



Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia de São Paulo
Campus São Paulo

Leis de Newton

Parte 2

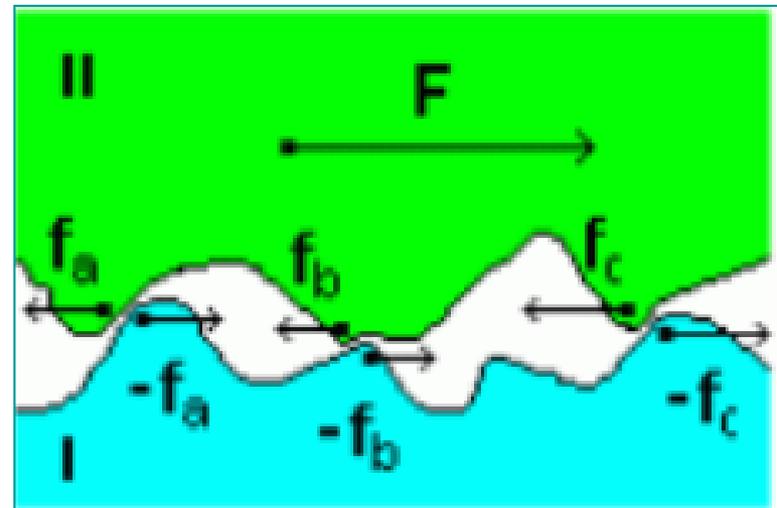
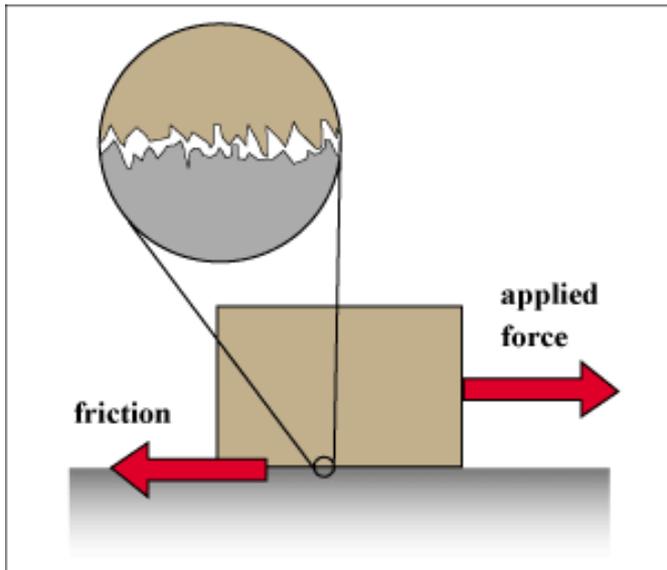
Tribologia

É a parte da Física que estuda os fenômenos relacionados ao atrito.

Atrito

em corpos rígidos

Fenômeno que ocorre em decorrência da formação de soldagens microscópicas produzidas pelas saliências e reentrâncias presentes nas duas superfícies em contato, ou quando existe uma tentativa de escorregamento entre elas ou até mesmo quando este acontece.



Ação do Atrito em corpos rígidos



Grooving

Sentar



Escrita



Dragster

Atrito

(In)Dependências

- Independência da área de contato (forma e dimensões);
- Dependência dos materiais com que as superfícies em contato são feitas;
- Dependência da força de contato normal: $\rightarrow F_{at} \propto F_N$
- Dependência das condições das superfícies (presença de sujeira, grau de aspereza, ação de lubrificantes, umidade etc);
- Dependência das temperaturas das superfícies;
- Dependência da velocidade relativa entre as superfícies.

*Estudos
em
andamento*

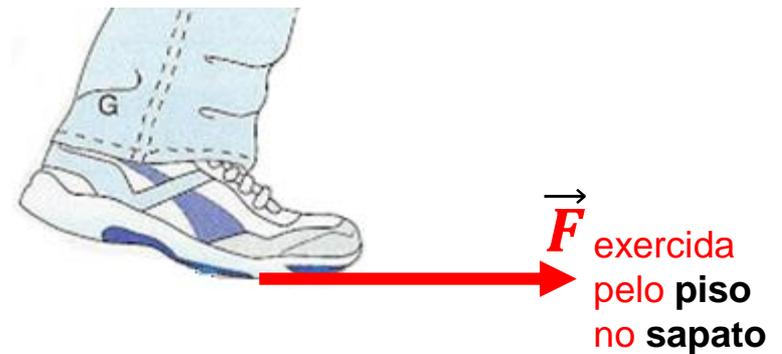
Nanotribologia

Representação de Forças de Atrito

- Ato de caminhar ou de correr:



- Esteira ergométrica:



- Automóvel:

Sentido do movimento



Roda Motora



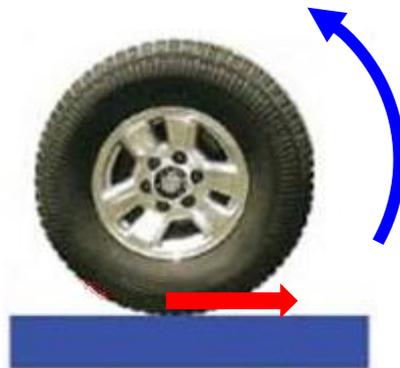
Força de atrito estático exercida pelo piso sobre o pneu



Força que o pneu faz sobre o asfalto

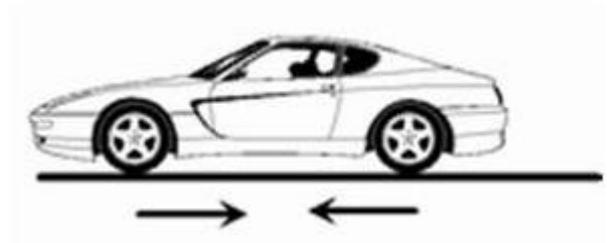
Roda Movida

Força de atrito de rolamento, exercida pelo piso sobre o pneu

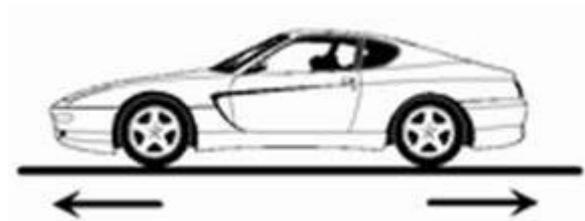


Tração Traseira

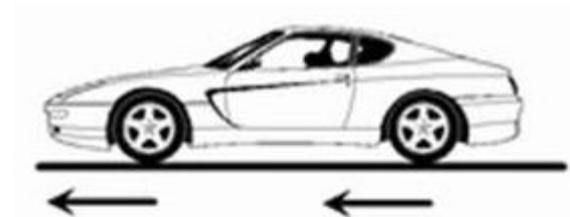
Forças sobre os pneus



Tração Dianteira



Tração nas 4 Rodas





Mountain Bike



Rali



Dragster



com escorregamento
(Cinético)

sem escorregamento
(Estático)

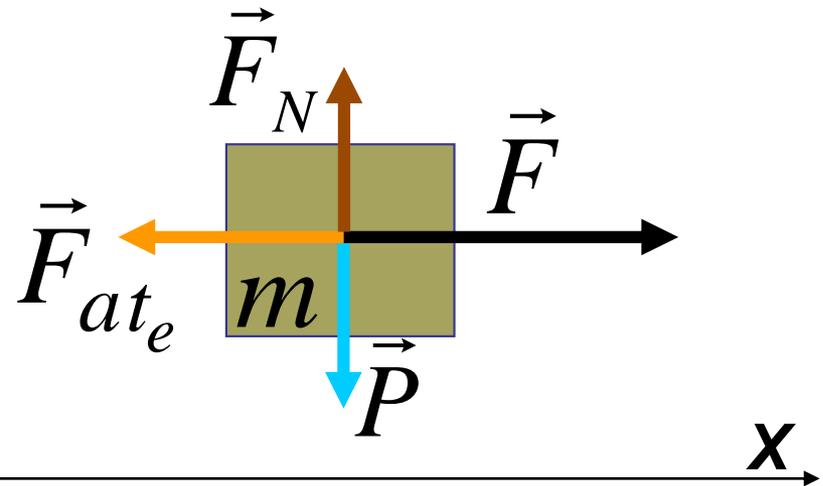


Força de Atrito

- **Estático**: é a força de contato que age paralelamente às superfícies, até a **iminência do escorregamento**.



Analisando as forças externas sobre o bloco:



Pelo *P.F.D.T.* →

$$\Sigma \vec{F} = \vec{F}_{Res} = m \times \vec{a}$$

$$\vec{F} + \vec{F}_{at_e} + \vec{F}_N + \vec{P} = m \times \vec{a}$$

Na direção horizontal:

$$+ F - F_{at_e} = m \times a_x$$

$$+ F - F_{at_e} = 0$$

$$+ F = F_{at_e}$$

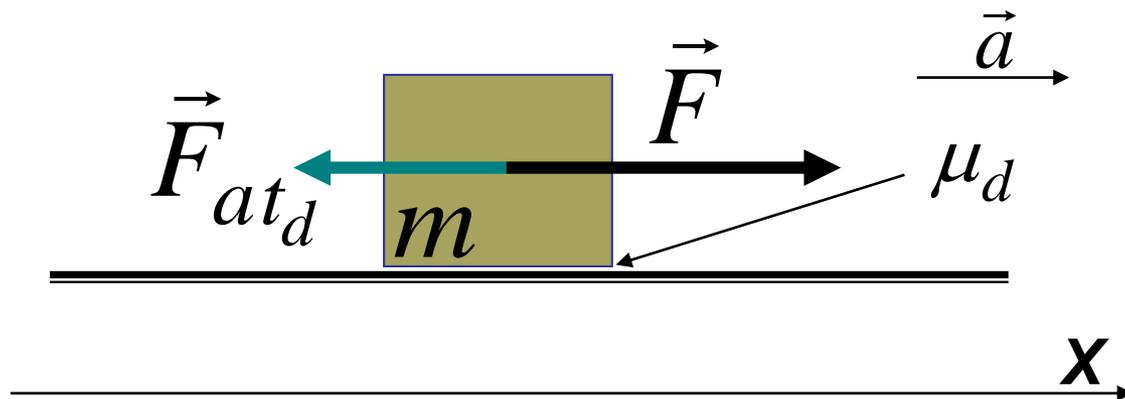
Experimentalmente, observa-se que $F_{at_e} \propto F_N \rightarrow F_{at_e} = \mu \times F_N$

No caso limite: $+ F_{máx} = F_{at_e máx} \rightarrow F_{at_e máx} = \mu_e \times F_N$

onde, $\mu_e \rightarrow$ coeficiente de atrito estático

Iminência de Escorregamento

- **Dinâmico** (*d*) [ou **Cinético** (*c*)]: é a força de contato que age paralelamente às superfícies, **após o início do movimento relativo entre elas**.



Experimentalmente, observa-se que $F_{at_d} \propto F_N \rightarrow F_{at_d} = \mu_d \times F_N$

onde, $\mu_d \rightarrow$ coeficiente de atrito dinâmico

$\therefore F_{at_d} = \mu_d \times F_N$, cujo valor é **constante** após o início do escorregamento.

Gráfico da Força de Atrito em função da Força Aplicada

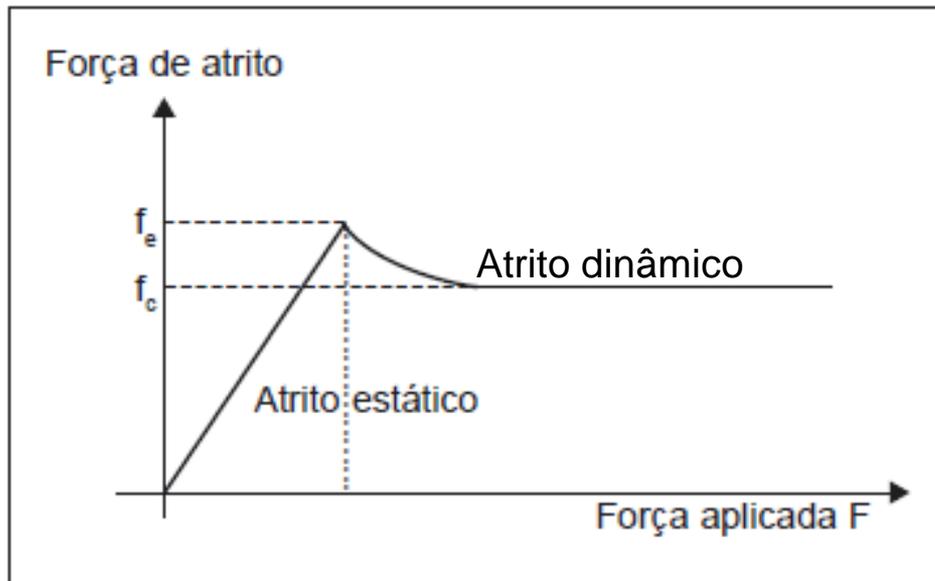


Tabela de valores de μ_e (μ_s) e μ_d (μ_k)

$$F_{at_e} \leq \mu_e \times F_N$$

$$F_{at_d} = \mu_d \times F_N$$

Materials	μ_s	μ_k
Steel on steel	0.74	0.57
Aluminum on steel	0.61	0.47
Copper on steel	0.53	0.36
Rubber on concrete (dry)	1.0	0.8
Rubber on concrete (wet)	0.3	0.25
Wood on wood	0.25-0.5	0.2
Glass on glass	0.94	0.4
Teflon on Teflon	0.04	0.04
Teflon on steel	0.04	0.04
Waxed wood on wet snow	0.14	0.1
Waxed wood on dry snow	0.10	0.04
Metal on metal (lubricated)	0.15	0.06
Ice on ice	0.1	0.03
Synovial joints in humans	0.01	0.003
Very rough surfaces		1.5

Não se esqueça de assistir aos seguintes vídeos:

<https://www.youtube.com/watch?v=LFru9HFISjQ> - Atrito

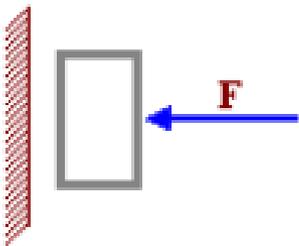
<https://www.youtube.com/watch?v=gHe26-el4fc&t=76s> - Atrito estático e dinâmico, com aplicação

Exercícios

1) (UFV) Uma corda de massa desprezível pode suportar uma força tensora máxima de 200N sem se romper. Um garoto puxa, por meio desta corda esticada horizontalmente, uma caixa de 500N de peso ao longo de piso horizontal. Sabendo que o coeficiente de atrito cinético entre a caixa e o piso é 0,20 e, além disso, considerando a aceleração da gravidade igual a 10 m/s^2 , determine:

- a) a massa da caixa;
- b) a intensidade da força de atrito cinético entre a caixa e o piso;
- c) a máxima aceleração que se pode imprimir à caixa.

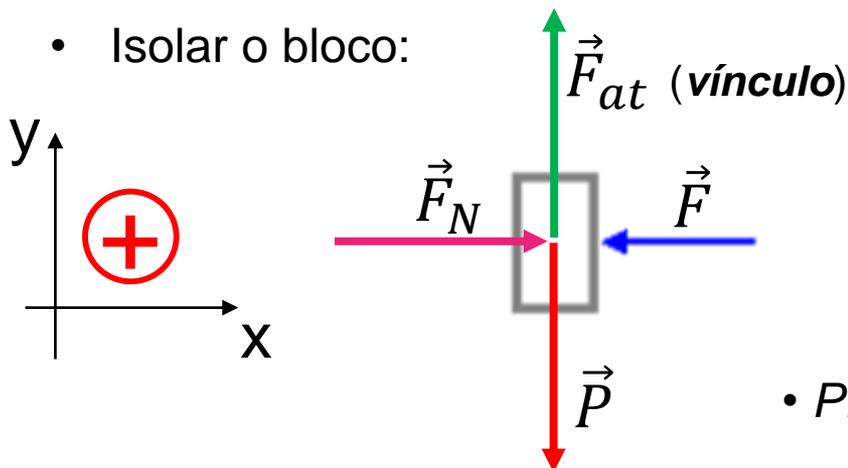
2) (UESPI) O coeficiente de atrito estático entre o bloco e a parede vertical, mostrados na figura abaixo, é 0,25. O bloco pesa 100N. O menor valor da força F para que o bloco permaneça em repouso é:



- 200N
- 300N
- 350N
- 400N
- 550N

Resolução do exercício (2):

- Isolar o bloco:



$$\vec{F}_{Res} = m \cdot \vec{a}$$

- PFDT em y:

$$\Sigma F_y = m \cdot a_y$$

$$+F_{at} - P = m \cdot a_y \rightarrow 0 \text{ (repouso)} \rightarrow F_{at} = P$$

- PFDT em x:

$$\Sigma F_x = m \cdot a_x$$

$$+F_N - F = m \cdot a_x \rightarrow 0 \text{ (repouso)}$$

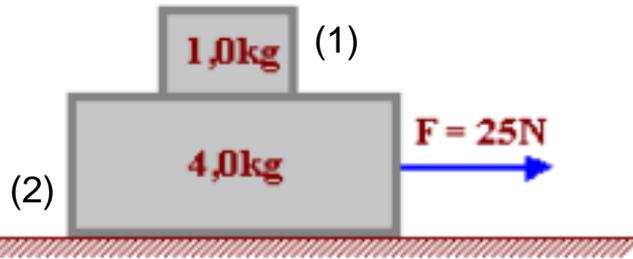
$$F_N = F$$

$$F_{at} \leq \mu_e \cdot F_N = F_{at_{m\acute{a}x}}$$

$$\mu_e \cdot F \geq P$$

$$F \geq \frac{P}{\mu_e} \rightarrow F \geq 400N \rightarrow F_{m\acute{i}n} = 400N$$

3) (AMAN) Um bloco de 1,0kg está sobre outro de 4,0kg que repousa sobre uma mesa lisa. Os coeficientes de atrito estático e cinemático entre os blocos valem 0,60 e 0,40. A força F aplicada ao bloco de 4,0kg é de 25N e a aceleração da gravidade no local é aproximadamente igual a 10 m/s^2 . A aceleração da gravidade é aproximadamente igual a 10 m/s^2 . A força de atrito que atua sobre o bloco de 4,0kg tem intensidade de:



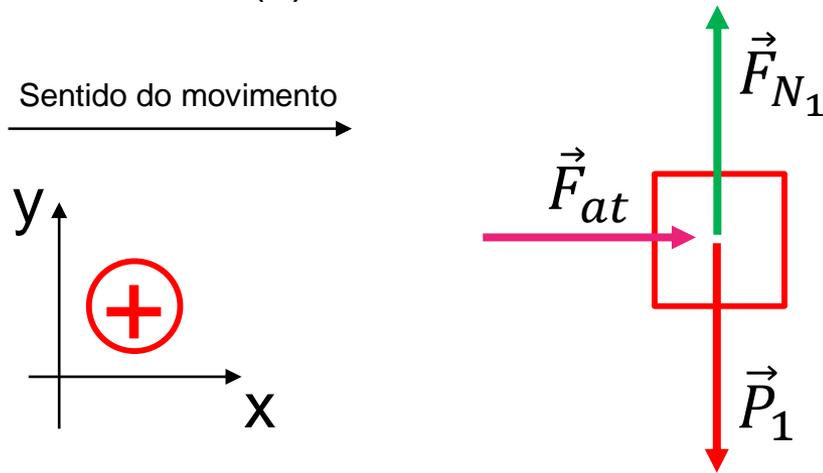
4) (UNICAMP) Um caminhão transporta um bloco de ferro de 3,0t, trafegando horizontalmente e em linha reta, com velocidade constante. O motorista vê o sinal (semáforo) ficar vermelho e aciona os freios, aplicando uma desaceleração constante de valor $3,0 \text{ m/s}^2$. O bloco não escorrega. O coeficiente de atrito estático entre o bloco e a carroceria é 0,40. Adote $g = 10 \text{ m/s}^2$.

a) Qual a intensidade da força de atrito que a carroceria aplica sobre o bloco, durante a desaceleração?

b) Qual é a máxima desaceleração que o caminhão pode ter para o bloco não escorregar?

Resolução do exercício (3):

- Isolar o bloco (1):



$$\vec{F}_{Res} = m \cdot \vec{a}$$

- *PFDT em x:*

$$\Sigma F_{1x} = m_1 \cdot a_{1x}$$

$$\boxed{+F_{at} = m_1 \cdot (+a_{1x})} \quad (1)$$

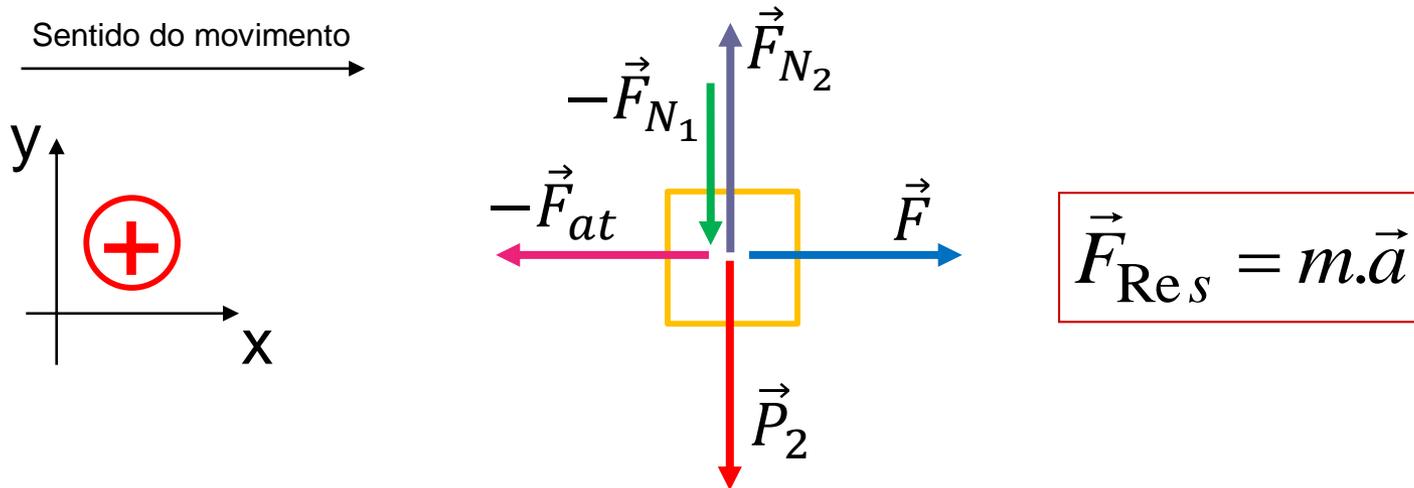
- *PFDT em y:*

$$\Sigma F_{1y} = m_1 \cdot a_{1y}$$

$$+F_{N_1} - P_1 = m_1 \cdot a_{1y} \quad \swarrow 0$$

$$\boxed{F_{N_1} = P_1} \quad (2)$$

- Isolar o bloco (2):



- PFDT em x:

$$\Sigma F_{2_x} = m_2 \cdot a_{2_x}$$

$$+F - F_{at} = m_2 \cdot (+a_{2_x}) \quad (3)$$

- PFDT em y:

$$\Sigma F_{2_y} = m_2 \cdot a_{2_y}$$

$$+F_{N_2} - F_{N_1} - P_2 = m_2 \cdot a_{2_y} \quad 0$$

$$F_{N_2} = F_{N_1} + P_2 \quad (4)$$

- Como visto no ensaio feito na aula, a depender da intensidade da força F imposta ao bloco inferior, o bloco de cima não escorrega ou, em outras palavras, os blocos possuem a mesma aceleração. Contudo, a partir de um certo valor da força aplicada no bloco inferior, ocorre um escorregamento entre eles. Portanto, é necessário calcular o **máximo** valor da força F , aplicada no bloco inferior, para que não haja escorregamento entre eles, ou, colocado de outra forma, calcular a força F na **iminência do escorregamento**.
- Cálculo da aceleração dos blocos, na **iminência do escorregamento**:

$$a_{1x} = a_{2x} = a_{máx}$$

Em (1), $F_{atmáx} = m_1 \cdot a_{máx}$

$$a_{máx} = \frac{F_{atmáx}}{m_1}$$

$$F_{atmáx} = \mu_e \cdot F_{N_1}$$

$$F_{atmáx} = \mu_e \cdot P_1$$

$$a_{máx} = \frac{\cancel{\mu_e} \cdot \cancel{m_1} \cdot g}{\cancel{m_1}}$$

$$F_{atmáx} = \mu_e \cdot m_1 \cdot g$$

$$a_{máx} = \mu_e \cdot g$$

- Substituir o valor da aceleração na relação (3):

$$+F_{m\acute{a}x} - F_{at_{m\acute{a}x}} = m_2 \cdot a_{m\acute{a}x}$$

$$F_{m\acute{a}x} - \mu_e \cdot m_1 \cdot g = m_2 \cdot \mu_e \cdot g$$

$$F_{m\acute{a}x} = \mu_e \cdot m_1 \cdot g + m_2 \cdot \mu_e \cdot g$$

$$F_{m\acute{a}x} = \mu_e \cdot g \cdot (m_1 + m_2)$$

- Cálculo do módulo da força máxima F, no bloco (2):

$$F_{m\acute{a}x} = 0,6 \cdot 10 \cdot (1 + 4)$$

$$F_{m\acute{a}x} = 30N$$

Como o valor máximo calculado é **maior** do que o atuante, o sistema **não** supera o limite de escorregamento.

- Cálculo da aceleração dos blocos (sendo $a < a_{máx}$):

$$\left\{ \begin{array}{l} +F_{at} = m_1 \cdot a \\ +F - F_{at} = m_2 \cdot a \end{array} \right. +$$

$$F = m_1 \cdot a + m_2 \cdot a$$

$$F = (m_1 + m_2) \cdot a$$

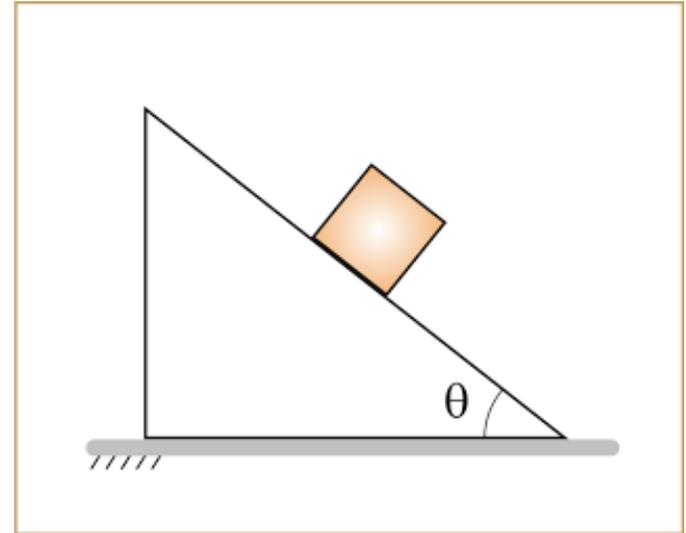
$$a = + \frac{F}{(m_1 + m_2)}$$

$$a = + \frac{25}{(1 + 4)} \rightarrow \boxed{a = +5 \frac{m}{s^2}}$$

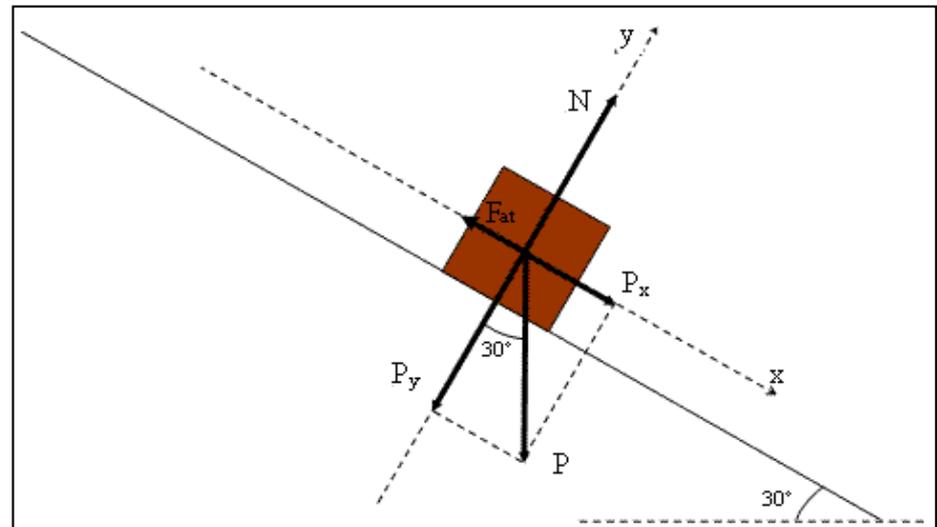
- Cálculo da força de atrito no bloco (2):

$$F_{at} = m_1 \cdot a \rightarrow F_{at} = 1.5 \rightarrow \boxed{F_{at} = 5N}$$

- 5) Um bloco é colocado num plano inclinado que forma com a horizontal um ângulo θ . Considere que o bloco esteja na iminência de escorregar. Prove que o coeficiente de atrito estático entre o bloco e o plano é igual a $\mathbf{tg\theta}$.



- 6) Um corpo de massa 12kg é abandonado sobre um plano inclinado formando 30° com a horizontal. O coeficiente de atrito dinâmico entre o bloco e o plano é 0,2. Qual é a aceleração do bloco?

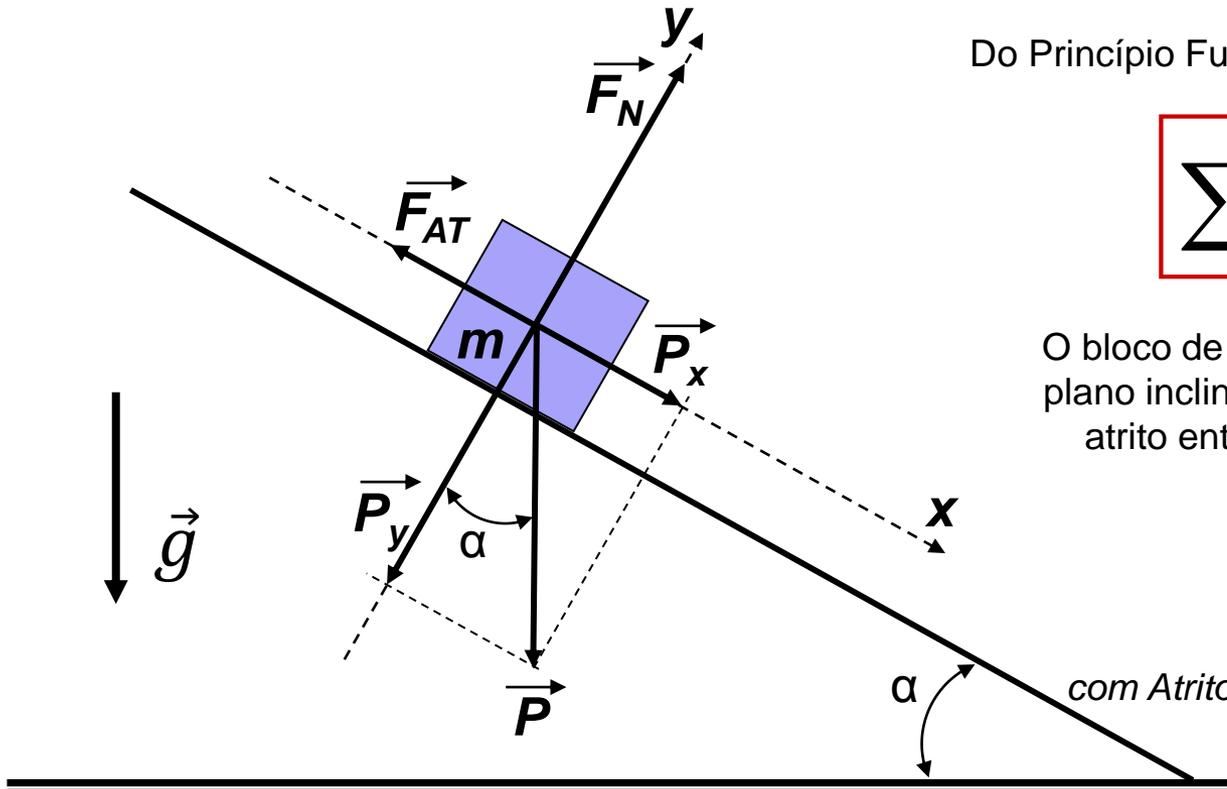


Resolução do exercício (5): Análise Física do Plano Inclinado

Do Princípio Fundamental da Dinâmica vem que:

$$\Sigma \vec{F} = m \cdot \vec{a}$$

O bloco de massa m está **parado** sobre o plano inclinado, em razão da presença de atrito entre as superfícies (\underline{v} e $\underline{a} = \underline{0}$).



$$\Sigma F_x = m \cdot a_x = 0$$

$$\Sigma F_x = P_x - F_{AT} = 0$$

$$P_x = P \cdot \text{sen} \alpha = m \cdot g \cdot \text{sen} \alpha$$

$$F_{AT} = m \cdot g \cdot \text{sen} \alpha$$

$$\Sigma F_y = m \cdot a_y = 0$$

$$\Sigma F_y = F_N - P_y = m \cdot a_y = 0$$

$$P_y = P \cdot \text{cos} \alpha = m \cdot g \cdot \text{cos} \alpha$$

$$F_N = P_y = P \cdot \text{cos} \alpha = m \cdot g \cdot \text{cos} \alpha$$

Dividindo-se F_{AT} por F_N :

$$\frac{F_{AT}}{F_N} = \frac{\cancel{m.g}.\text{sen}\alpha}{\cancel{m.g}.\text{cos}\alpha} = \text{tg}\alpha$$

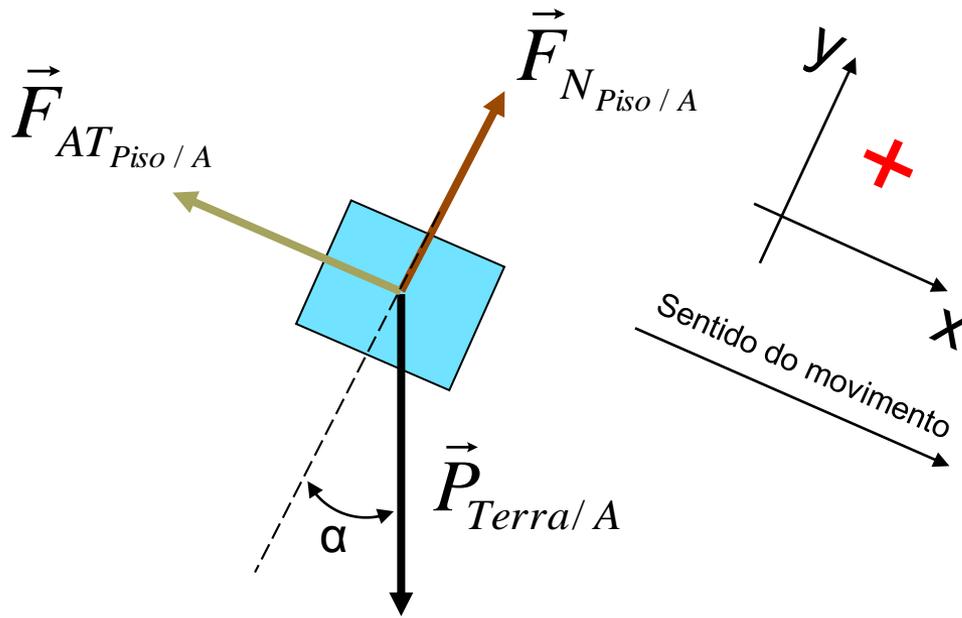
$$\frac{F_{AT}}{F_N} = \text{tg}\alpha = \mu$$

onde μ recebe o nome de *Coeficiente de Atrito Estático* (μ_{est}), pois **não** existe escorregamento entre as superfícies. A tabela abaixo apresenta alguns valores do coeficiente de atrito estático (coluna da direita):

	Kinetic	Static
Rubber on concrete (dry)	0.68	0.90
Rubber on concrete (wet)	0.58	
Rubber on asphalt (dry)	0.67	0.85
Rubber on asphalt (wet)	0.53	
Rubber on ice	0.15	
Waxed ski on snow	0.05	0.14
Wood on wood	0.30	0.42
Steel on steel	0.57	0.74
Copper on steel	0.36	0.53
Teflon on Teflon	0.04	

Ao usar um plano inclinado para determinar μ , procura-se **sempre** a condição limite de **máximo** **ângulo** de abertura.

Resolução do exercício (6):



$$\vec{F}_{Res} = m \cdot \vec{a}$$

$$\Sigma F_y = m \cdot a_y$$

$$+F_N - P \cdot \cos \alpha = m \cdot a_y$$

$$F_N = m \cdot g \cdot \cos \alpha$$

$$\Sigma F_x = m \cdot a_x$$

$$+P \cdot \sin \alpha - F_{at} = m \cdot a_x$$

$$F_{at} = \mu_c \cdot F_N$$

$$+m \cdot g \cdot \sin \alpha - \mu_c \cdot m \cdot g \cdot \cos \alpha = m \cdot a_x$$

$$+g \cdot \sin \alpha - \mu_c \cdot g \cdot \cos \alpha = a_x$$

$$a_x = +g \cdot (\sin \alpha - \mu_c \cdot \cos \alpha)$$

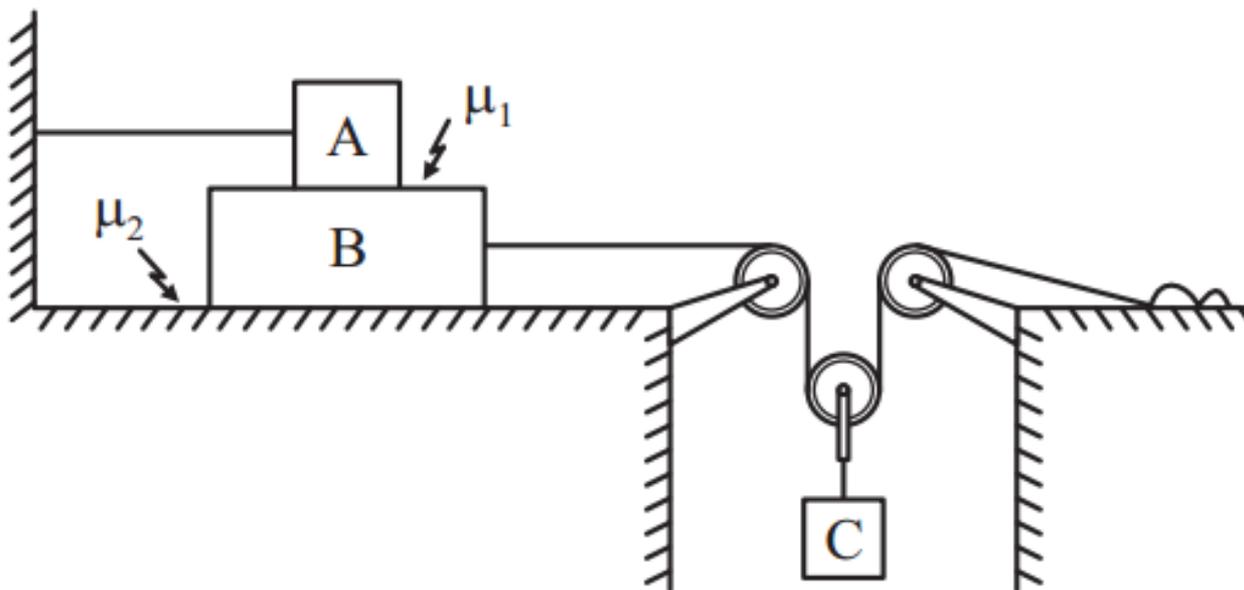
$$a_x = +10 \cdot (\sin 30^\circ - 0,2 \cdot \cos 30^\circ)$$

$$a_x = +10 \cdot \left(\frac{1}{2} - 0,2 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} \right)$$

$$a_x = +3,27 \text{ m/s}^2$$

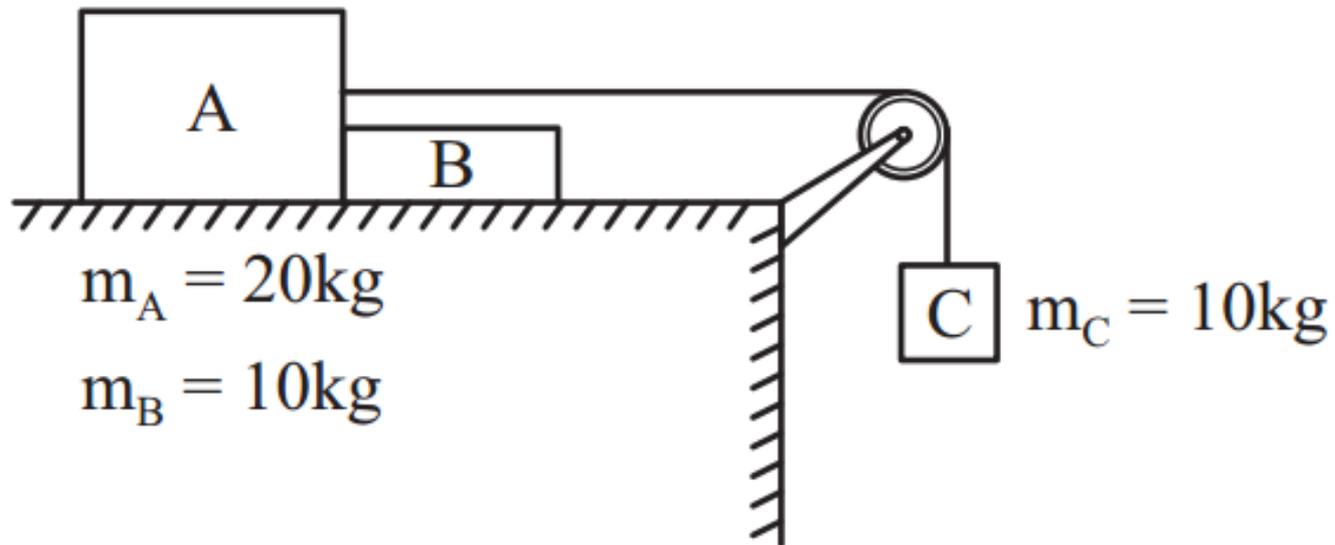
- 7) Na configuração abaixo, o coeficiente de atrito entre os blocos A e B é $\mu_1 = 0,10$ e entre o bloco B e a superfície horizontal é μ_2 . Sendo $P_A = 20\text{N}$, $P_B = 80\text{N}$ e $P_C = 60\text{N}$, e sabendo-se que o sistema está na iminência de deslizamento, o coeficiente de atrito μ_2 vale:

A) 0,20 B) 0,28 C) 0,30 D) 0,10 E) 0,58

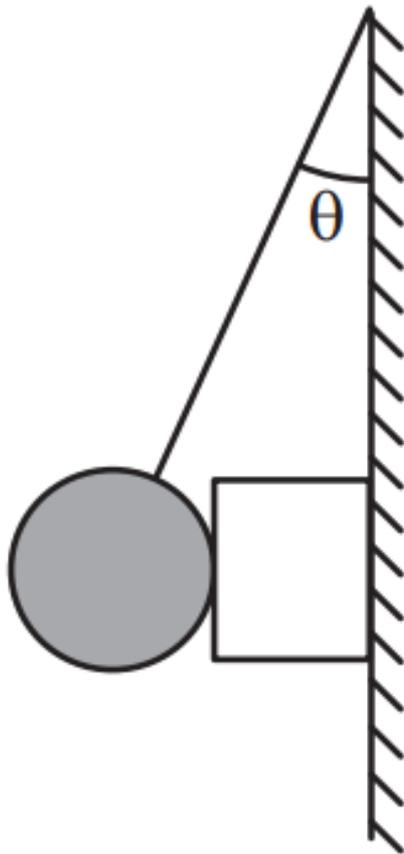


- 8) (Aman/84) Na figura abaixo, a superfície é horizontal; a roldana e o fio empregados têm massas desprezíveis e existe atrito apenas entre os blocos e a superfície de apoio. Sendo $g = 10 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$ e o coeficiente de atrito cinético igual a 0,20, a força de interação entre os blocos vale:

A) 50N B) 40N C) 20N D) 30N E) 70N

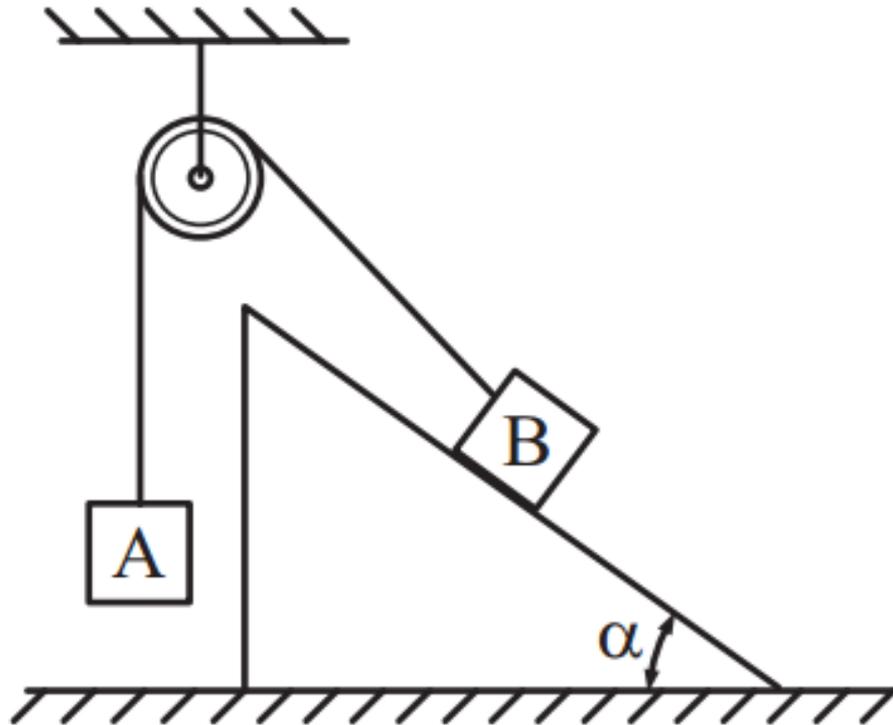


- 9) O bloco da figura, sustentado pela massa pendular à parede, está prestes a cair. Sendo μ o coeficiente de atrito estático entre todas as superfícies em contato, calcule o valor da razão $\cot\theta/\mu$. A massa pendular e a do bloco são iguais.



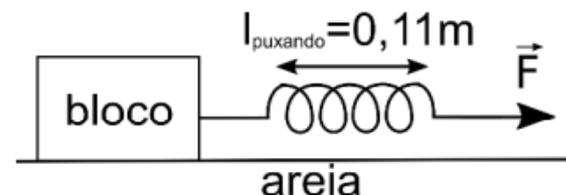
10) (ITA) Na figura abaixo, os dois blocos A e B têm massas iguais. O menor valor dos coeficientes de atrito estático entre o plano inclinado de α e o bloco B, para que o sistema não escorregue, é:

- A) $(1 - \operatorname{sen}\alpha)/\operatorname{cos}\alpha$ B) $(1 - \operatorname{cos}\alpha)/\operatorname{sen}\alpha$ C) $\operatorname{tg}\alpha$ D) $\operatorname{cotg}\alpha$ E) $\operatorname{cossec}\alpha$



11) Um estudo publicado em 2014 na renomada revista científica *Physical Review Letters* (<http://journals.aps.org/prl/abstract/10.1103/PhysRevLett.112.175502>) descreve como a antiga civilização egípcia reduzia o atrito entre a areia e os trenós que levavam pedras de até algumas toneladas para o local de construção das pirâmides. O artigo demonstrou que a areia na frente do trenó era molhada com a quantidade certa de água para que ficasse mais rígida, diminuindo a força necessária para puxar o trenó. Caso necessário, use $g = 10 \text{ m/s}^2$ para resolver as questões abaixo.

a) Considere que, no experimento realizado pelo estudo citado acima, um bloco de massa $m = 2 \text{ kg}$ foi colocado sobre uma superfície de areia úmida e puxado por uma mola de massa desprezível e constante elástica $k = 840 \text{ N/m}$, com velocidade constante, como indica a figura ao lado. Se a mola em repouso tinha comprimento $l_{\text{repouso}} = 0,10 \text{ m}$, qual é o coeficiente de atrito dinâmico entre o bloco e a areia?



b) Neste experimento, o menor valor de coeficiente de atrito entre a areia e o trenó é obtido com a quantidade de água que torna a areia rígida ao cisalhamento. Esta rigidez pode ser caracterizada pelo seu módulo de cisalhamento, dado por $G = Fl/A\Delta x$, em que F é o módulo da força aplicada tangencialmente a uma superfície de área A de um material de espessura l , e que a deforma por uma distância Δx , como indica a figura ao lado. Considere que a figura representa o experimento realizado para medir G da areia e também o coeficiente de atrito dinâmico entre a areia e o bloco, ambos em função da quantidade de água na areia. O resultado do experimento é mostrado no gráfico apresentado no espaço de resolução abaixo. Com base no experimento descrito, qual é o valor da razão $l/\Delta x$ da medida que resultou no menor coeficiente de atrito dinâmico?

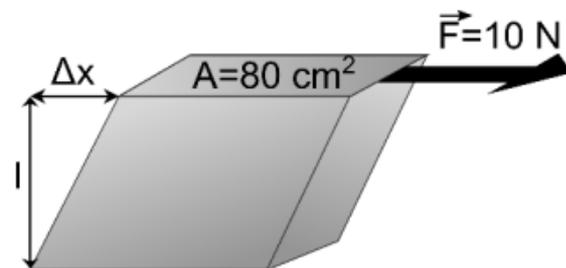
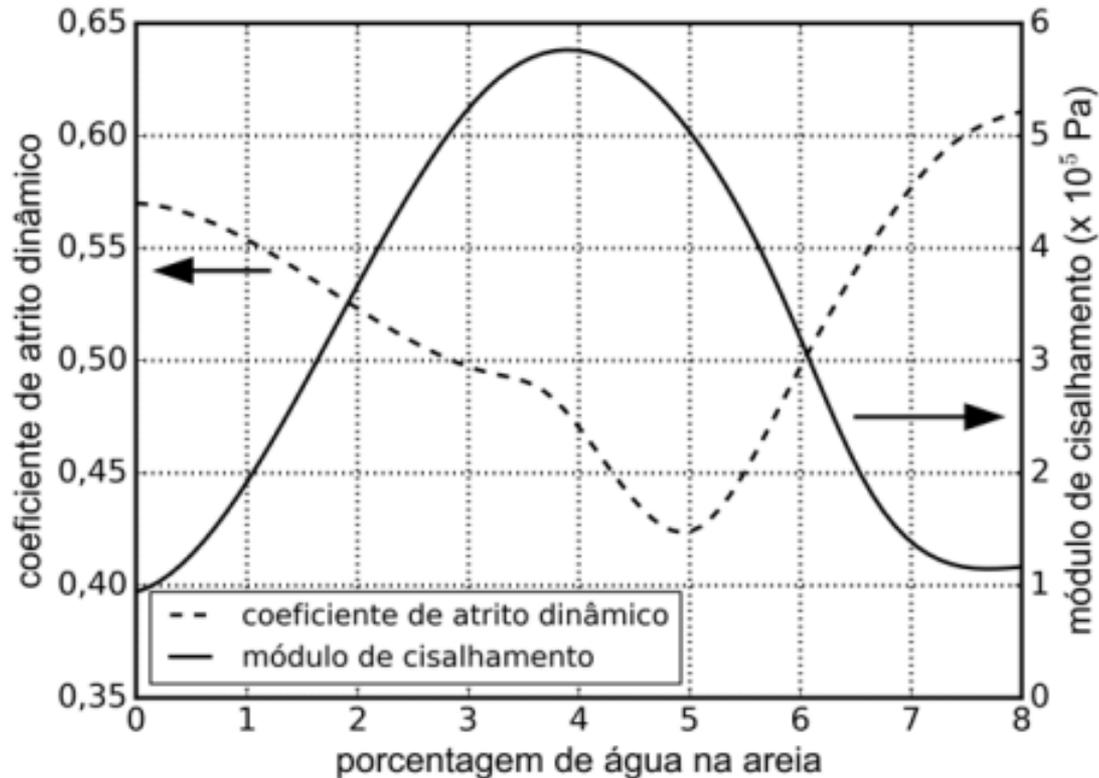


Gráfico da questão 11)



Note que há duas escalas para o eixo das ordenadas, uma para cada curva. A legenda e as setas indicam as escalas de cada curva.

Referências Sitioográficas

<http://www.if.ufrgs.br/cref/?area=questions&id=597>

http://osfundamentosdafisica.blogspot.com.br/2013/08/cursos-do-blog-mecanica_26.html

http://www.scielo.br/scielo.php?script=sci_arttext&pid=S1806-11172002000200010

<http://www.physics.ucf.edu/~saul/Common/06-Forces/FrictionCoeffs.html>

http://www.automotiva-poliusp.org.br/wp-content/uploads/2013/02/border_carlos.pdf

http://www.abcm.org.br/pt/wp-content/anais/cobef/2005/COF_051013434.pdf

http://sites.poli.usp.br/d/pme2600/2011/Trabalhos%20finais/TCC_026_2011.pdf

<https://www.lume.ufrgs.br/bitstream/handle/10183/2443/000319586.pdf?sequence=1>

<https://estudogeral.sib.uc.pt/bitstream/10316/20176/1/Disserta%C3%A7%C3%A3o%20de%20Mestrado%20-%20Nelson%20Marco%20Xavier%20Trindade.pdf>

<http://www.fisica.ufjf.br/~radias/doutorado/tese.pdf>

<http://www.seara.ufc.br/folclore/folclore109.htm>

<http://obraslivres.com/obras/91655/analise-da-aderencia-entre-pneu-e-pavimento-com-camada-porosa-de-atrito-no-aeroporto-internacional-tancredo-neves-mg>

<http://estadoquantico.blogspot.com/2011/05/atrito-e-tracao-de-automoveis.html>