



Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia de São Paulo
Campus São Paulo

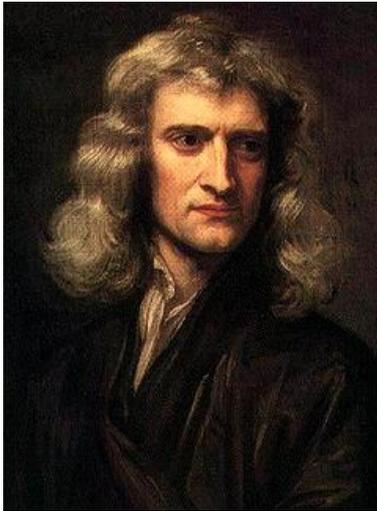
Relatividade Restrita ***ou*** ***Especial***

3ª série FIS - Ensino Médio Integrado (2013)

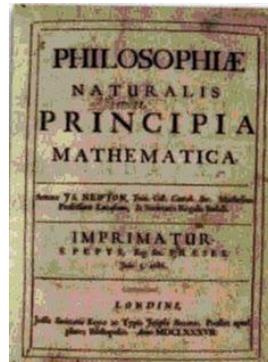
André Cipoli

Contexto da Física

(final do século XIX)



Isaac Newton
1643 - 1727



“Princípios Matemáticos da Filosofia Natural”
(1687)

Leis da Mecânica Clássica



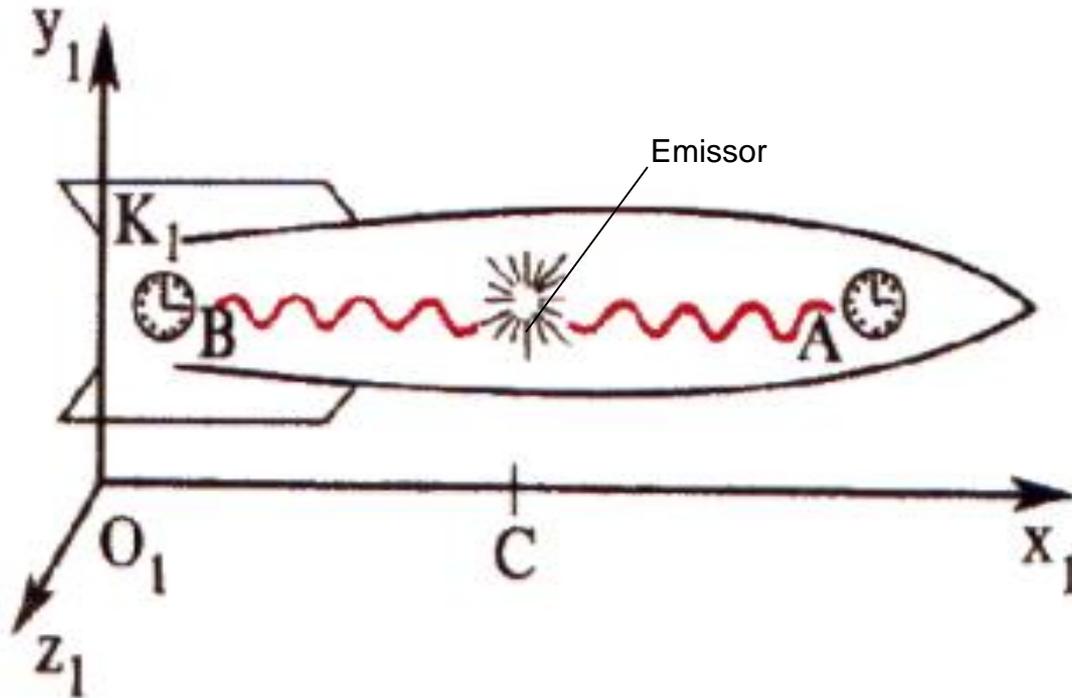
James C. Maxwell
1831 - 1879

“Tratado sobre a Eletricidade e o Magnetismo”
(1873)

**Leis do Eletromagnetismo
Clássico**

Simultaneidade

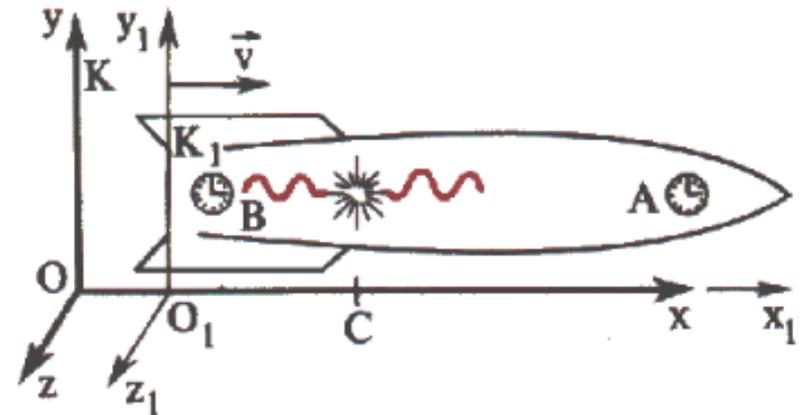
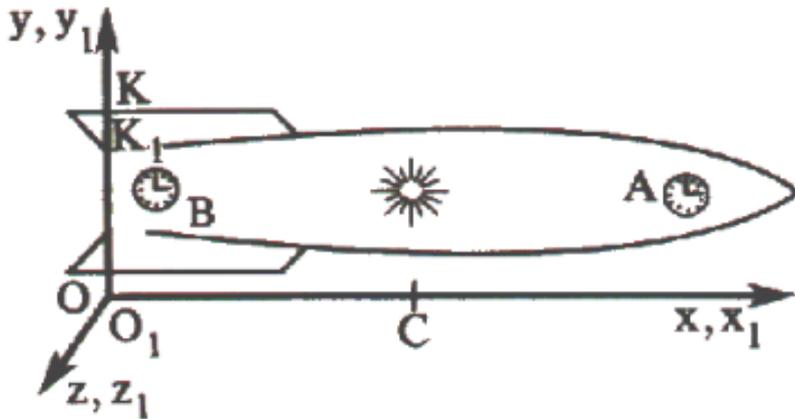
- Situação (1): referencial k_1 , na nave.



Sincronização: Com o auxílio de um emissor, parado em relação à nave e colocado no meio dela, o astronauta produziu uma fulguração. A luz atinge ao mesmo tempo ambos os relógios. Se ambos marcarem a mesma hora, isso significa que estão **sincronizados**.

Simultaneidade

- Situação (2): referencial k parado e fora da nave.

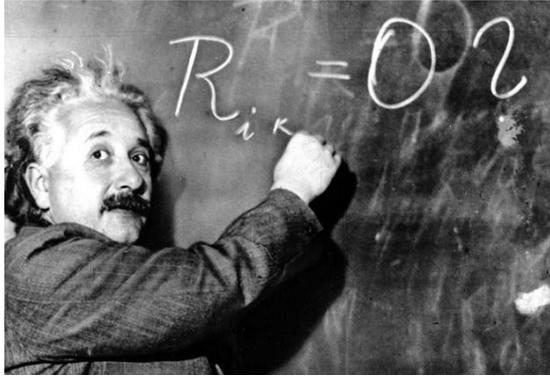


O observador no sistema k percebe que o relógio que se encontra na parte da frente da nave **afasta-se** do lugar onde se encontra o emissor e, para atingir o relógio A , a luz tem de percorrer uma distância **maior** do que metade do comprimento da nave. Pelo contrário, o relógio B **aproxima-se** do emissor e o caminho percorrido pelo sinal luminoso é **menor** do que metade do comprimento da nave. Por isso, o observador no sistema k conclui que os sinais **não** atingem ambos os relógios simultaneamente.

“A simultaneidade dos acontecimentos em pontos distintos do espaço é relativa.”

O motivo do caráter relativo da simultaneidade é o **valor finito da velocidade de propagação dos sinais.**

Proposta Revolucionária



Albert Einstein
1879 - 1955

“Sobre a eletrodinâmica dos corpos em movimento.”
(1905)

“*Postulados da Relatividade Especial*”

1º Postulado:

“As leis físicas têm a mesma forma em todos os sistemas de referência inerciais.”

2º Postulado:

*“A velocidade da luz no vácuo é independente do sistema de referência inercial e, conseqüentemente, assume o mesmo valor **c** para **qualquer observador.**”*

Postulado: afirmação ou fato admitido sem necessidade de demonstração.

Dilatação do Tempo

- Referencial de Maria (dentro do trem)



Trajetória da luz observada por Maria.



MARIA

Da definição de velocidade, $v = \Delta S_{total} / \Delta t$

$$\Delta T_0 = \frac{2.D}{c}$$

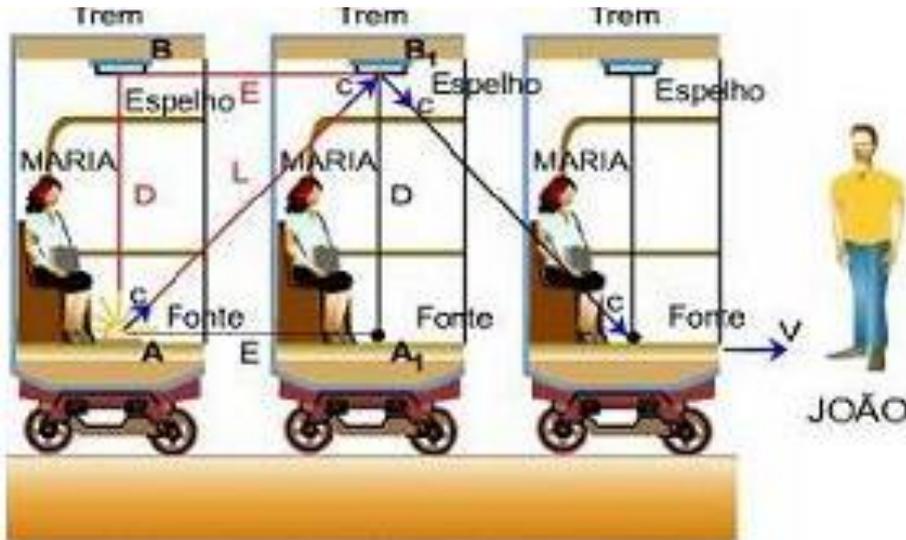
onde, $\Delta T_0 =$ tempo próprio

e $c =$ velocidade da luz

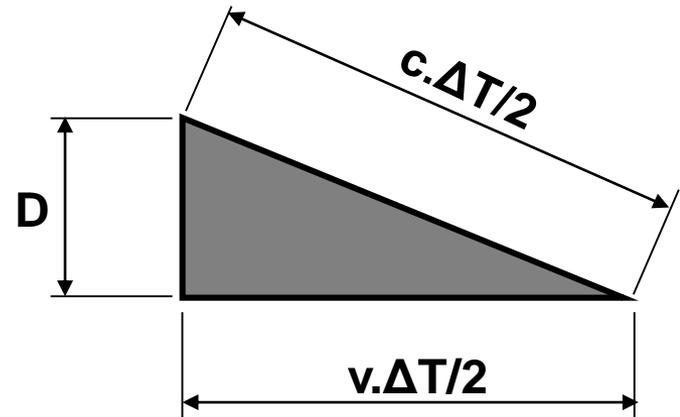
“Os eventos acontecem no mesmo ponto dentro do referencial.”

Medido por Maria !!

- Referencial de João (fora do trem)



Trajétória da luz observada por João.
A luz não sofre influência da velocidade V do Trem.



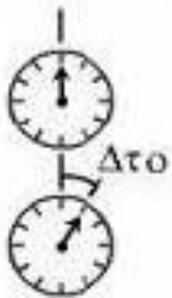
Pelo Teorema de Pitágoras:

$$\left(c \cdot \frac{\Delta T}{2}\right)^2 = D^2 + \left(v \cdot \frac{\Delta T}{2}\right)^2$$

⋮
⋮
⋮

$$\Delta T = \gamma \cdot \Delta T_0$$

onde, $\gamma = \frac{1}{\sqrt{1 - \left(\frac{v}{c}\right)^2}}$



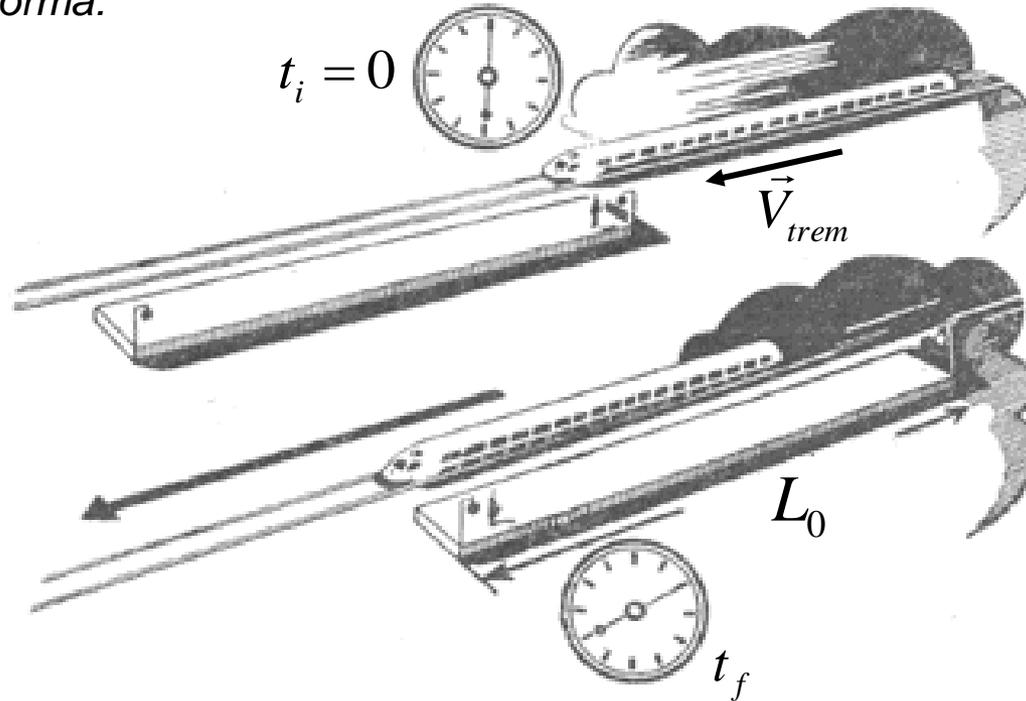
“Os eventos acontecem em pontos diferentes sobre outro referencial.”

$$\Delta T_0 = \frac{2 \cdot D}{c}$$

Medido por João !!

Contração do Comprimento

- Observador na plataforma:

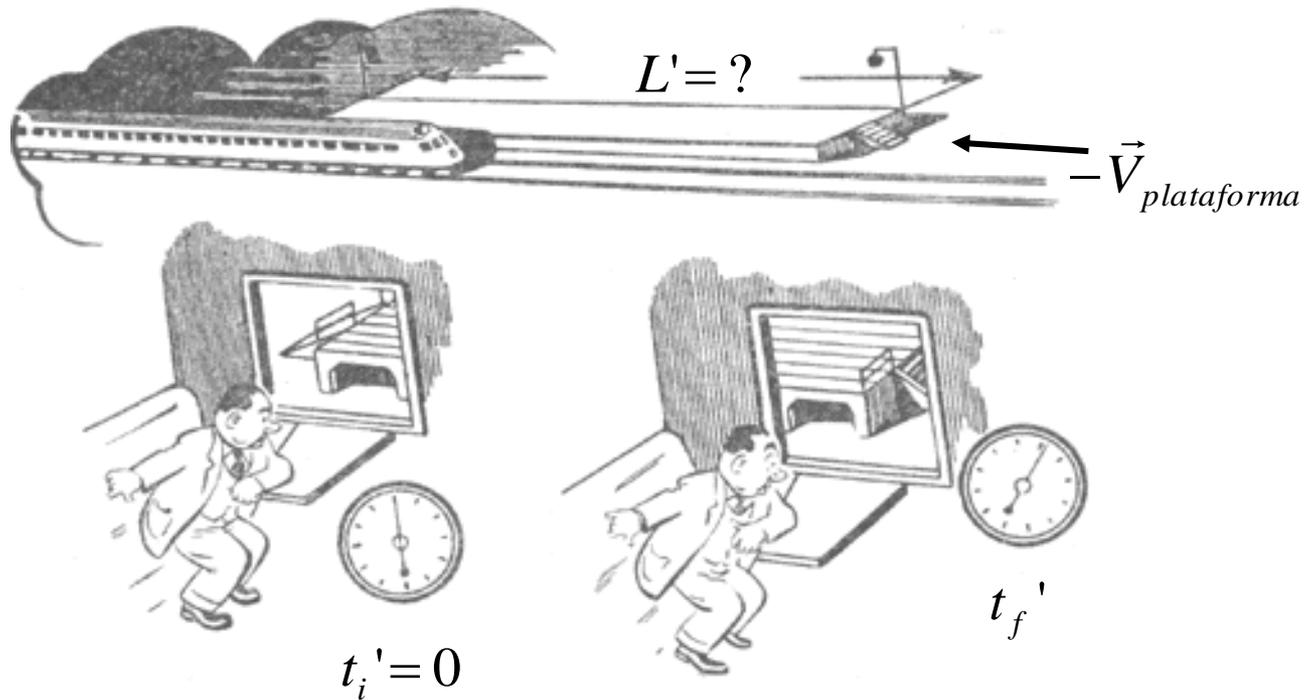


$L_0 \rightarrow$ (Comprimento da plataforma - próprio -, medido por João)

$\Delta t = t_f - t_i \rightarrow$ (Intervalo de tempo medido por João)

$$V_{trem} = \frac{L_0}{\Delta t}$$

- Observador no trem:



$L' \rightarrow$ (Comprimento da plataforma, a ser determinado por José)

$\Delta t_0 = t_f' - t_i'$ (Intervalo de tempo próprio - medido por José)

$$V_{\text{plataforma}} = \frac{L'}{\Delta t_0}$$

$$|V_{trem}| = \frac{L_0}{\Delta t} \quad |V_{plataforma}| = \frac{L'}{\Delta t_0}$$

$$|V_{trem}| = |V_{plataforma}|$$

$$\frac{L_0}{\Delta t} = \frac{L'}{\Delta t_0}$$

Contudo, da dilatação do tempo,

$$\Delta t = \gamma \cdot \Delta T_0$$

$$\frac{L_0}{\cancel{\gamma \cdot \Delta t_0}} = \frac{L'}{\cancel{\Delta t_0}}$$

$$L' = \frac{L_0}{\gamma}$$

que representa o comprimento da plataforma do ponto de vista de **José**.

• Fator de Lorentz

$$\gamma = \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}$$

Dilatação do tempo : $\Delta t = \gamma \cdot \Delta t_0$

Contração do comprimento : $L = \frac{L_0}{\gamma}$

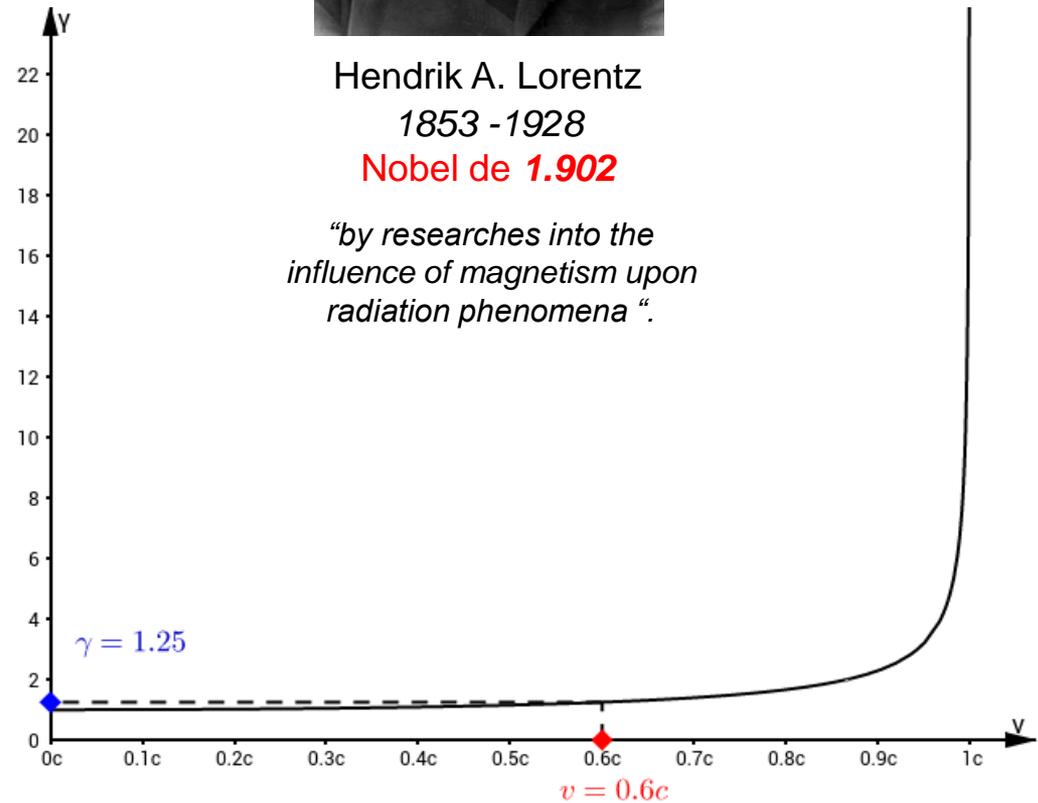


Hendrik A. Lorentz

1853 - 1928

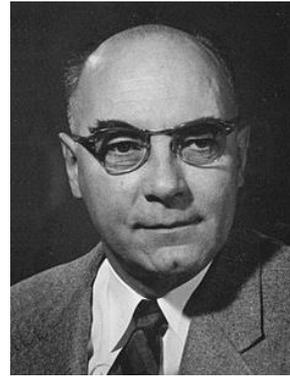
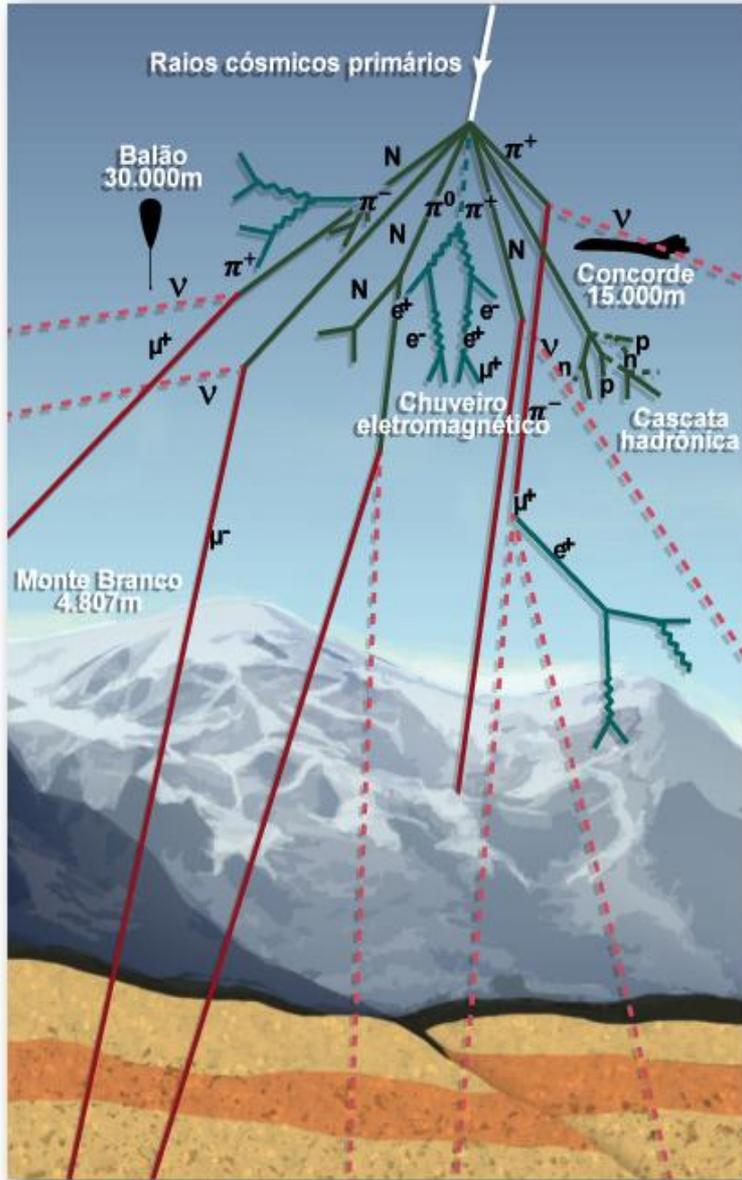
Nobel de 1.902

“by researches into the influence of magnetism upon radiation phenomena”.



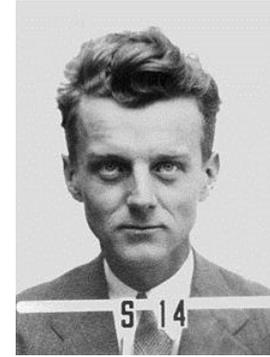
• Múons da “Radiação Cósmica”

99% → prótons e α
 ≈ 1% → núcleos pesados
 traços → e^+ , p^-

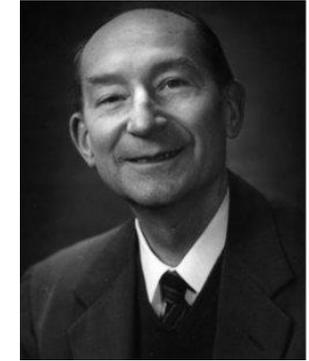


Carl D. Anderson
 1905 - 1991
 Nobel de 1.936

"for his discovery of the *positron* (1932)."



Seth H. Neddermeyer
 1907 - 1988
 1936



Jabez C. Street
 1906 - 1989

E. C. Stevenson

Méson π $\left\{ \begin{array}{l} \pi^0 \rightarrow 2\gamma \\ \pi^+ \rightarrow \mu^+ + \nu_\mu \\ \pi^- \rightarrow \mu^- + \bar{\nu}_\mu \end{array} \right\}$ massa → 134,9766(6) MeV/c²

ou

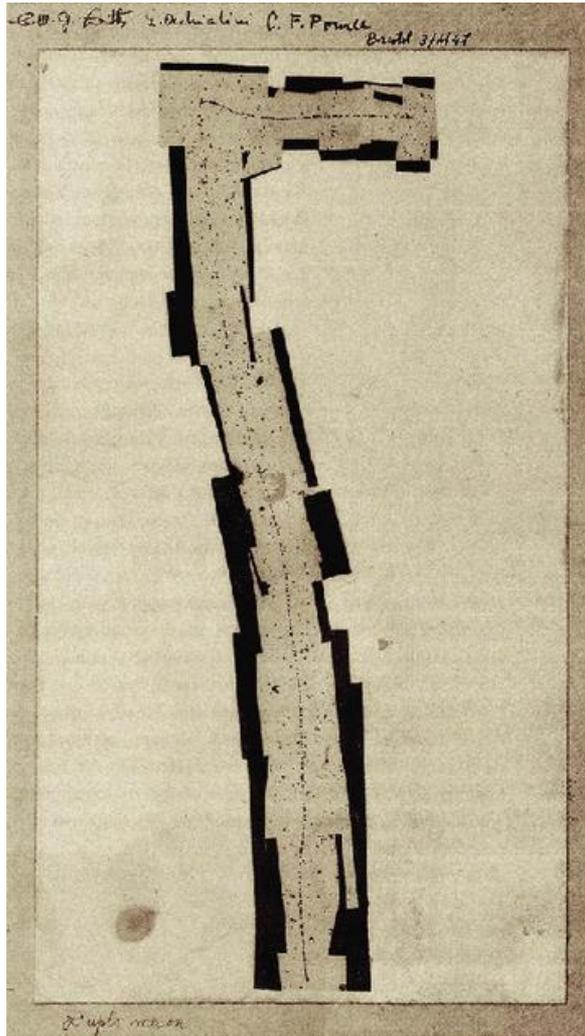
Píon $\left\{ \begin{array}{l} \pi^+ \rightarrow \mu^+ + \nu_\mu \\ \pi^- \rightarrow \mu^- + \bar{\nu}_\mu \end{array} \right\}$ massa → 139,57018(35) MeV/c²

Méson μ $\left\{ \begin{array}{l} \mu^- \rightarrow e^- + \bar{\nu}_e + \nu_\mu \\ \mu^+ \rightarrow e^+ + \nu_e + \bar{\nu}_\mu \end{array} \right\}$ mass = 207m_e = 105.7 MeV/c²

ou

Múon $\left\{ \begin{array}{l} \mu^- \rightarrow e^- + \bar{\nu}_e + \nu_\mu \\ \mu^+ \rightarrow e^+ + \nu_e + \bar{\nu}_\mu \end{array} \right\}$ of μ

• A Descoberta dos Mésons π (Píon):



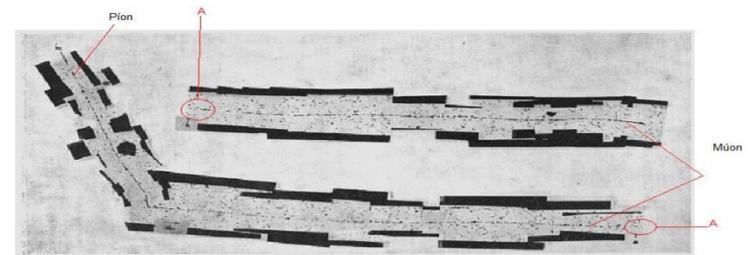
Traço de um **Píon** no mosaico de emulsões.
Pic du Mid - 1947



Pico Chacaltaya
Cordilheira dos Andes, 5.421 m, Bolívia
1950



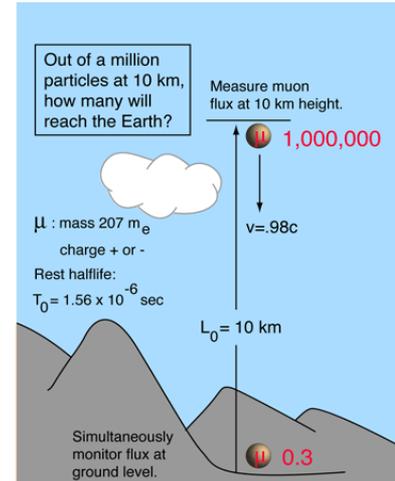
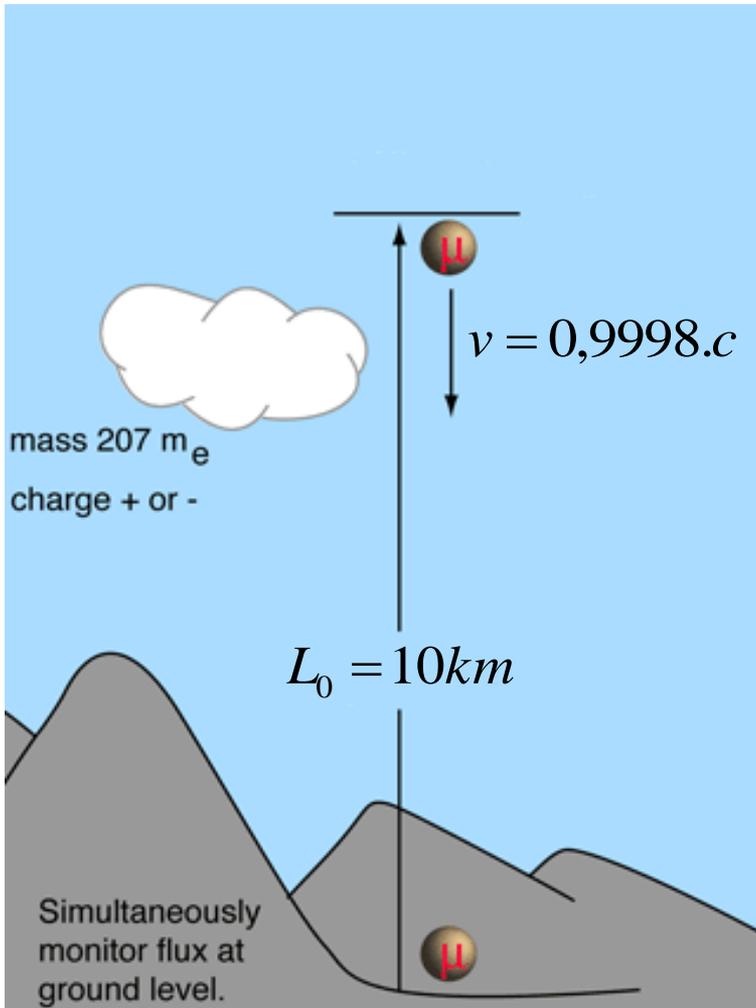
Cesare M. G. Lattes
11/07/1924 - 08/03/2005



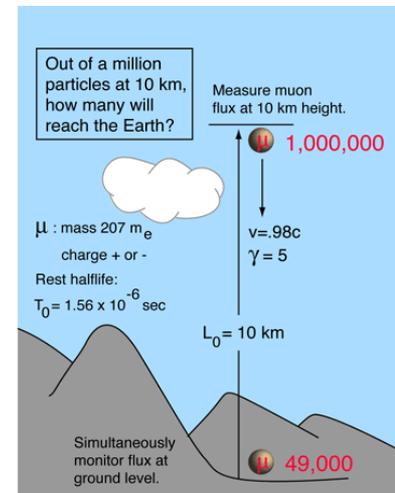
Lattes, Occhialini, Powell
Nature
1947

Evidências favoráveis à Relatividade Especial

Vida média do **Múon** = 2,2 μ s



Distance: $L_0 = 10^4$ meters
 Time: $T = \frac{10^4 \text{ m}}{(0.98)(3 \times 10^8 \text{ m/s})}$
 $T = 34 \times 10^{-6} \text{ s} = 21.8$ halfives
 Survival rate:
 $\frac{1}{I_0} = 2^{-21.8} = 0.27 \times 10^{-6}$
 Or only about 0.3 out of a million.

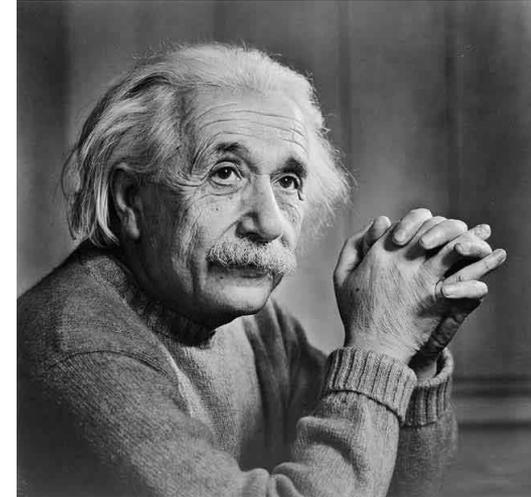


Distance: $L_0 = 10^4$ meters
 Time: $T = \frac{10^4 \text{ m}}{(0.98)(3 \times 10^8 \text{ m/s})}$
 $T = 34 \times 10^{-6} \text{ s} = 4.36$ halfives
 Survival rate:
 $\frac{1}{I_0} = 2^{-4.36} = 0.049$
 Or about 49,000 out of a million.

The muon's clock is time-dilated, or running slow by the factor $T = \gamma T_0$, so its measured half-life is $5 \times 1.56 \mu\text{s} = 7.8 \mu\text{s}$.

“A inércia de um corpo depende de sua energia?”

Annus Mirabilis (1905)



Albert Einstein
1879 - 1955
Nobel de **1.921**

Massa de Repouso (m_0)
ou *Massa Invariante, ou Massa Intrínseca ou Massa Própria*

É a quantidade de matéria que independe do observador.



Energia de Repouso (E_0)

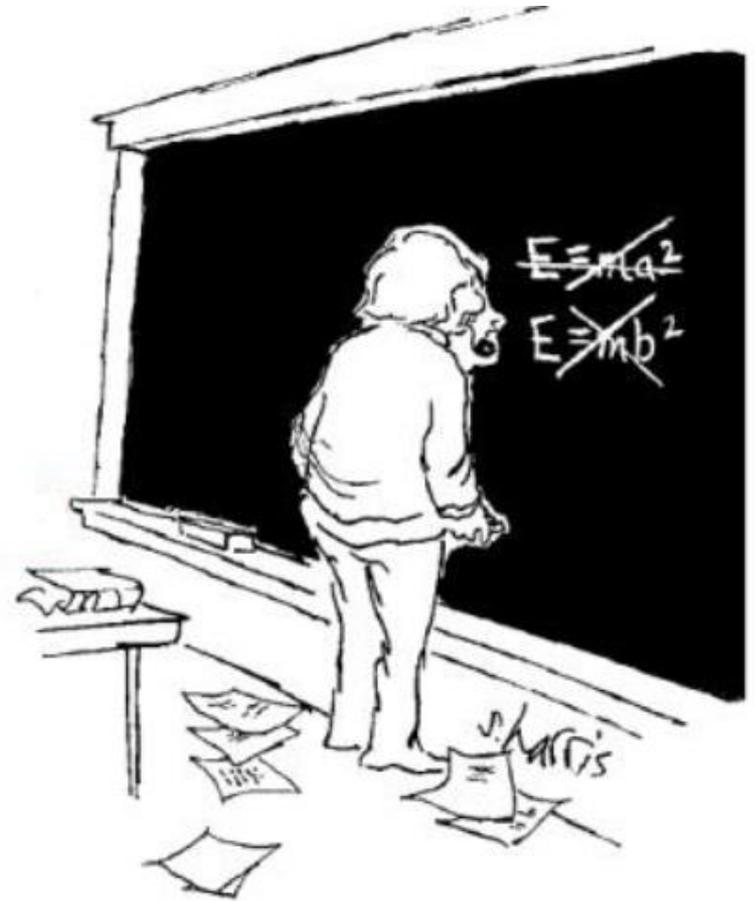
$$E_{(0)} = m_0 \cdot c^2$$

Energia Total (E_v)

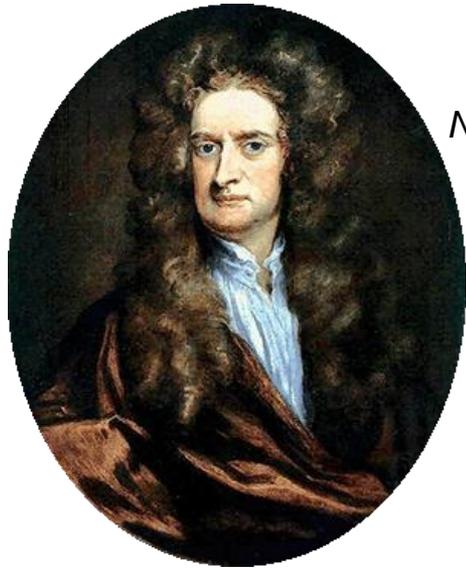
$$E_{(v)} = E_{(0)} \cdot \gamma = \frac{m_{(0)} \cdot c^2}{\sqrt{1 - \left(\frac{v}{c}\right)^2}}$$

Energia Cinética (K)

$$K = E_{(v)} - E_{(0)}$$



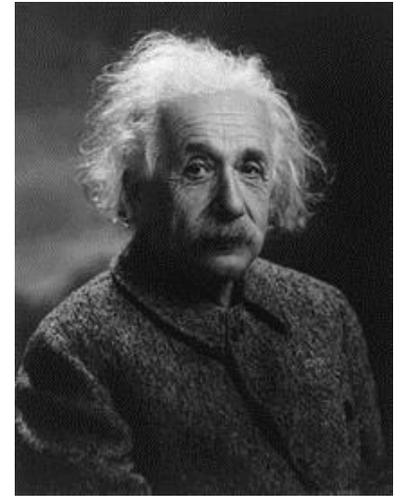
Afinal, quem está com a razão?



Newton



Einstein



Operação "Crossroads"
Teste **Baker**
24/07/1946



Exercícios

1) Sobre os postulados da relatividade, marque o que for falso:

- a) As leis da Física são as mesmas em todos os referenciais que mantêm velocidade constante ou que estão parados.
- b) A velocidade da luz no vácuo tem o mesmo valor para qualquer referencial inercial e vale 3×10^8 m/s.
- c) A velocidade da luz tem seu valor máximo no vácuo e tem o mesmo valor para qualquer referencial inercial, que é 300.000 m/s.
- d) Os postulados da teoria da relatividade fundamentam a teoria da relatividade de Einstein.

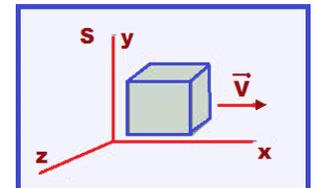
2) A teoria da relatividade restrita prevê que a velocidade da luz é a mesma para todos os observadores, independentemente do estado de movimento relativo entre eles. Com base nessa afirmação, imagine duas naves que viajam no espaço com velocidades altíssimas em uma mesma direção, mas com sentidos opostos. Se cada nave possui velocidade V e a velocidade da luz no vácuo é c , a luz percebida pelo piloto teria velocidade:

- a) $V + c$
- b) $c - V$
- c) $V - c$
- d) c
- e) $2c$

3) Sobre a teoria da relatividade, marque o que for verdadeiro:

- a) O tempo é uma grandeza absoluta,
- b) Para objetos na velocidade da luz, ocorre a contração do tempo.
- c) Para objetos na velocidade da luz, ocorre a contração dos comprimentos.
- d) Para objetos na velocidade da luz, ocorre a dilatação dos comprimentos.

4) (UFCE) A figura ao lado mostra uma nave espacial em forma de cubo que se move no referencial S , ao longo do eixo x , com velocidade $v = 0,8 \cdot c$ (c é a velocidade da luz no vácuo). O volume da nave, medido por um astronauta em repouso dentro dela, é V_0 . Calcule o volume da nave medido por um observador em repouso no referencial S .



5) A teoria da Relatividade Restrita, proposta por Albert Einstein (1879 – 1955) em 1905, é revolucionária porque mudou as idéias sobre o espaço e o tempo, mas em perfeito acordo com os resultados experimentais. Ela é aplicada, entretanto, somente a referenciais inerciais. Em 1915, Einstein propôs a Teoria Geral da Relatividade, válida não só para referenciais inerciais, mas também para referenciais não-inerciais. Sobre os referenciais inerciais, considere as seguintes afirmativas:

- I. São referenciais que se movem, uns em relação aos outros, com velocidade constante.
- II. São referenciais que se movem, uns em relação aos outros, com velocidade variável.
- III. Observadores em referenciais inerciais diferentes medem a mesma aceleração para o movimento de uma partícula.

Assinale a alternativa correta:

- a) Apenas a afirmativa I é verdadeira.
- b) Apenas a afirmativas II é verdadeira.
- c) As afirmativas I e II são verdadeiras.
- d) As afirmativas II e III são verdadeiras.
- e) As afirmativas I e III são verdadeiras.

6) (UFPE) Um trem de comprimento igual a 100 m viaja a uma velocidade de $0,8c$, onde c é a velocidade da luz, quando atravessa um túnel de comprimento igual a 70 m. Quando visto por um observador parado ao lado dos trilhos, é CORRETO afirmar que o trem:

- a) não chega a ficar totalmente dentro do túnel, restando um espaço de 12 m fora do túnel.
- b) fica totalmente dentro do túnel e sobra um espaço de 10 m.
- c) fica totalmente dentro do túnel e sobra um espaço de 15 m.
- d) não chega a ficar totalmente dentro do túnel, restando um espaço de 5 m fora do túnel.
- e) fica totalmente dentro do túnel e não resta nenhum espaço.



- 7) (UEG-GO) Antes mesmo de ter uma idéia mais correta do que é a luz, o homem percebeu que ela era capaz de percorrer muito depressa enormes distâncias. Tão depressa que levou Aristóteles – famoso pensador grego que viveu no século IV a.C. e cujas obras influenciaram todo o mundo ocidental até a Renascença – a admitir que a velocidade da luz seria infinita. GUIMARÃES, L. A.; BOA, M. F. “Termologia e óptica”. São Paulo: Harbra, 1997. p. 177.

Hoje sabe-se que a luz tem velocidade de aproximadamente 300.000 km/s, que é uma velocidade muito grande, porém finita. A teoria moderna que admite a velocidade da luz constante em qualquer referencial e, portanto, torna elásticas as dimensões do espaço e do tempo é:

- a) a teoria da relatividade.
 - b) a teoria da dualidade onda-partícula.
 - c) a teoria atômica de Bohr.
 - d) o princípio de Heisenberg.
 - e) a lei da entropia.
- 8) Uma régua move-se com a velocidade $v=0,6.c$ na direção do observador e paralelamente ao seu comprimento. a) Calcular o comprimento da régua, medida pelo observador, se ela possui um metro no seu próprio referencial; b) Qual o intervalo de tempo necessário para a régua passar pelo observador?
- 9) A vida média própria dos mésons π é $2,6 \cdot 10^{-8}$ s. Imagine um feixe destas partículas, com velocidade $0,9.c$. a) Qual seria a vida-média medida no laboratório? b) Que distância percorreriam antes de desintegrar-se? c) Qual seria a resposta do item anterior, se desprezásemos a dilatação do tempo?
- 10) A energia liberada quando o sódio e o cloro se combinam para formar NaCl é 4,2 eV. a) Qual é o aumento de massa (em unidades de massa atômica) quando uma molécula de NaCl se dissocia em um átomo de Na e outro de Cl? b) Qual o erro percentual que se comete ignorando essa diferença de massa? Dados: A massa atômica do Na é cerca de $23u$ e a do Cl vale $35u$.

- 11) Um elétron, com energia de repouso 0,511 MeV, tem energia total 5 MeV. a) Calcular o seu momento em unidade MeV/c. b) Calcular a razão da sua velocidade e da velocidade da luz.
- 12) A energia em repouso de um próton é 938 MeV. Sendo a sua energia cinética também igual a 938 MeV, calcular o seu momento linear em unidade MeV/c.
- 13) Um elétron desloca-se a uma velocidade tal que pode circunavegar a Terra, no Equador, em 1,00 s no referencial da Terra. a) Qual é a sua velocidade, em termos da velocidade da luz? b) Qual é a sua energia cinética K? c) Qual é o erro percentual cometido se a energia cinética K for calculada pela fórmula clássica?
- 14) A vida média de múons freados num bloco de chumbo, fixo num laboratório, é 2,2 μ s. A vida média dos múons com grande velocidade, numa explosão de raios cósmicos, observada da Terra, é 16 μ s. Ache a velocidade destes múons dos raios cósmicos em relação à Terra.
- 15) Os píons são criados na alta atmosfera da Terra, quando partículas de alta energia, de raios cósmicos, colidem com núcleos atômicos. Um pión assim formado desce em direção à Terra com a velocidade de 0,99c. Num referencial onde estejam em repouso, os píons decaem com a vida média de 26ns. Num referencial fixo na Terra, qual é a distância percorrida (em média) pelos píons na atmosfera, antes de decaírem?
- 16) Uma barra mantém-se paralela ao eixo x de um referencial S, movendo-se ao longo deste eixo com velocidade 0,630c. O seu comprimento de repouso é 1,70 m. Qual será seu comprimento medido em S?
- 17) Um elétron com $\beta = 0,999\ 987$ move-se ao longo do eixo de um tubo no qual se fez um vácuo, e que tem o comprimento de 3,00m medido por um observador S no laboratório, em relação ao qual o tubo está em repouso. Um observador S', que se move com o elétron, veria o tubo passando por ele com uma velocidade escalar v ($=\beta.c$). Que comprimento este observador mediria para o tubo?

- 18) (UFRGS-RS) Os múons cósmicos são partículas de altas energias, criadas na alta atmosfera terrestre. A velocidade de alguns desses múons (v) é próxima da velocidade da luz ($c = 3 \cdot 10^8$ m/s), tal que $v^2 = 0,998 \cdot c^2$, e seu tempo de vida em referencial em repouso é aproximadamente $t_0 = 2 \cdot 10^{-6}$ s. Pelas leis da mecânica clássica, com esse tempo de vida tão curto, nenhum múon poderia chegar ao solo, no entanto eles são detectados na Terra. Pelos postulados da relatividade restrita, o tempo de vida do múon em um referencial terrestre (t) e o tempo (t_0) são relacionados pelo fator relativístico

$$\gamma = \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}$$

Para um observador terrestre, a distância que o múon pode percorrer antes de se desintegrar é, aproximadamente, de:

- a) $6,0 \cdot 10^2$ m
- b) $6,0 \cdot 10^3$ m
- c) $13,5 \cdot 10^3$ m
- d) $17,5 \cdot 10^3$ m
- e) $27,0 \cdot 10^3$ m

- 19) (UFRGS-RS) De acordo com a teoria da relatividade, quando objetos se movem através do espaço-tempo com velocidades da ordem da velocidade da luz, as medidas de espaço e tempo sofrem alterações. A expressão da contração espacial é dada por:

em que v é a velocidade relativa entre o objeto e o observador, c é a velocidade de propagação da luz no vácuo, L é o comprimento medido para o objeto em movimento e L_0 é o comprimento medido para o objeto em repouso. A distância Sol-Terra para um observador fixo na Terra é $1,5 \times 10^{11}$ m. Para um nêutron com velocidade $v = 0,6c$, essa distância é de

$$L = L_0 \cdot \left(1 - \frac{v^2}{c^2}\right)^{\frac{1}{2}}$$

- a) $1,2 \cdot 10^{10}$ m
- b) $7,5 \cdot 10^{10}$ m
- c) $1,0 \cdot 10^{11}$ m
- d) $1,2 \cdot 10^{11}$ m
- e) $1,5 \cdot 10^{11}$ m

Referências

- <http://fisicaevestibular.com.br/novo/fisica-moderna/introducao-a-teoria-da-relatividade/>
- http://projetomedicina.com.br/site/attachments/article/287/curso_fisica_moderna_teorias_exercicios_capitulo_4.pdf
- <http://www.if.ufrgs.br/tex/fis01044/rel.htm>
- https://www.researchgate.net/publication/263053023_Carried_by_History_Cesar_Lattes_Nuclear_Emulsions_and_the_Discovery_of_the_Pi-meson
- https://en.wikipedia.org/wiki/Cosmic_ray
- https://en.wikipedia.org/wiki/C%C3%A9sar_Lattes
- https://indico.cern.ch/event/639198/contributions/2965171/attachments/1652484/2643641/Stories_1.pdf
- https://www.if.ufrgs.br/tapf/v16n5_Wolff_Mors.pdf
- <http://propg.ufabc.edu.br/mnpef-sites/relatividade-restrita/forca/>

Adição Relativística de Velocidades