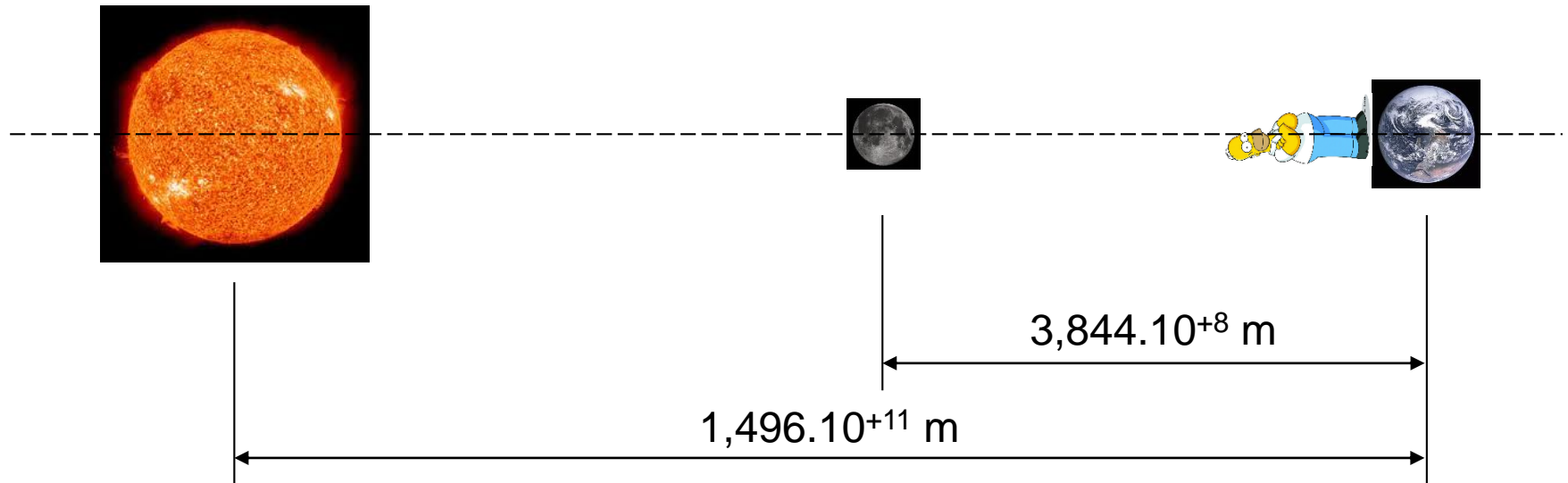
Resolução:

$$g = G \cdot \frac{M_{Terra}}{d^2} \rightarrow 9,81 = 6,67 \cdot 10^{-11} \cdot \frac{M_{Terra}}{(6,4 \cdot 10^6)^2} \rightarrow$$

$$M_{Terra} = 9,81 \cdot \frac{6,4^2 \cdot 10^{+12}}{6,67 \cdot 10^{-11}}$$

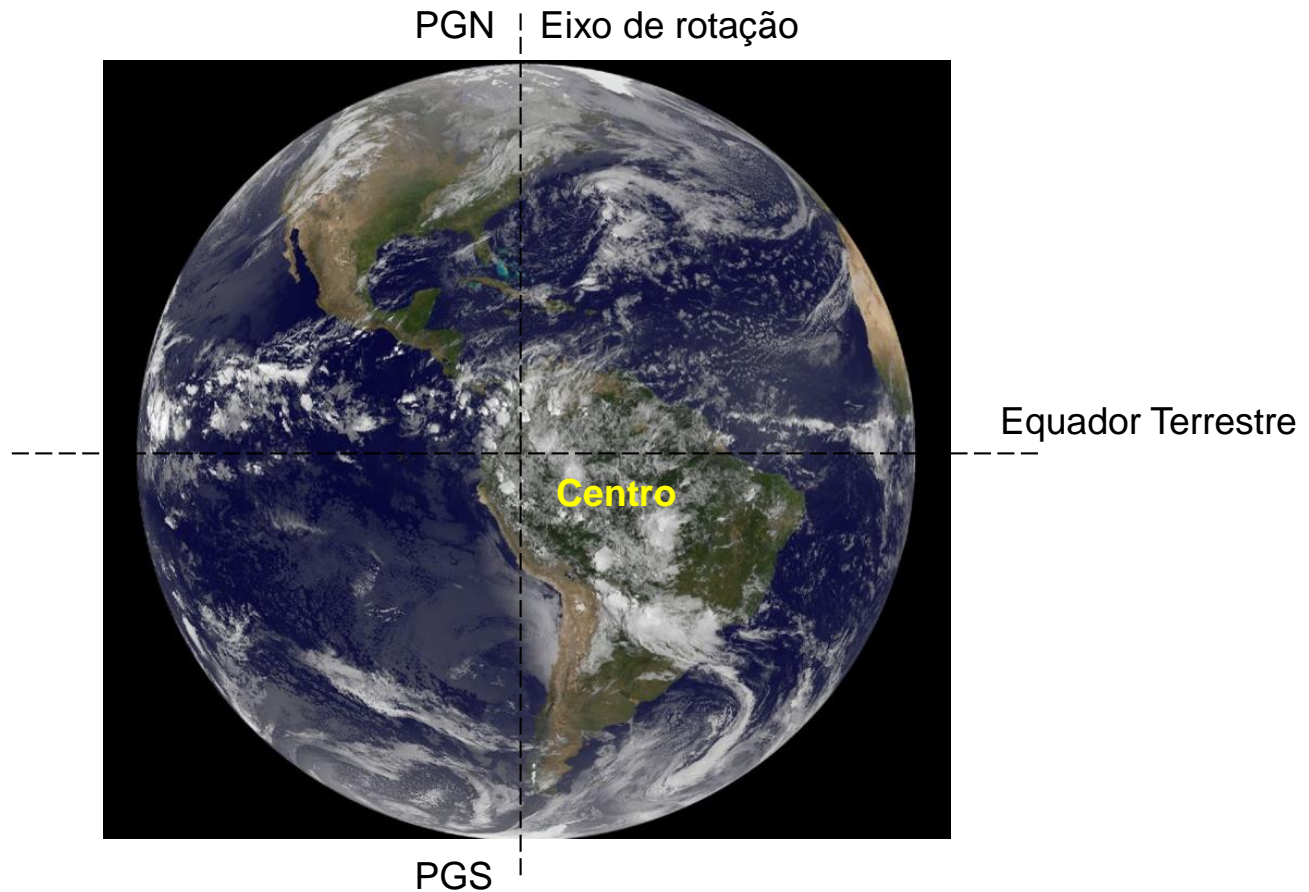
$$M_{Terra} = 6,02 \cdot 10^{+24} \text{ kg}$$

**Desafio:** Calcule a ação gravitacional sobre uma pessoa ( $m = ?$ ) posicionada no Equador terrestre, quando a Lua estiver em conjunção e contida no mesmo plano Sol - Terra (linha tracejada), em 4 situações:



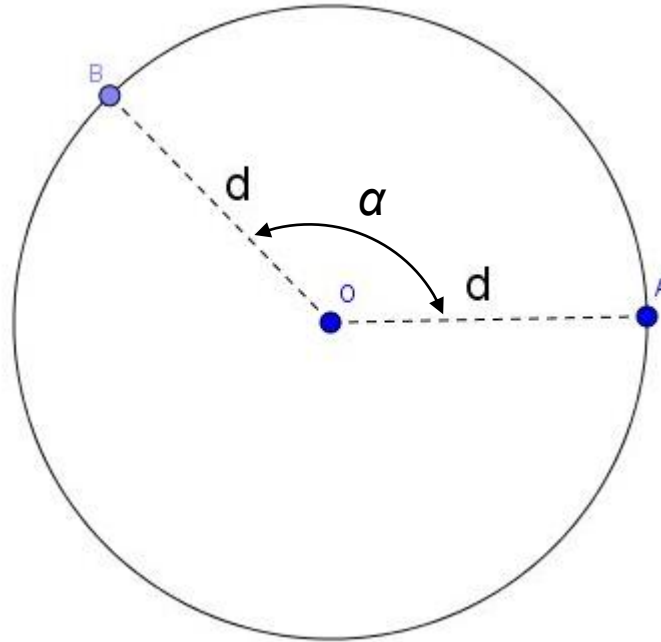
1. Somente pela ação gravitacional da *Terra* ( $M_{Terra} = 6,02 \cdot 10^{24} \text{ kg}$ )
2. Somente pela ação gravitacional da *Lua* ( $M_{Lua} = 7,349 \cdot 10^{22} \text{ kg}$ )
3. Somente pela ação gravitacional do *Sol* ( $M_{Sol} = 1,99 \cdot 10^{30} \text{ kg}$ )
4. Pela ação gravitacional simultânea dos 3 corpos celestes

## ***Cálculo da Aceleração da Gravidade no Equador Terrestre, considerando a rotação do planeta***



Sabendo que o movimento de rotação provoca uma diferença de **21 km** entre o raio do planeta medido do centro até o Equador ( $6.378,1 \text{ km}$ ) e aquele medido do centro até um dos polos, calcule a razão entre as acelerações no polo e no Equador.

O segundo de arco [ " ou **arcseg**]



1 volta completa tem  $360^\circ$  (ou  $2\pi$  radianos); cada grau ( $^\circ$ ) tem 60 minutos de arco ( $'$ ); cada minuto de arco tem 60 segundos de arco ( $''$ ). Portanto,

$$\frac{1}{2\pi} \text{radiano} \rightarrow 1,000^\circ$$

$$\frac{1}{2\pi} \text{radiano} \rightarrow 1^\circ \rightarrow 60' \rightarrow 3600''$$

# Determinação da distância entre Terra e Marte



Jean Richer  
1630 - 1696



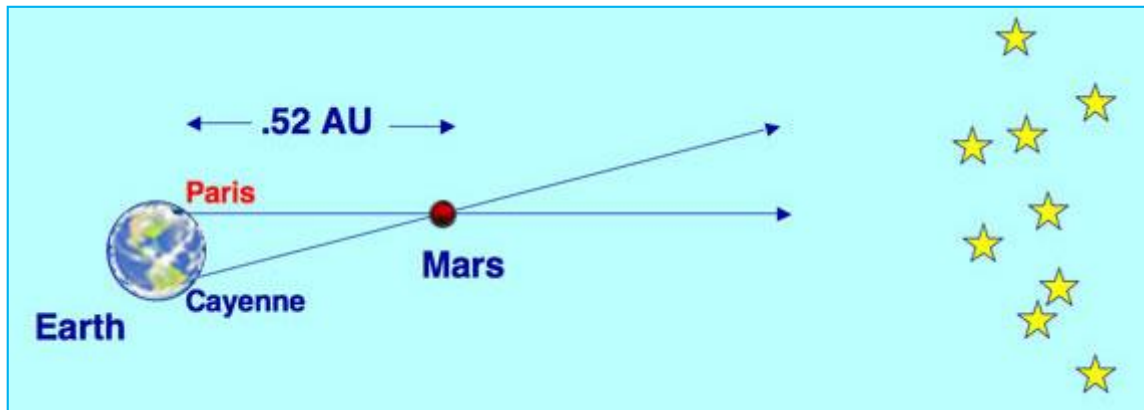
Jean-Félix Picard  
1620 - 1682



Ole Christensen Rømer  
1620 - 1682

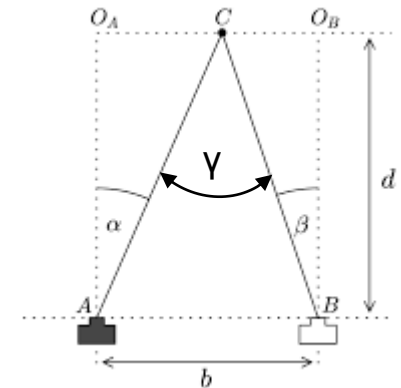


Giovanni D. Cassini  
1625 - 1712



$$d_{\text{Caiena} - \text{Paris}} \approx 7078 \text{ km}$$

1672 - 1673



$$\gamma \approx 15'' \text{ de arco}$$

<https://www.distance.to/Paris/Cayenne>

<http://astro.if.ufrgs.br/dist/dist.htm>

<https://faculty.humanities.uci.edu/bjbecker/ExploringtheCosmos/lecture16.html>



## Movimento circular uniforme

$$\vec{R}_{cp} = \vec{F}_g$$

Da igualdade dos módulos tem-se que:

$$R_{cp} = F_g$$

Para o corpo  $m_1$ :

Para o corpo  $m_2$ :

$$m_1 \cdot \frac{v_1^2}{R_1} = G \cdot \frac{m_1 \cdot m_2}{(R_1 + R_2)^2}$$

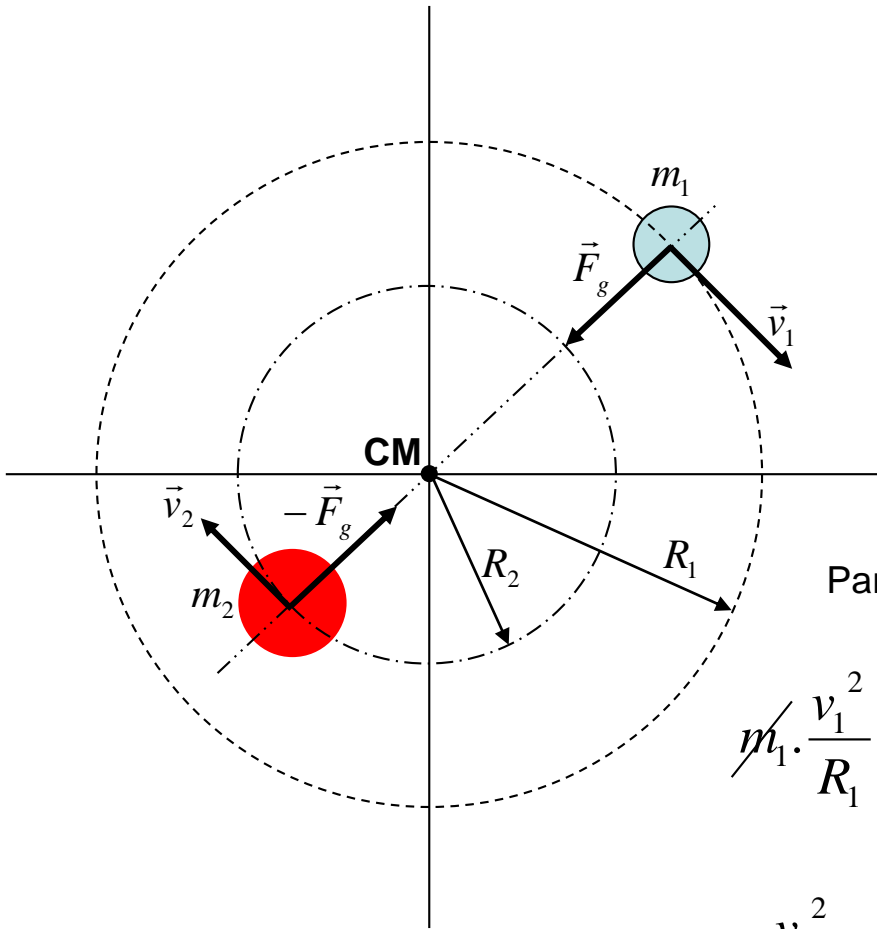
$$m_2 \cdot \frac{v_2^2}{R_2} = G \cdot \frac{m_1 \cdot m_2}{(R_1 + R_2)^2}$$

$$\frac{v_1^2}{R_1} = G \cdot \frac{m_2}{(R_1 + R_2)^2}$$

$$\frac{v_2^2}{R_2} = G \cdot \frac{m_1}{(R_1 + R_2)^2}$$

$$\frac{\left(\frac{2 \cdot \pi \cdot R_1}{T_1}\right)^2}{R_1} = G \cdot \frac{m_2}{(R_1 + R_2)^2}$$

$$\frac{\left(\frac{2 \cdot \pi \cdot R_2}{T_2}\right)^2}{R_2} = G \cdot \frac{m_1}{(R_1 + R_2)^2}$$



$$\frac{4.\pi^2.R_1^{\cancel{3}}}{T_1^2.\cancel{R_1}} = G.\frac{m_2}{(R_1 + R_2)^2}$$

$$\frac{4.\pi^2.R_2^{\cancel{3}}}{T_2^2.\cancel{R_2}} = G.\frac{m_1}{(R_1 + R_2)^2}$$

$$\frac{4.\pi^2.R_1}{T_1^2} = G.\frac{m_2}{(R_1 + R_2)^2}$$

$$\frac{4.\pi^2.R_2}{T_2^2} = G.\frac{m_1}{(R_1 + R_2)^2}$$

Contudo,  $T_1 = T_2 = T$ .

$$\frac{4.\pi^2.R_1}{T^2} = G.\frac{m_2}{(R_1 + R_2)^2}$$

$$\frac{4.\pi^2.R_2}{T^2} = G.\frac{m_1}{(R_1 + R_2)^2}$$

Se somarmos lado a lado resulta,

$$\frac{4.\pi^2.(R_1 + R_2)}{T^2} = G.\frac{(m_1 + m_2)}{(R_1 + R_2)^2}$$

$$\frac{(R_1 + R_2)^3}{T^2} = G \cdot \frac{(m_1 + m_2)}{4 \cdot \pi^2}$$

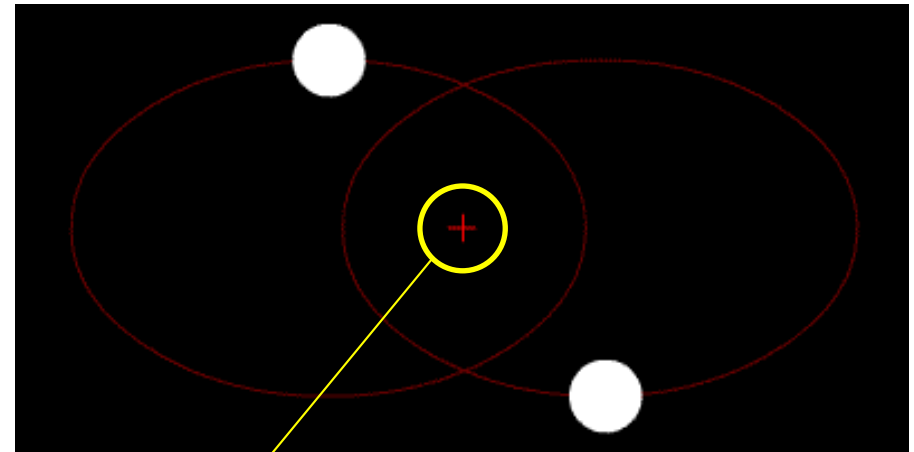
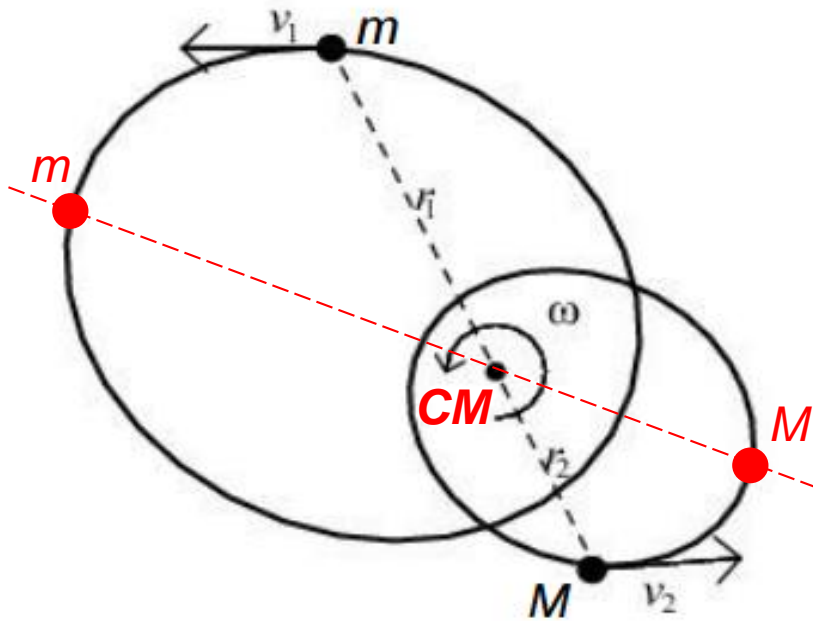
Como  $M_{total} = m_1 + m_2$  e  $a = R_1 + R_2$  onde  $a$  é a distância média entre os centros de massa dos corpos ou a soma dos semi-eixos maiores das elipses individuais.

$$\frac{a^3}{T^2} = G \cdot \frac{M_{total}}{4 \cdot \pi^2}$$

, sendo o lado direito da igualdade, a constante  $\underline{k}$  da **Lei dos Períodos de Kepler**.

Assim, usando os conhecimentos teóricos sobre Dinâmica Newtoniana, chegamos às leis experimentais de Kepler.

O movimento planetário, ou o estelar, acontece em torno do **Centro de Massa** do sistema!!



$$\frac{a^3}{T^2} = \frac{G \times (M + m)}{4 \times \pi^2}$$

<http://astro.if.ufrgs.br/movplan2/index.htm#3a>

<http://astro.if.ufrgs.br/bin/index.htm>

<http://astro.if.ufrgs.br/kepleis/node13.htm>

<http://astro.if.ufrgs.br/kepleis/node7.htm>

- Estimativa da Massa do planeta Terra

Lua: 384.400 km e 27,322 dias



## Períodos Lunares



# Tabela do Sistema Solar

	<u>Mercúrio</u>	<u>Vênus</u>	<u>Terra</u>	<u>Marte</u>	<u>Júpiter</u>	<u>Saturno</u>	<u>Urano</u>	<u>Netuno</u>
Diâmetro (Terra = 1)	0,382	0,949	1	0,532	11,209	9,44	4,007	3,883
Diâmetro (km)	4.878	12.104	12.756	6.787	142.800	120.000	51.118	49.528
Massa (.10 <sup>+24</sup> kg)	0,330	4,87	5,97	0,642	1899	568	86,8	102
Distância média do Sol (.10 <sup>+6</sup> km)	57,9	108,2	149,6	227,9	778,6	1433,5	2872,5	4495,1
Período orbital (1 ano = 365,25 dias)	0,24	0,62	1	1,88	11,86	29,46	84,01	164,8
Excentricidade orbital	0,2056	0,0068	0,0167	0,0934	0,0483	0,0560	0,0461	0,0097
Velocidade orbital (km/s)	47,89	35,03	29,79	24,13	13,06	9,64	6,81	5,43
Período de rotação (hora)	1407,6	-5832,5	23,9	24,6	9,9	10,7	-17,2	16,1
Inclinação do eixo (grau)	0,0	177,4	23,45	23,98	3,08	26,73	97,92	28,8
Temperatura superficial média (°C)	-180 to 430	465	-89 to 58	-82 to 0	-150	-170	-200	-210
Gravidade no Equador (g = 9,8 m/s <sup>2</sup> )	0,38	0,9	1	0,38	2,64	0,93	0,89	1,12
Velocidade de escape (km/s)	4,25	10,36	11,18	5,02	59,54	35,49	21,29	23,71
Densidade média (água = 1)	5,43	5,25	5,52	3,93	1,33	0,71	1,24	1,67
Composição atmosférica	0	CO <sub>2</sub>	N <sub>2</sub> + O <sub>2</sub>	CO <sub>2</sub>	H <sub>2</sub> +He	H <sub>2</sub> +He	H <sub>2</sub> +He	H <sub>2</sub> +He
Número de satélites naturais	0	0	1	2	63	62	27	13
Aneis?	não	não	não	não	sim	sim	sim	sim

**Agora são 79!! (2018)**

**82**

**14**

- **Estimativa da Massa do planeta Júpiter**



- **Estimativa da Massa do Sol**

$$M_{\text{Sol}} / M_{\text{Terra}} \approx 332.800$$

$$a_{ST} \approx 1,496 \cdot 10^{+11} \text{ m}$$

$$T_{ST} \approx 365,25 \text{ dias}$$



- **Estimativa da Massa da Via Láctea**

$$27.200 \text{ a.L.}; 2,25 \times 10^{+8} \text{ anos}$$



Galáxia espiral  
M83 NGC5236

- **Estimativa do número de estrelas em uma Galáxia**

$\approx 100$  bilhões de estrelas!!

Resolução para o Sol:

$$\frac{a^3}{T^2} = G \cdot \frac{M_{total}}{4 \cdot \pi^2}$$

$$\frac{(1,496 \cdot 10^{+11} \text{ m})^3}{\left(365,25 \text{ dias} \cdot 24 \frac{\text{horas}}{\text{dia}} \cdot 60 \frac{\text{min}}{\text{hora}} \cdot 60 \frac{\text{s}}{\text{min}}\right)^2} = 6,67 \cdot 10^{-11} \frac{\text{m}^3}{\text{kg} \cdot \text{s}^2} \cdot \frac{M_{Total}}{4 \cdot \pi^2}$$

$$M_{Total} = \frac{(1,496)^3 \cdot 4 \cdot \pi^2}{(3,6525 \cdot 2,4 \cdot 3,6)^2 \cdot 6,67} \cdot \frac{(10^{+11})^3}{(10^{+6})^2 \cdot 10^{-11}}$$

$$M_{Total} = 0,0199 \cdot 10^{+32}$$

$$M_{Total} = 1,99 \cdot 10^{+30} \text{ kg}$$

$$\rightarrow M_{Sol} \approx 1,99 \cdot 10^{+30} \text{ kg}$$

$$M_{Terra} = 6,0 \cdot 10^{+24} \text{ kg} \rightarrow M_{Terra} = 0,000006 \cdot 10^{+30} \text{ kg}$$

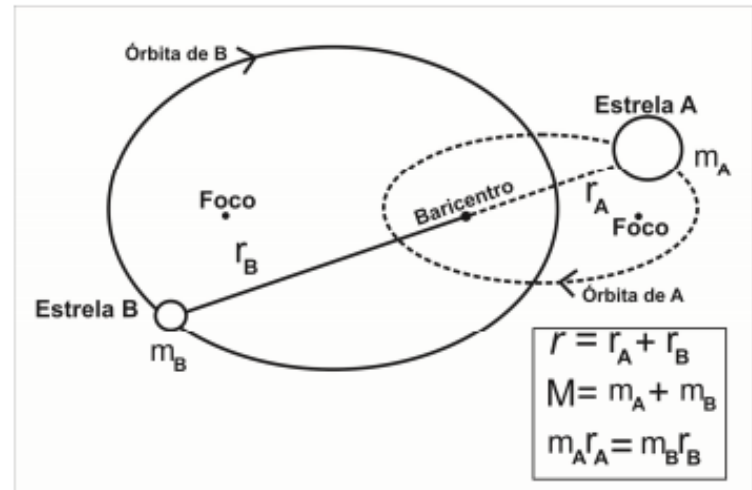


# **Estimativa da distância média Sol – Cometa C/2022 E3 (ZTF)**

Hipótese simplificadora: considerar órbita elíptica

10. O Sol é uma estrela isolada, mas a maioria delas são binárias, ou seja, ambas giram em torno do baricentro do sistema. Conhecer a massa das estrelas é fundamental em Astronomia. Ao lado mostramos o esquema de um sistema binário típico, visto “de cima”. Pela lei da gravitação universal sabemos que a força gravitacional,  $F_g$ , entre ambas as estrelas é

$$F_g = \frac{Gm_A m_B}{r^2},$$



onde  $G$  é a constante da gravitação universal,  $m_A$  e  $m_B$  as massas das estrelas e  $r$  a separação entre elas. Suponha que ambas descrevam trajetórias quase circulares em torno do baricentro. Neste caso a força centrípeta,  $F_c$ , sobre qualquer das estrelas, da “A”, por exemplo, é dada por:

$$F_c = \frac{m_A v_A^2}{r_A} \quad \text{e é igual à força gravitacional entre elas, ou seja: } F_g = F_c.$$

A velocidade  $v_A$  pode ser medida pelo período orbital,  $T$ , da estrela “A”, ou seja,

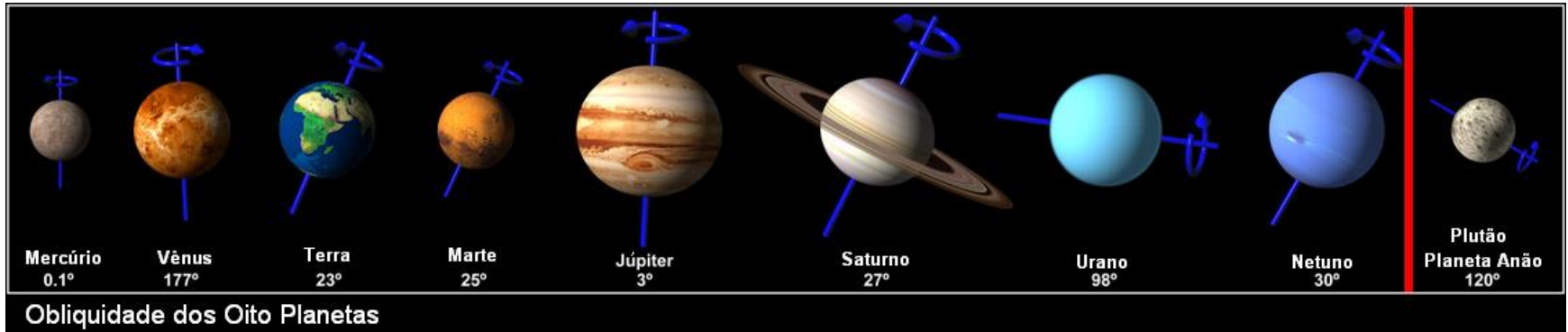
$$v_A = \frac{2\pi r_A}{T}.$$

Em sistemas binários os períodos orbitais das estrelas são sempre iguais, pois ambas giram em torno do baricentro, no mesmo período e estão sempre diametralmente opostas.

Use as equações acima e demonstre que, em função de apenas  $\pi$ ,  $G$ ,  $r$  e  $T$ , podemos determinar a soma das massas,  $M = m_A + m_B$ , das estrelas.

*Observação: A equação determinada também é conhecida como a 3ª lei de Kepler ou lei dos Períodos ou ainda lei Harmônica.*

# Características dos planetas



Celestial Object	Mean Distance from Sun (million km)	Period of Revolution (d=days) (y=years)	Period of Rotation at Equator	Eccentricity of Orbit	Equatorial Diameter (km)	Mass (Earth = 1)	Density (g/cm <sup>3</sup> )
SUN	—	—	27 d	—	1,392,000	333,000.00	1.4
MERCURY	57.9	88 d	59 d	0.206	4,879	0.06	5.4
VENUS	108.2	224.7 d	243 d	0.007	12,104	0.82	5.2
EARTH	149.6	365.26 d	23 h 56 min 4 s	0.017	12,756	1.00	5.5
MARS	227.9	687 d	24 h 37 min 23 s	0.093	6,794	0.11	3.9
JUPITER	778.4	11.9 y	9 h 50 min 30 s	0.048	142,984	317.83	1.3
SATURN	1,426.7	29.5 y	10 h 14 min	0.054	120,536	95.16	0.7
URANUS	2,871.0	84.0 y	17 h 14 min	0.047	51,118	14.54	1.3
NEPTUNE	4,498.3	164.8 y	16 h	0.009	49,528	17.15	1.8
EARTH'S MOON	149.6 (0.386 from Earth)	27.3 d	27.3 d	0.055	3,476	0.01	3.3

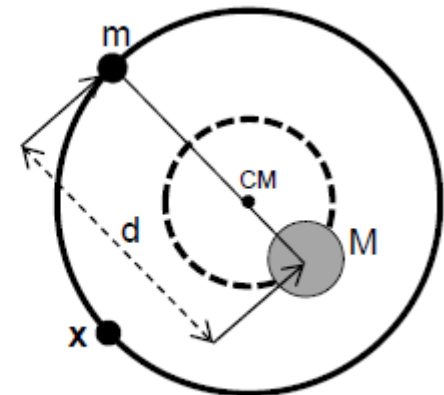
# Exercícios

11. Utilizando a tabela, estime a massa de planetas externos do Sistema Solar. Para verificar a concordância do valor, use os dados de **3** satélites naturais.

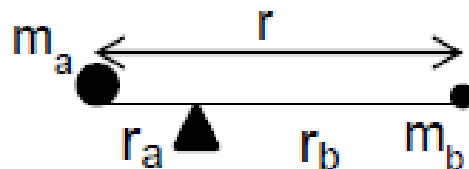
Image	Numeral	Name	Mean radius (km)	Semi-major axis (km)	Sidereal period (d) (r = retrograde)	Discovery year	Discovered by	Notes	Ref(s)	Planet
	II	<i>Europa</i>	1560.7 ± 0.7	671,100	3.551	1610	Galileo	Main-group moon (Galilean)	[12][13]	Jupiter
	III	<i>Ganymede</i>	2634.1 ± 0.3	1,070,400	7.155	1610	Galileo	Main-group moon (Galilean)	[12][13]	Jupiter
	IV	<i>Callisto</i>	2408.4 ± 0.3	1,882,700	16.69	1610	Galileo	Main-group moon (Galilean)	[12][13]	Jupiter
	V	<i>Amalthea</i>	83.45 ± 2.4	181,400	0.498	1892	Barnard	Inner moon (Amalthea)	[11][12][14]	Jupiter
	I	<i>Mimas</i>	198.2 ± 0.4	185,540	0.942	1789	Herschel	Main-group moon	[11][12]	Saturn
	II	<i>Enceladus</i>	252.3 ± 0.6	238,040	1.370	1789	Herschel	Main-group moon	[11][12]	Saturn
	III	<i>Tethys</i>	536.3 ± 1.5	294,670	1.888	1684	Cassini	Main-group moon (Sidera Lodoicea)	[11][12]	Saturn
	IV	<i>Dione</i>	562.5 ± 1.5	377,420	2.737	1684	Cassini	Main-group moon (Sidera Lodoicea)	[11][12]	Saturn
	V	<i>Rhea</i>	764.5 ± 2.0	527,070	4.518	1672	Cassini	Main-group moon (Sidera Lodoicea)	[11][12]	Saturn
	I	<i>Ariel</i>	578.9 ± 0.6	190,900	2.520	1851	Lassell	Main-group moon	[11][12]	Uranus
	II	<i>Umbriel</i>	584.7 ± 2.8	266,000	4.144	1851	Lassell	Main-group moon	[11][12]	Uranus
	III	<i>Titania</i>	788.9 ± 1.8	436,300	8.706	1787	Herschel	Main-group moon	[11][12]	Uranus
	IV	<i>Oberon</i>	761.4 ± 2.6	583,500	13.46	1787	Herschel	Main-group moon	[11][12]	Uranus
	V	<i>Miranda</i>	235.8 ± 0.7	129,900	1.413	1948	Kuiper	Main-group moon	[11][12]	Uranus

12.

Existem alguns métodos para identificar planetas extrassolares, todos com suas limitações, claro. Um deles é o da detecção da variação da velocidade radial da estrela, devido à presença de um planeta ao seu redor. Ou seja, quando o plano da órbita do planeta extrassolar está na direção da linha de visada da Terra, a estrela ora se aproxima e ora se afasta de nós. Esta oscilação pode ser observada no seu espectro e com isso pode-se determinar a massa do planeta que esta estrela possui. Esta oscilação ocorre porque ambos (estrela e planeta) giram em torno do centro de massa (CM) ou baricentro do sistema. Na figura ao lado representamos a estrela **51 Pegasi**, da constelação de Pégaso, de magnitude aparente 5,5, distante 51 anos-luz, de massa  $M = 2,2 \times 10^{30}$  kg e sua órbita, quase circular (linha tracejada) e seu planeta chamado **51 Pegasi b**, com período orbital de 4,2 dias, de massa  $m = 9,5 \times 10^{26}$  kg e sua órbita (também quase circular). Note que:  $M = 2.316m$ . Os centros de massa da estrela e do planeta estão separados, em média, pela distância  $d = 8 \times 10^6$  km.



Qual é a distância do centro da **51 Pegasi** ao baricentro do sistema? Vamos ajudar. Você sabe que quando está numa gangorra e do outro lado está alguém mais pesado que você, ele precisa ficar mais perto do centro da gangorra e você mais longe do centro dela, se desejarem, por exemplo, deixar a gangorra parada com ambos equilibrados na horizontal. Existe uma equação que relaciona suas massas ( $m_a$  e  $m_b$ ) e respectivas distâncias ( $r_a$  e  $r_b$ ) ao centro da gangorra para que ela fique em equilíbrio:  $m_a r_a = m_b r_b$ . Já entendeu, certo? É só colocar estrela e planeta na gangorra.



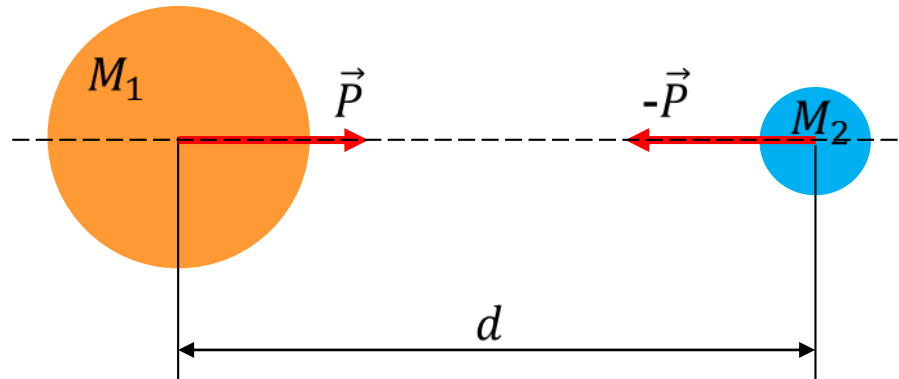
**51 Pegasi?**

O período orbital de **51 Pegasi b** é de 4,2 dias. Qual é o período orbital de

Faça um **X** no círculo tracejado onde estará **51 Pegasi** quando **51 Pegasi b** estiver na posição **X** indicada na figura acima.

# A Energia Mecânica na Gravitação

## Energia Potencial Gravitacional



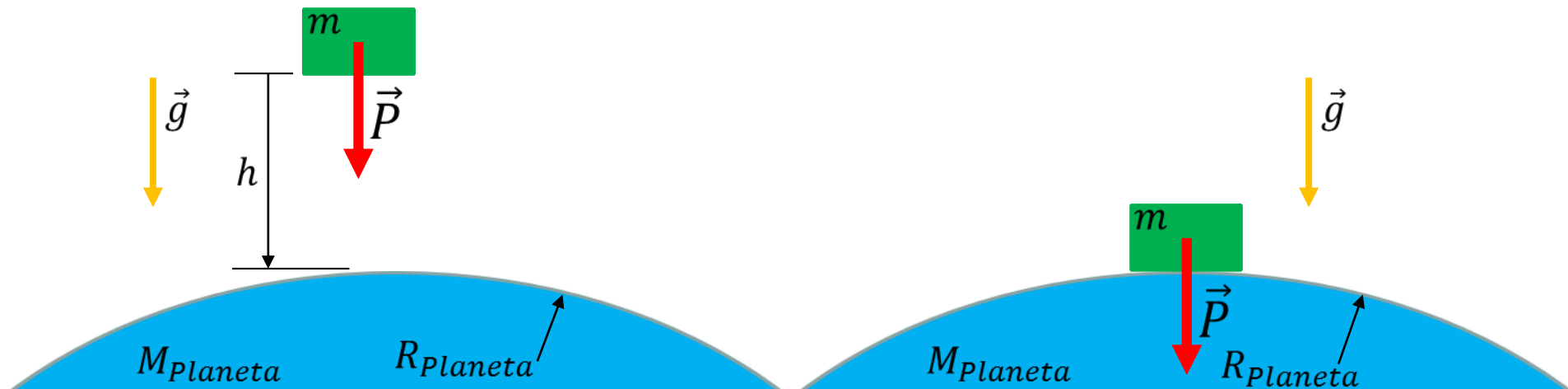
Para um sistema atrativo contendo 2 corpos em repouso:

$$E_{Pot.Grav.\infty} = -G \cdot \frac{M_1 \cdot M_2}{d}$$

sendo o infinito ( $d \rightarrow \infty$ ), o referencial para a energia potencial gravitacional nula (máxima),  $E_{pg\infty} = 0$ ,

e a distância d, medida entre os Centros de Massa dos dois corpos.

De onde vem a expressão  $E_{PG} = m.g.h$ , onde  $h$  representa uma posição, não um deslocamento, em região onde  $g$  é constante?



Trabalho de uma força qualquer:

$$W_{(\vec{F})} = |\vec{F}| \cdot \Delta S \cdot \cos \alpha$$

Trabalho da Força Peso:

$$W_{(\vec{P})} = |\vec{P}| \cdot h \cdot \cos 0^\circ$$

$$W_{(\vec{P})} = m \cdot g \cdot h, \quad \text{onde } h \text{ representa deslocamento.}$$

Trabalho da Força Resultante:

$$W_{\vec{R}_{es}} = |\vec{R}_{es}| \cdot \Delta S \cdot \cos \alpha = \Delta E_{Cin}$$

“Teorema da Energia Cinética”

Para o caso de forças conservativas:  $W_{\vec{R}_{es}} = \Delta E_{Cin} = -\Delta E_{PG} = -\left(E_{PG_{final}} - E_{PG_{inicial}}\right)$

Isto é, o trabalho de uma força conservativa entre uma posição inicial e uma final independe do caminho seguido, o que permite definir uma função “**Energia Potencial**” para essa força. Assim, pela igualdade acima, percebe-se que, quando uma energia aumenta (p.e., a cinética), a outra diminui (a potencial).

Para o caso da Força Peso:  $E_{PG} = -G \cdot \frac{M \cdot m}{d} \rightarrow$  **Energia Potencial Gravitacional**

Trabalho do Peso como Resultante:  $W_{Res(\vec{P})} = -\left[-G \cdot \frac{M \cdot m}{R} - \left(-G \cdot \frac{M \cdot m}{R + h}\right)\right]$

$$W_{Res(\vec{P})} = +G \cdot \frac{M \cdot m}{R} - G \cdot \frac{M \cdot m}{R + h}$$

$$W_{Res(\vec{P})} = \frac{G \cdot M \cdot m \cdot (R + h) - G \cdot M \cdot m \cdot R}{R \cdot (R + h)}$$

$$W_{Res(\vec{P})} = \frac{\cancel{G \cdot M \cdot m \cdot R} + G \cdot M \cdot m \cdot h - \cancel{G \cdot M \cdot m \cdot R}}{R \cdot (R + h)}$$



Colocando  $R$  entre parênteses em evidência, tem-se:

$$W_{Res(\vec{P})} = + \frac{G.M.m.h}{R^2 \cdot \left(1 + \frac{R.h}{R^2}\right)}$$

$$W_{Res(\vec{P})} = + \frac{G.M.m.h}{R^2 \cdot \left(1 + \frac{h}{R}\right)}$$

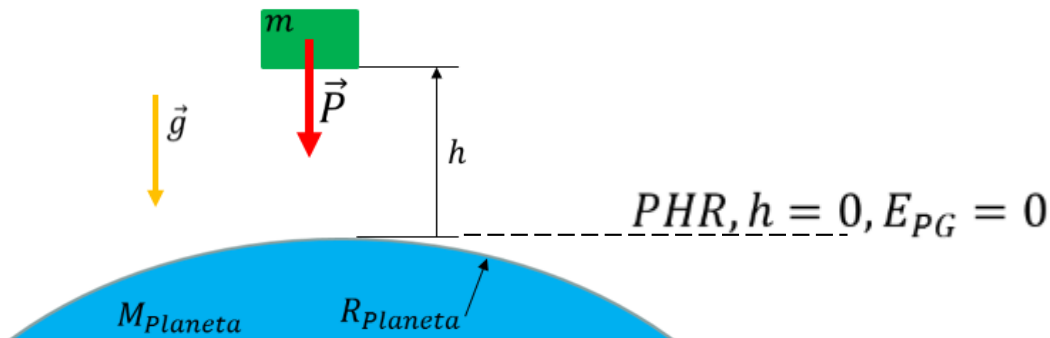
Porém,  $R \gg h \rightarrow \frac{h}{R} \approx 0$

$$W_{Res(\vec{P})} = +m \cdot \frac{G.M}{R^2} \cdot h \rightarrow$$

$$W_{Res(\vec{P})} = +m \cdot g \cdot h$$

onde  $h$  representa deslocamento.

Tomando-se a superfície do planeta como referência “0” para energias potenciais gravitacionais iguais a “0”, tem-se:



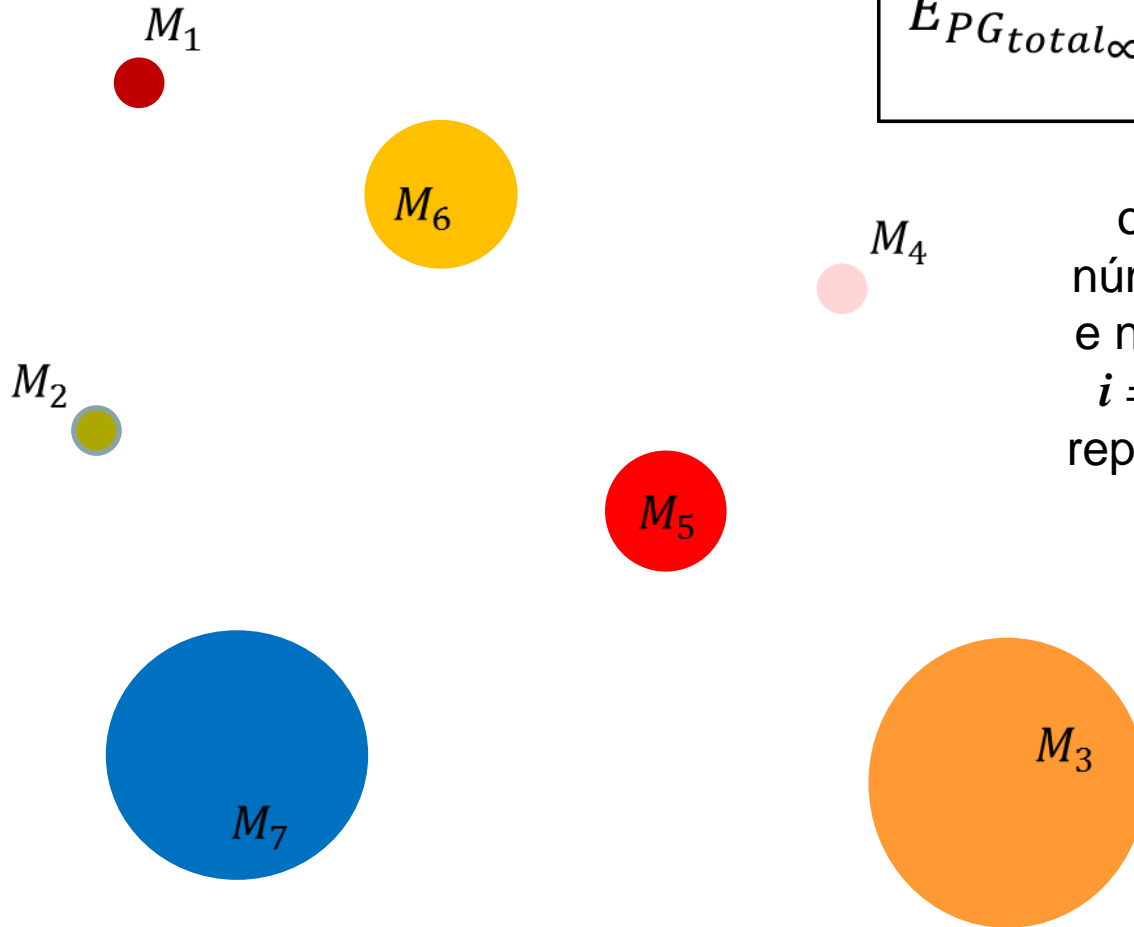
$$E_{PG} = m \cdot g \cdot h$$

onde  $h$  representa posição e  $g$  tem valor constante.

Para um sistema atrativo de  $n$  corpos em repouso, a Energia Potencial Gravitacional Total vale:

$$E_{PG_{total\infty}} = \sum -G \cdot \frac{M_i \cdot M_j}{d_{ij}}$$

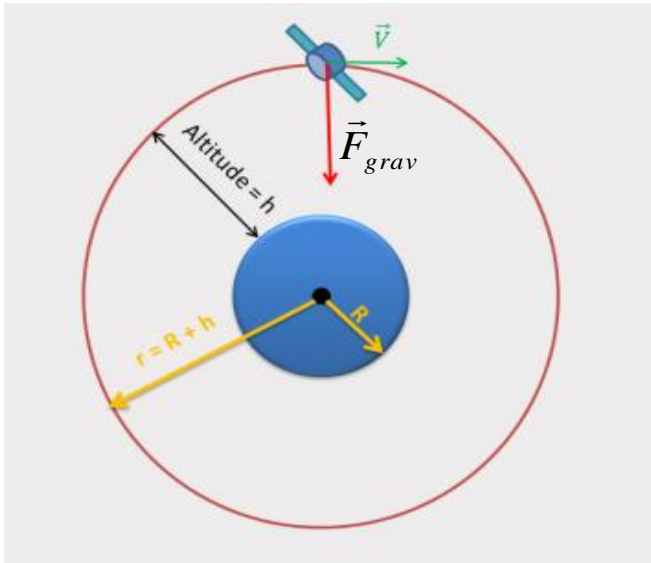
onde  $i$  e  $j$  são pares de números diferentes entre si e não permitem troca (p.e.,  $i = 1$  e  $j = 2$  e  $i = 2$  e  $j = 1$  representam o mesmo par).



# Satélites Artificiais

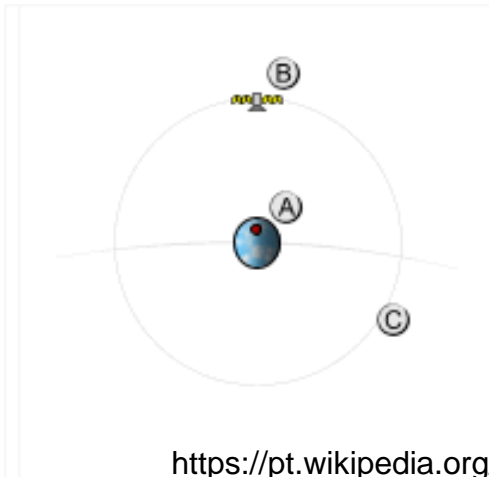
$$\frac{a^3}{T^2} = G \cdot \frac{M_{total}}{4 \cdot \pi^2} \rightarrow$$

$$a = \sqrt[3]{\frac{G \cdot M_{Terra} \cdot T^2}{4 \cdot \pi^2}}$$



**Telstar 1** (77kg)  
NASA – 1962  
**T = 157,8 min**

- Satélites Geoestacionários (**Determine a altitude h**)



<https://pt.wikipedia.org/wiki/SGDC-1>



Satélite Geoestacionário de Defesa e Comunicações - **SGDC - 1** (2017)



○ Estações  
◇ Centros de Operações Espaciais

Cálculo da altitude **h** de um satélite geostacionário:

- Massa da Terra ( $M_{Terra}$ ):  $5,97 \times 10^{24}$  kg
- Período do movimento (T): **24h**

$$T = 24\cancel{h} \cdot 60 \frac{\cancel{min}}{h} \cdot 60 \frac{s}{\cancel{min}} \rightarrow T = 8,64 \cdot 10^4 s$$

$$a = \sqrt[3]{\frac{G \cdot M_{Terra} \cdot T^2}{4 \cdot \pi^2}}$$

$$a = \sqrt[3]{\frac{6,67 \cdot 10^{-11} \cdot 5,97 \cdot 10^{24} \cdot (8,64 \cdot 10^4)^2}{4 \cdot \pi^2}} \rightarrow a = \sqrt[3]{75,295 \cdot 10^{21}}$$

$$a = 4,223 \cdot 10^7 m$$

Distância entre o centro do planeta e a posição do satélite

- Altitude **h**:  $h = a - R_{Terra} \rightarrow h = 42230 \text{ km} - 6378 \text{ km} \rightarrow h = 35852 \text{ km}$

# Energia Cinética

- Determinação da velocidade orbital de um satélite geoestacionário, considerando órbita circular:

$$v_{orb} = \frac{\text{Perímetro}}{\text{Período (T)}}$$

$$v_{orb} = \frac{\Delta S}{\Delta t} \rightarrow v_{orb} = \frac{2 \cdot \pi \cdot 4,223 \cdot 10^7}{8,64 \cdot 10^4} \rightarrow \boxed{v_{orb} = 3,071 \cdot 10^3 \frac{m}{s}}$$

- Determine a **Energia Cinética** de um satélite geoestacionário, considerando órbita circular e o satélite SGDC – 1 (massa = 5735 kg).

$$E_{cin} = \frac{m \cdot v^2}{2}$$

- Determine a **Energia Mecânica Total** do sistema Terra-satélite geoestacionário, considerando órbita circular e o satélite SGDC - 1 (massa = 5735 kg).

$$E_{Mec} = E_{cin} + E_{PG}$$

# Velocidade de Escape

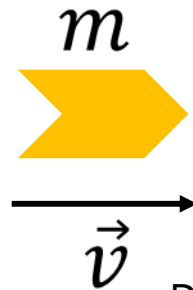
É a velocidade com que se deve lançar um corpo (**sem propulsão própria**) da superfície de um planeta para que ele vá para o infinito ( $v_{\text{final}} = 0$ ), nunca mais retornando.

Pela Conservação de Energia, tem-se:

$$E_{Mec_{inicial}} = E_{Mec_{final}}$$

$$E_{Cin_{inicial}} + E_{PG_{inicial}} = E_{Cin_{final}} + E_{PG_{final}}$$

$0 \quad E_{PG_{\infty}} = 0$



Dividindo-se os dois lados da igualdade pela massa do corpo lançado ( $m$ ), vem

$$\frac{m \cdot v_{esc}^2}{2} + \left( -G \cdot \frac{m \cdot M}{R_{Planeta}} \right) = 0$$

$$v_{esc} = \sqrt{\frac{2 \cdot G \cdot M}{R_{Planeta}}}$$

Cálculo da velocidade de escape, para o Planeta Terra:

- Massa da Terra:  $5,97 \times 10^{24}$  kg
- Raio da Terra: 6.378 km

$$v_{esc} = \sqrt{\frac{2 \cdot G \cdot M}{R_{Planeta}}}$$

$$v_{esc} = \sqrt{\frac{2 \cdot 6,67 \cdot 10^{-11} \cdot 5,97 \cdot 10^{24}}{6,378 \cdot 10^6}}$$

$$v_{esc} = \sqrt{1,2487 \cdot 10^8}$$

$$v_{esc} = 1,117 \cdot 10^4 \text{ m/s}$$

$$v_{esc} = 11,17 \text{ km/s}$$

Com dados de *massa e raio do planeta* da tabela do eslaide **66**, calcule as outras velocidades de escape.

# Plataformas de Lançamento

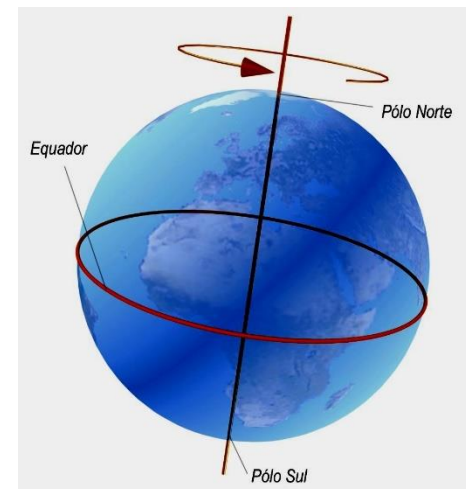


**Soyuz TMA-15**

Cosmódromo de Baikonur,  
Kazaquistão

27/05/2009

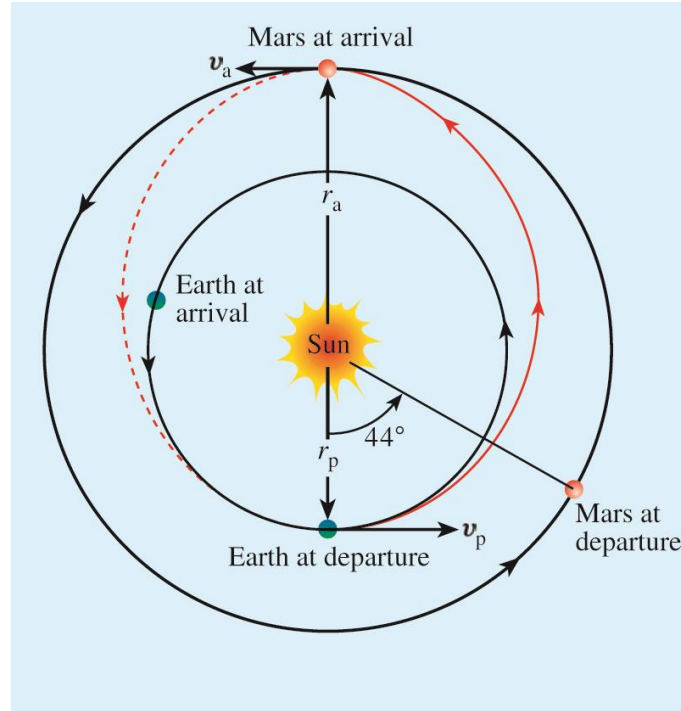
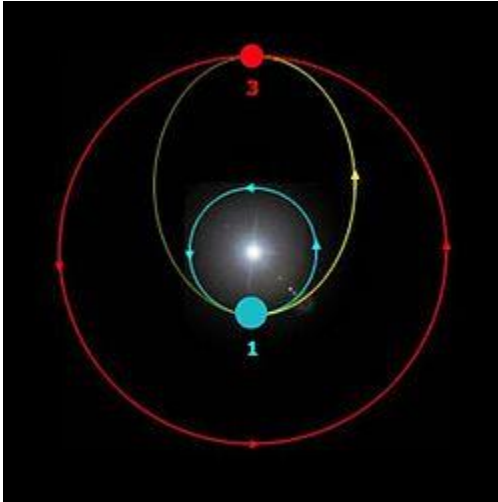
A velocidade tangencial **máxima** acontece na linha do Equador.





# Navegação Espacial

## Órbita de Transferência de Hohmann



Walter Hohmann  
18/03/1880 - 11/03/1945

Sonda	Tempo (dias)
Mariner 4 (11/1964 - 12/1967)	228
Viking 1 (08/1975 - 11/1982)	304
Viking 2 (09/1975 - 04/1980)	333
Curiosity (11/2011 - em operação)	254

- Determinação do tempo de viagem do satélite, da Terra até Marte:

$$\frac{a^3}{T^2} = G \cdot \frac{M_{Total}}{4 \cdot \pi^2}$$

$$a_{S/M} = 2,279 \cdot 10^{+11} m \quad a_{S/T} = 1,496 \cdot 10^{+11} m$$

$$\frac{\left[ \left( \frac{1,496 + 2,279}{2} \right) \cdot 10^{+11} \right]^3}{T^2} = 6,67 \cdot 10^{-11} \cdot \frac{1,99 \cdot 10^{+30}}{4 \cdot \pi^2} \rightarrow m_{sat} \text{ desprezível}$$

$$T^2 = \frac{4 \cdot \pi^2 \cdot 1,8875^3}{6,67 \cdot 1,99} \cdot \frac{10^{+33}}{10^{-11} \cdot 10^{+30}}$$

$$T^2 \approx 20 \cdot 10^{+14}$$

$$T \approx 4,47 \cdot 10^{+7} s \rightarrow T \approx 517,36 \text{ dias}$$

$$T_{viagem} \approx 259 \text{ dias}$$

# Referências

- [http://pt.wikipedia.org/wiki/Leis\\_de\\_Kepler](http://pt.wikipedia.org/wiki/Leis_de_Kepler)
- <http://www.uranometrianova.pro.br/astrologia/AA002/4leikepler.htm>
- [http://pt.wikipedia.org/wiki/Lei\\_da\\_gravita%C3%A7%C3%A3o\\_universal](http://pt.wikipedia.org/wiki/Lei_da_gravita%C3%A7%C3%A3o_universal)
- <http://www.britannica.com/EBchecked/topic-art/77001/15450/Tycho-Brahe-and-his-assistants-in-his-Uraniborg-observatory-a>
- [http://pt.wikipedia.org/wiki/Isaac\\_Newton](http://pt.wikipedia.org/wiki/Isaac_Newton)
- [https://en.wikipedia.org/wiki/Aristarchus\\_of\\_Samos](https://en.wikipedia.org/wiki/Aristarchus_of_Samos)
- <http://marcio.miranda.zip.net/images/CopernicSystem.png>
- <http://pt.wikipedia.org/wiki/Almagesto>
- <http://pt.wikipedia.org/wiki/Ptolemeu>
- [http://pt.wikipedia.org/wiki/Movimento\\_retr%C3%B3grado\\_aparente](http://pt.wikipedia.org/wiki/Movimento_retr%C3%B3grado_aparente)
- <http://astro.if.ufrgs.br/p1/p1.htm>
- <http://www.comciencia.br/comciencia/?section=8&edicao=27&tipo=resenha>
- [http://pt.wikipedia.org/wiki/Henry\\_Cavendish](http://pt.wikipedia.org/wiki/Henry_Cavendish)
- [http://www.ccvalg.pt/astrologia/historia/johannes\\_kepler.htm](http://www.ccvalg.pt/astrologia/historia/johannes_kepler.htm)
- [http://en.wikipedia.org/wiki/Kepler's\\_laws\\_of\\_planetary\\_motion](http://en.wikipedia.org/wiki/Kepler's_laws_of_planetary_motion)
- [http://ssd.jpl.nasa.gov/?planet\\_phys\\_par](http://ssd.jpl.nasa.gov/?planet_phys_par)
- <http://nssdc.gsfc.nasa.gov/planetary/factsheet/>
- [http://www.windows2universe.org/our\\_solar\\_system/planets\\_table.html](http://www.windows2universe.org/our_solar_system/planets_table.html)
- [http://www.if.ufrgs.br/~tiberio/disciplinas/fis02008/aristoteles\\_Andrea.pdf](http://www.if.ufrgs.br/~tiberio/disciplinas/fis02008/aristoteles_Andrea.pdf)
- [http://www.uranometrianova.pro.br/jornal/ca/CoelumAustrale\\_024.pdf](http://www.uranometrianova.pro.br/jornal/ca/CoelumAustrale_024.pdf)
- [http://200.17.141.35/egsantana/dinamica/con\\_mlineal/m\\_lineal/mlineal.htm](http://200.17.141.35/egsantana/dinamica/con_mlineal/m_lineal/mlineal.htm)
- [http://www.rumoaioita.com/site/attachments/582\\_gravitacao\\_universal\\_fisica\\_hebert\\_aquino\\_teorias\\_exercicios.pdf](http://www.rumoaioita.com/site/attachments/582_gravitacao_universal_fisica_hebert_aquino_teorias_exercicios.pdf)
- <http://www.seara.ufc.br/folclore/folclore348.htm>
- [http://www.das.inpe.br/ciaa/aulas\\_pdfs/sistemasolar/sistema\\_solar.pdf](http://www.das.inpe.br/ciaa/aulas_pdfs/sistemasolar/sistema_solar.pdf)
- [http://www.fisica.ufes.br/sites/www.fisica.ufes.br/files/015\\_Carlos\\_Augusto\\_Ferreira.pdf](http://www.fisica.ufes.br/sites/www.fisica.ufes.br/files/015_Carlos_Augusto_Ferreira.pdf) (importante)
- [http://idl.ul.pt/sites/idl.ul.pt/files/docs/Cap1\\_SistemaSolar\\_2012.pdf](http://idl.ul.pt/sites/idl.ul.pt/files/docs/Cap1_SistemaSolar_2012.pdf)
- <http://astro.if.ufrgs.br/kepler/problema/problema.htm>
- <https://giphy.com/gifs/XjWv6gg5JWkIW>
- <http://astro.if.ufrgs.br/dados.htm> dados gerais
- [https://pt.wikipedia.org/wiki/Sat%C3%A9lite\\_artificial#/media/File:Geostationary\\_orbit-animation.gif](https://pt.wikipedia.org/wiki/Sat%C3%A9lite_artificial#/media/File:Geostationary_orbit-animation.gif)
- <http://atelim.com/lcp-10-journey-to-mars-the-physics-of-traveling-to-the-red-planet.html> Marte
- <http://starsdestination.blogspot.com/2010/01/walter-hohmann.html>
- <https://faculty.humanities.uci.edu/bjbecker/ExploringtheCosmos/lecture16.html>
- <https://thegreatestsciencediscoveries.wordpress.com/2017/02/08/distance-to-the-sun/>
- [https://en.wikipedia.org/wiki/Kepler\\_conjecture](https://en.wikipedia.org/wiki/Kepler_conjecture)
- [https://en.wikipedia.org/wiki/Johannes\\_Kepler#Work\\_in\\_mathematics\\_and\\_physics](https://en.wikipedia.org/wiki/Johannes_Kepler#Work_in_mathematics_and_physics)
- [https://en.wikipedia.org/wiki/Giovanni\\_Domenico\\_Cassini](https://en.wikipedia.org/wiki/Giovanni_Domenico_Cassini)

<https://brazilastronomy.wordpress.com/determinacao-de-distancias-astronomicas/>  
[https://en.wikipedia.org/wiki/List\\_of\\_natural\\_satellites](https://en.wikipedia.org/wiki/List_of_natural_satellites)  
[https://pt.wikipedia.org/wiki/Conjun%C3%A7%C3%A3o\\_\(astronomia\)](https://pt.wikipedia.org/wiki/Conjun%C3%A7%C3%A3o_(astronomia))  
[https://commons.wikimedia.org/wiki/File:Earth\\_Rotation\\_\(Nepal,\\_Himalayas\).jpg](https://commons.wikimedia.org/wiki/File:Earth_Rotation_(Nepal,_Himalayas).jpg)  
[https://pt.wikipedia.org/wiki/Giordano\\_Bruno](https://pt.wikipedia.org/wiki/Giordano_Bruno)  
<http://www.ifsc.usp.br/~donoso/ambiental/gravitacao.pdf>  
[http://www.fisica.ufpb.br/~romero/pdf/14\\_gravitacaoVI.pdf](http://www.fisica.ufpb.br/~romero/pdf/14_gravitacaoVI.pdf)  
<https://propg.ufabc.edu.br/mnpef-sites/leis-de-conservacao/energia-potencial/>  
<https://www.unicamp.br/unicamp/ju/artigos/eduardo-marandola-jr/sobre-antipodas-mapas-e-terra-plana>  
<https://www.climatempo.com.br/tabua-de-mares#>  
<https://jornal.usp.br/atualidades/hiparco-fundou-a-astronomia-cientifica-muito-antes-do-telescopio/#:~:text=Hiparco%20foi%20um%20astr%C3%B4nomo%20grego,600%20anos%20antes%20de%20acontecerem>  
<https://periodicos.uem.br/ojs/index.php/revisvitruscogitationes/article/view/66336/751375155191> - Experimento de Eratóstenes  
<https://netnature.wordpress.com/2016/03/03/geocentrismo-a-volta-do-idiotismo-prodigo/> - sobre aristarco  
<https://www.wikiwand.com/pt/Heliocentrismo> - boa referência  
<file:///C:/Users/Lucineide/Downloads/39895-Xavier-final.pdf> - boa referência  
<https://www.ghhc.usp.br/Universo/pag43.html> - Roberto de Andrade Martins  
<http://xingu.fisica.ufmg.br:8087/oap/public/dicas-de-observacao/conhecendo-constelacoes/conhecendo-constelacoes.html>  
<http://astro.if.ufrgs.br/dist/dist.htm>