Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia de São Paulo
Campus São Paulo

Revisão

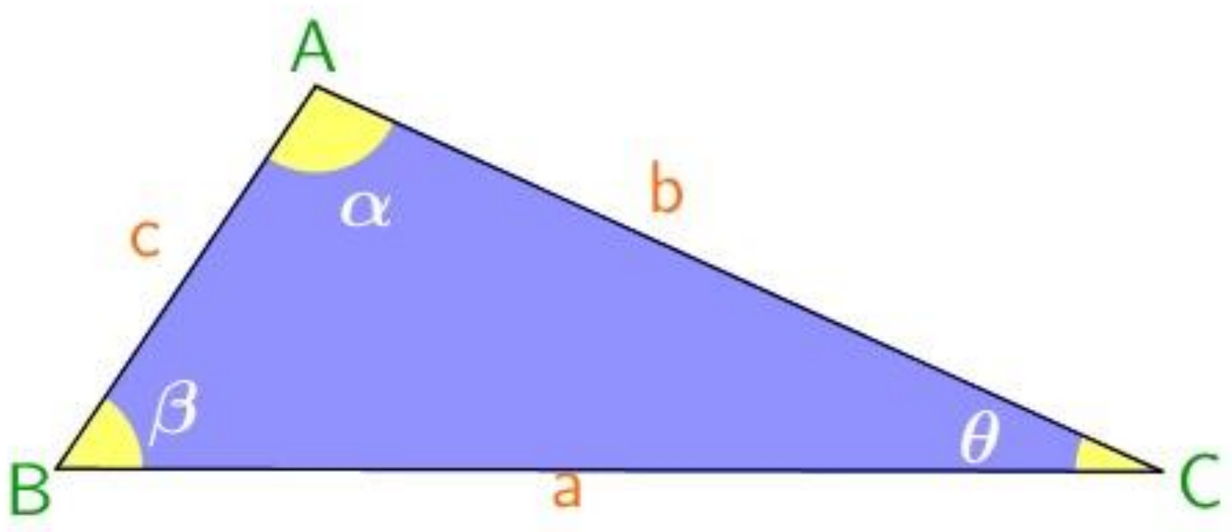
parte 3

FIS 1ª série EMI

André Cipoli

Triângulo *(Geometria Plana)*

Um triângulo é um polígono convexo. É a região formada por três semirretas concorrentes entre si, duas a duas, em três pontos diferentes, formando seus três lados.



- Vértices: A, B, C
- Lados: a, b, c
- Ângulos: α, β, θ

$$\boxed{\alpha+\beta+\theta=180^\circ}$$

Triângulo

(Geometria Espacial)

$$\boxed{\alpha+\beta+\theta\rangle 180^\circ}$$

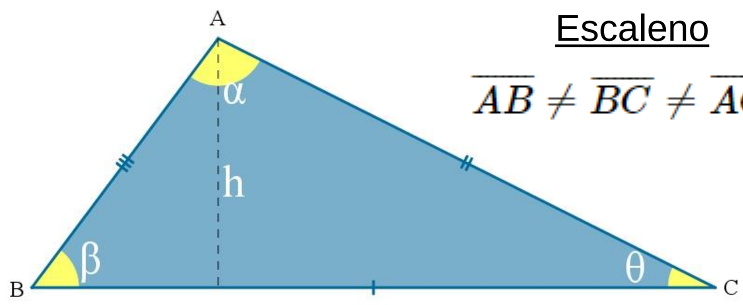
Triângulo

Classificação

- Lados:

Escaleno

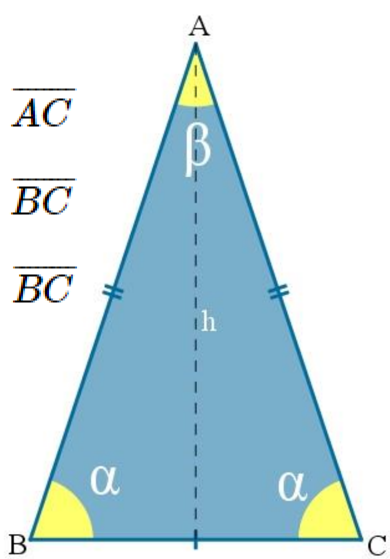
$$\overline{AB} \neq \overline{BC} \neq \overline{AC}$$



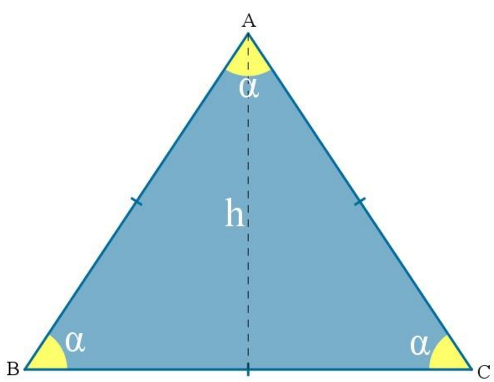
$$\overline{AB} = \overline{AC}$$

$$\overline{AB} \neq \overline{BC}$$

$$\overline{AC} \neq \overline{BC}$$



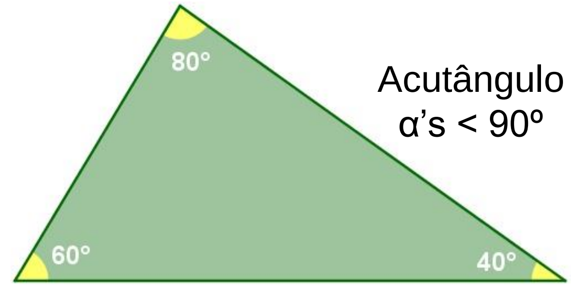
Isósceles



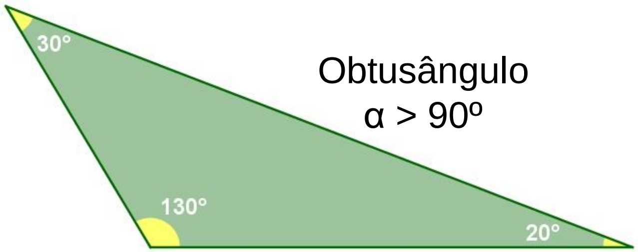
$$\overline{AB} = \overline{BC} = \overline{AC}$$

Equilátero

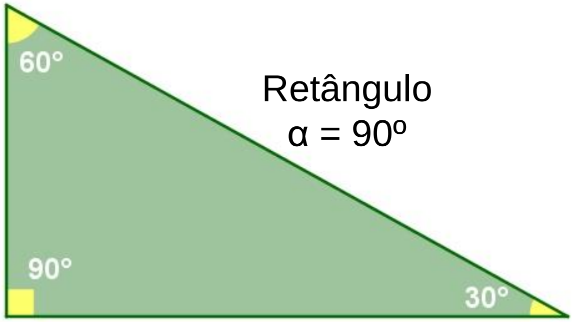
- Ângulos:



Acutângulo
α's < 90º



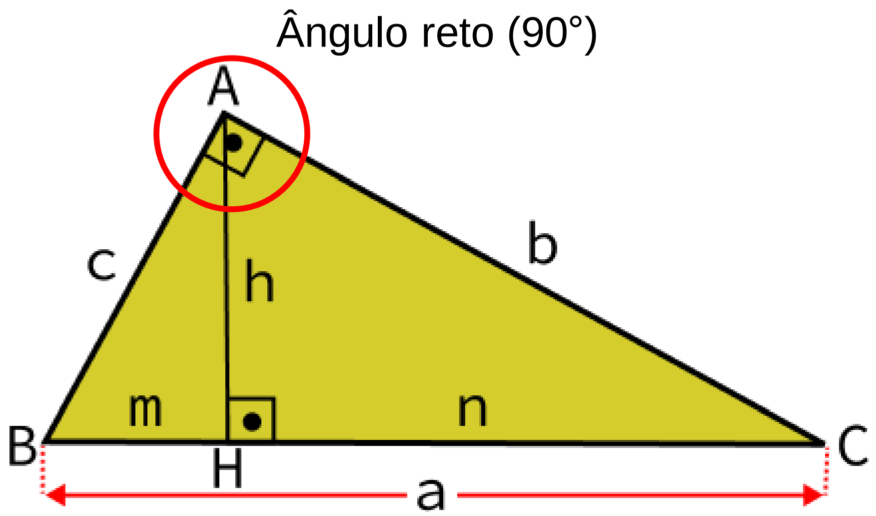
Obtusângulo
α > 90º



Retângulo
α = 90º

Triângulo Retângulo

• Valores notáveis:



a → hipotenusa

b, c → catetos

h → altura em relação a BC

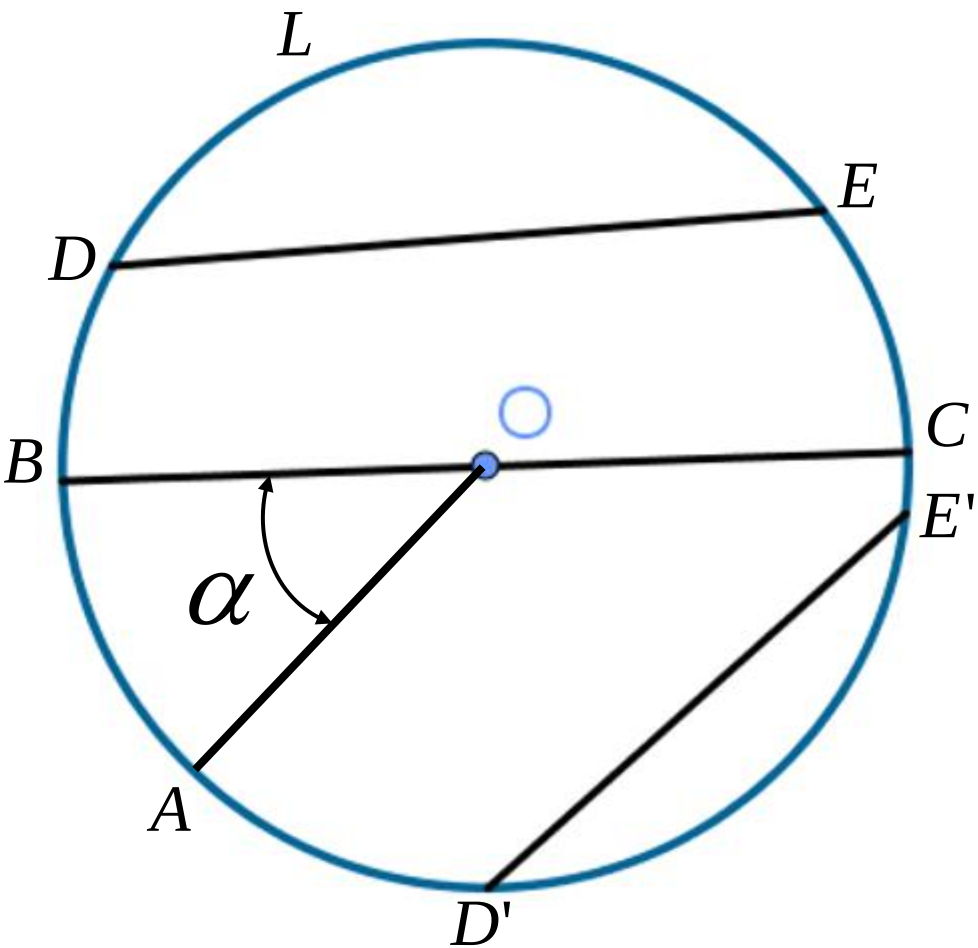
b → altura em relação a AB

c → altura em relação a AC

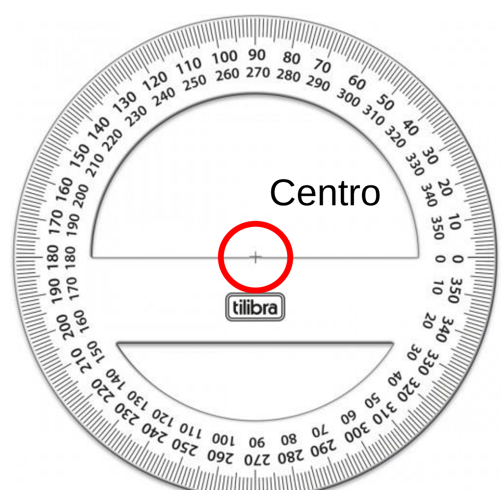
• Teorema de Pitágoras: $\boxed{a^2 = b^2 + c^2}$

Circunferência

Nomenclatura



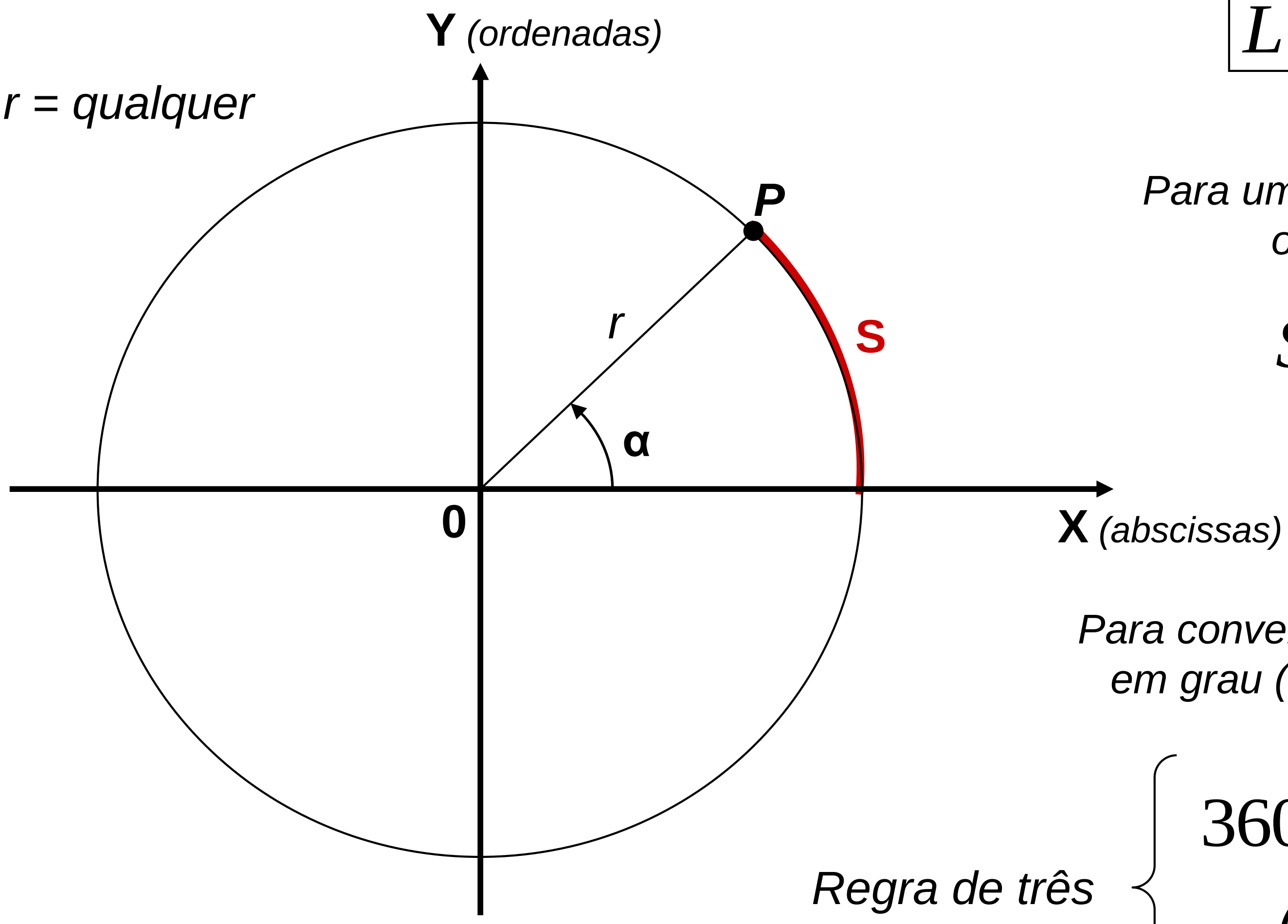
- Raio $\rightarrow \overline{OA}, \overline{OB}, \overline{OC}$
- Diâmetro $\rightarrow \overline{BC}$
- Corda $\rightarrow \overline{DE}, \overline{D'E'}$
- Perímetro $\rightarrow$ $L = \pi.\overline{BC}$
- $\alpha \rightarrow$ ângulo central



Transferidor

Circunferência

r = *qualquer*



Perímetro

$$\boxed{L = 2 \times \pi \times r}$$

Para um ângulo ***α*** *qualquer, o arco* ***S*** *vale:*

$$S = \alpha \times r$$

$\alpha \rightarrow$ radiano

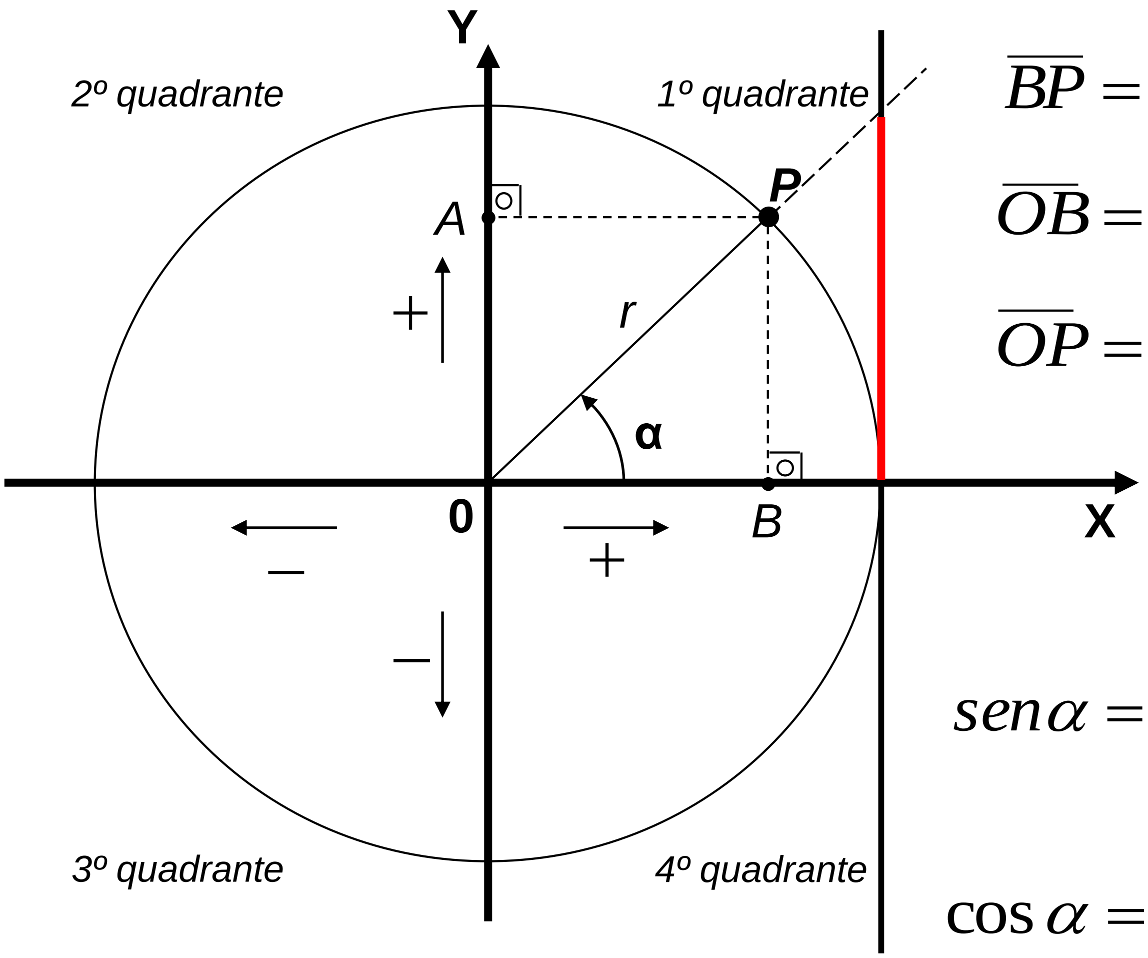
Para converter um ângulo ***α*** *, dado em grau (°), para radiano (rad):*

Regra de três

$$\begin{cases} 360° \rightarrow 2\pi(rad) \\ \alpha(°) \rightarrow x(rad) \end{cases}$$

$$\boxed{\pi = 3{,}1416...}$$

Círculo Trigonométrico



$$\overline{BP} = \text{cateto oposto} = \overline{OA}$$

$$\overline{OB} = \text{cateto adjacente} = \overline{AP}$$

$$\overline{OP} = \text{hipotenusa}$$

$r \rightarrow$ raio de curvatura = 1

$$sen\,\alpha = \frac{\text{cateto oposto}}{\text{hipotenusa}} = \frac{\overline{OA}}{\overline{OP}}$$

$$\cos\alpha = \frac{\text{cateto adjacente}}{\text{hipotenusa}} = \frac{\overline{OB}}{\overline{OP}}$$

$$tg\,\alpha = \frac{\text{cateto oposto}}{\text{cateto adjacente}} = \frac{\overline{OA}}{\overline{OB}}$$

Círculo Trigonométrico

Para a determinação de senos e cossenos:

Ângulo	Seno	Cosseno	Tangente	Ângulo	Seno	Cosseno	Tangente
1°	0,017 5	0,999 8	0,017 5	46°	0,719 3	0,694 7	1,035 5
2°	0,034 9	0,999 4	0,034 9	47°	0,731 4	0,682 0	1,072 4
3°	0,052 3	0,998 6	0,052 4	48°	0,743 1	0,669 1	1,110 6
4°	0,069 8	0,997 6	0,069 9	49°	0,754 7	0,656 1	1,150 4
5°	0,087 2	0,996 2	0,087 5	50°	0,766 0	0,642 8	1,191 8
6°	0,104 5	0,994 5	0,105 1	51°	0,777 1	0,629 3	1,234 9
7°	0,121 9	0,992 5	0,122 8	52°	0,788 0	0,615 7	1,279 9
8°	0,139 2	0,990 3	0,140 5	53°	0,798 6	0,601 8	1,327 0
9°	0,156 4	0,987 7	0,158 4	54°	0,809 0	0,587 8	1,376 4
10°	0,173 6	0,984 8	0,176 3	55°	0,819 2	0,573 6	1,428 1
11°	0,190 8	0,981 6	0,194 4	56°	0,829 0	0,559 2	1,482 6
12°	0,207 9	0,978 1	0,212 6	57°	0,838 7	0,544 6	1,539 9
13°	0,225 0	0,974 4	0,230 9	58°	0,848 0	0,529 9	1,600 3
14°	0,241 9	0,970 3	0,249 3	59°	0,857 2	0,515 0	1,664 3
15°	0,258 8	0,965 9	0,267 9	60°	0,866 0	0,500 0	1,732 1
16°	0,275 6	0,961 3	0,286 7	61°	0,874 6	0,484 8	1,804 0
17°	0,292 4	0,956 3	0,305 7	62°	0,882 9	0,469 5	1,880 7
18°	0,309 0	0,951 1	0,324 9	63°	0,891 0	0,454 0	1,962 6
19°	0,325 6	0,945 5	0,344 3	64°	0,898 8	0,438 4	2,050 3
20°	0,342 0	0,939 7	0,364 0	65°	0,906 3	0,422 6	2,144 5
21°	0,358 4	0,933 6	0,383 9	66°	0,913 5	0,406 7	2,246 0
22°	0,374 6	0,927 2	0,404 0	67°	0,920 5	0,390 7	2,355 9
23°	0,390 7	0,920 5	0,424 5	68°	0,927 2	0,374 6	2,475 1
24°	0,406 7	0,913 5	0,445 2	69°	0,933 6	0,358 4	2,605 1
25°	0,422 6	0,906 3	0,466 3	70°	0,939 7	0,342 0	2,747 5
26°	0,438 4	0,898 8	0,487 7	71°	0,945 5	0,325 6	2,904 2
27°	0,454 0	0,891 0	0,509 5	72°	0,951 1	0,309 0	3,077 7
28°	0,469 5	0,882 9	0,531 7	73°	0,956 3	0,292 4	3,270 9
29°	0,484 8	0,874 6	0,554 3	74°	0,961 3	0,275 6	3,487 4
30°	0,500 0	0,866 0	0,577 4	75°	0,965 9	0,258 8	3,732 1
31°	0,515 0	0,857 2	0,600 9	76°	0,970 3	0,241 9	4,010 8
32°	0,529 9	0,848 0	0,624 9	77°	0,974 4	0,225 0	4,331 5
33°	0,544 6	0,838 7	0,649 4	78°	0,978 1	0,207 9	4,704 6
34°	0,559 2	0,829 0	0,674 5	79°	0,981 6	0,190 8	5,144 6
35°	0,573 6	0,819 2	0,700 2	80°	0,984 8	0,173 6	5,671 3
36°	0,587 8	0,809 0	0,726 5	81°	0,987 7	0,156 4	6,313 8
37°	0,601 8	0,798 6	0,753 6	82°	0,990 3	0,139 2	7,115 4
38°	0,615 7	0,788 0	0,781 3	83°	0,992 5	0,121 9	8,144 3
39°	0,629 3	0,777 1	0,809 8	84°	0,994 5	0,104 5	9,514 4
40°	0,642 8	0,766 0	0,839 1	85°	0,996 2	0,087 2	11,430 1
41°	0,656 1	0,754 7	0,869 3	86°	0,997 6	0,069 8	14,300 7
42°	0,669 1	0,743 1	0,900 4	87°	0,998 6	0,052 3	19,081 1
43°	0,682 0	0,731 4	0,932 5	88°	0,999 4	0,034 9	28,636 3
44°	0,694 7	0,719 3	0,965 7	89°	0,999 8	0,017 5	57,290 0
45°	0,707 1	0,707 1	1,000 0				

Ângulo	Seno	Cosseno	Tangente
0° ou 0	0	1	0
30° ou $\pi/6$	$1/2$	$\sqrt{3}/2$	$\sqrt{3}/3$
45° ou $\pi/4$	$\sqrt{2}/2$	$\sqrt{2}/2$	1
60° ou $\pi/3$	$\sqrt{3}/2$	$1/2$	$\sqrt{3}$
90° ou $\pi/2$	1	0	$\nexists$

Área

Retângulo → $A = b \times h$

Quadrado → $A = l^2$

Triângulo → $A = \frac{1}{2} \times b \times h$

Círculo → $A = \pi \times R^2$

Lateral do Cilindro → $A = 2 \times \pi \times R \times h$

Superfície esférica → $A = 4 \times \pi \times R^2$

Volume

Esfera → $V = \frac{4}{3} \times \pi \times R^3$

Paralelepípedo reto → $V = b \times h \times l$

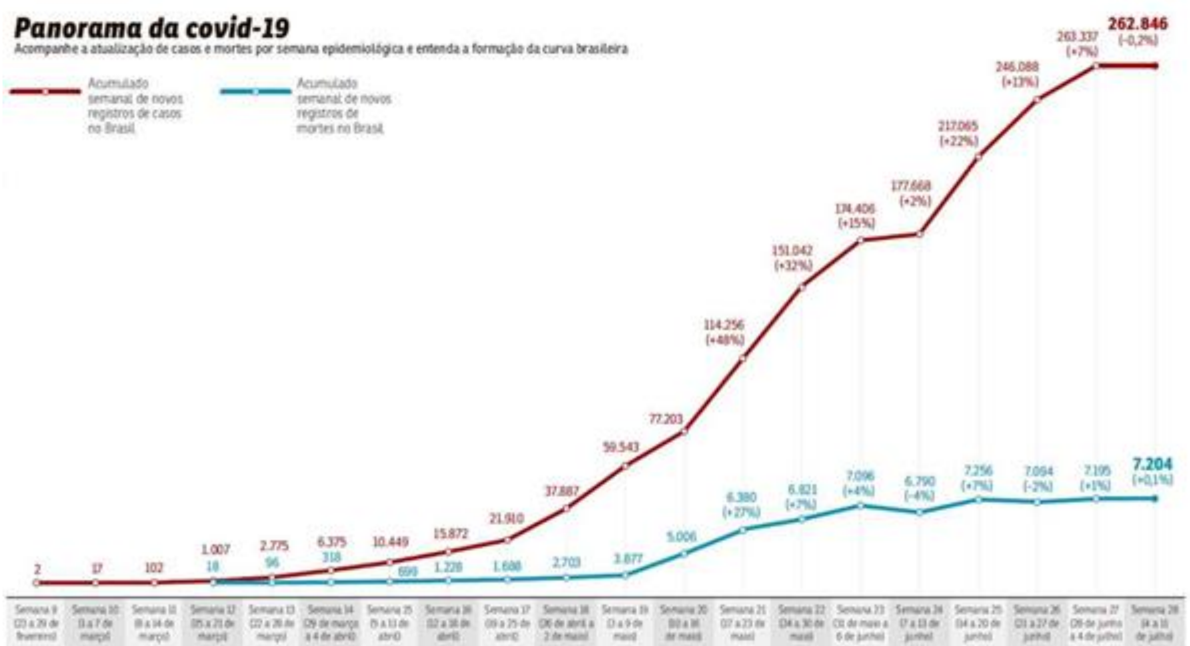
Cubo → $V = l^3$

Cilindro → $V = \pi \times R^2 \times h$

Tabelas, ***Gráficos*** e ***Funções Matemáticas***

A partir de um conjunto de pares de pontos (dados do experimento observado) e utilizando um gráfico, iremos encontrar uma função matemática do tipo ***y = f(x)***, que corresponde ao fenômeno, seja ele, biológico, demográfico, econômico, físico, químico, financeiro etc.

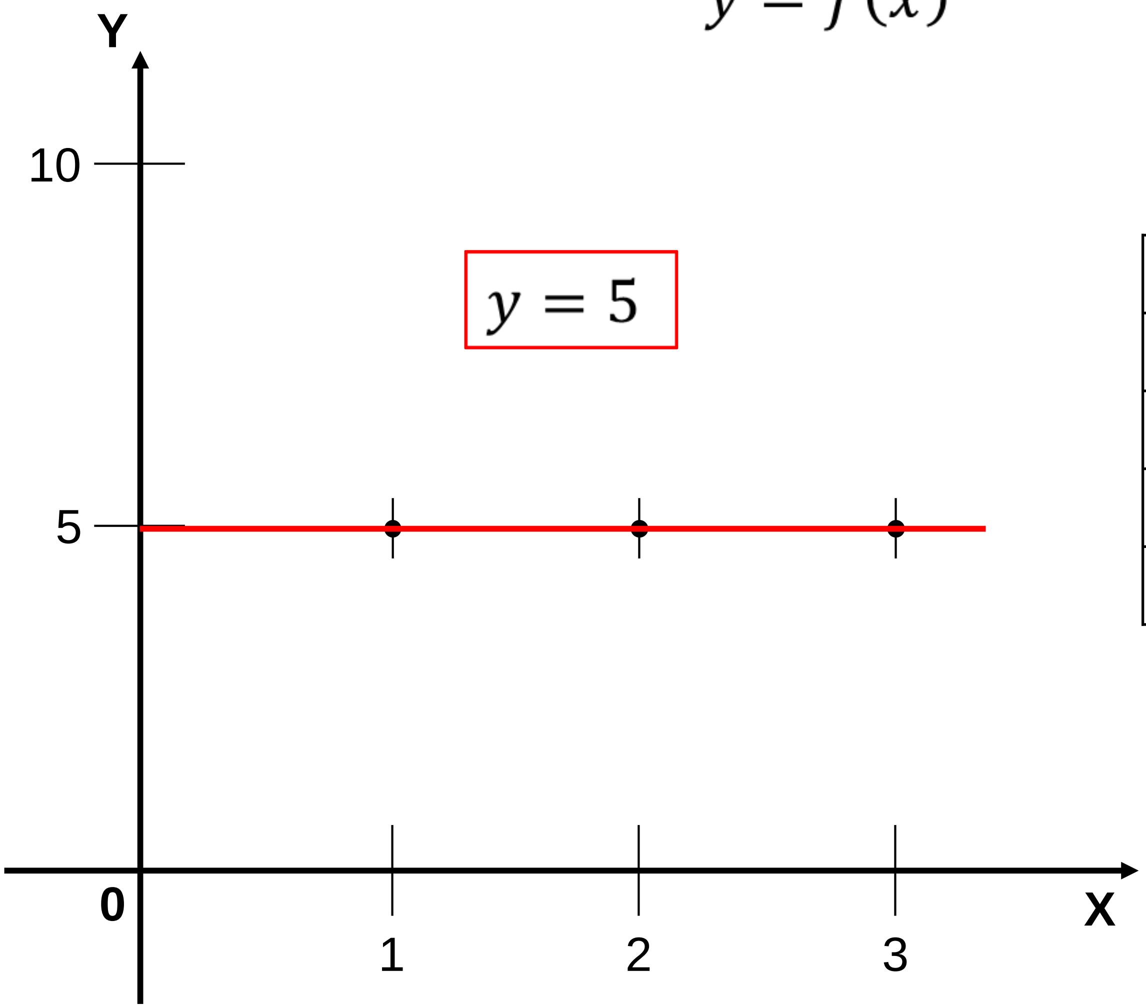
Nº
casos/Óbitos



Tempo

Função Uniforme $\rightarrow$ $y = constante = C$

$$y = f(x)$$



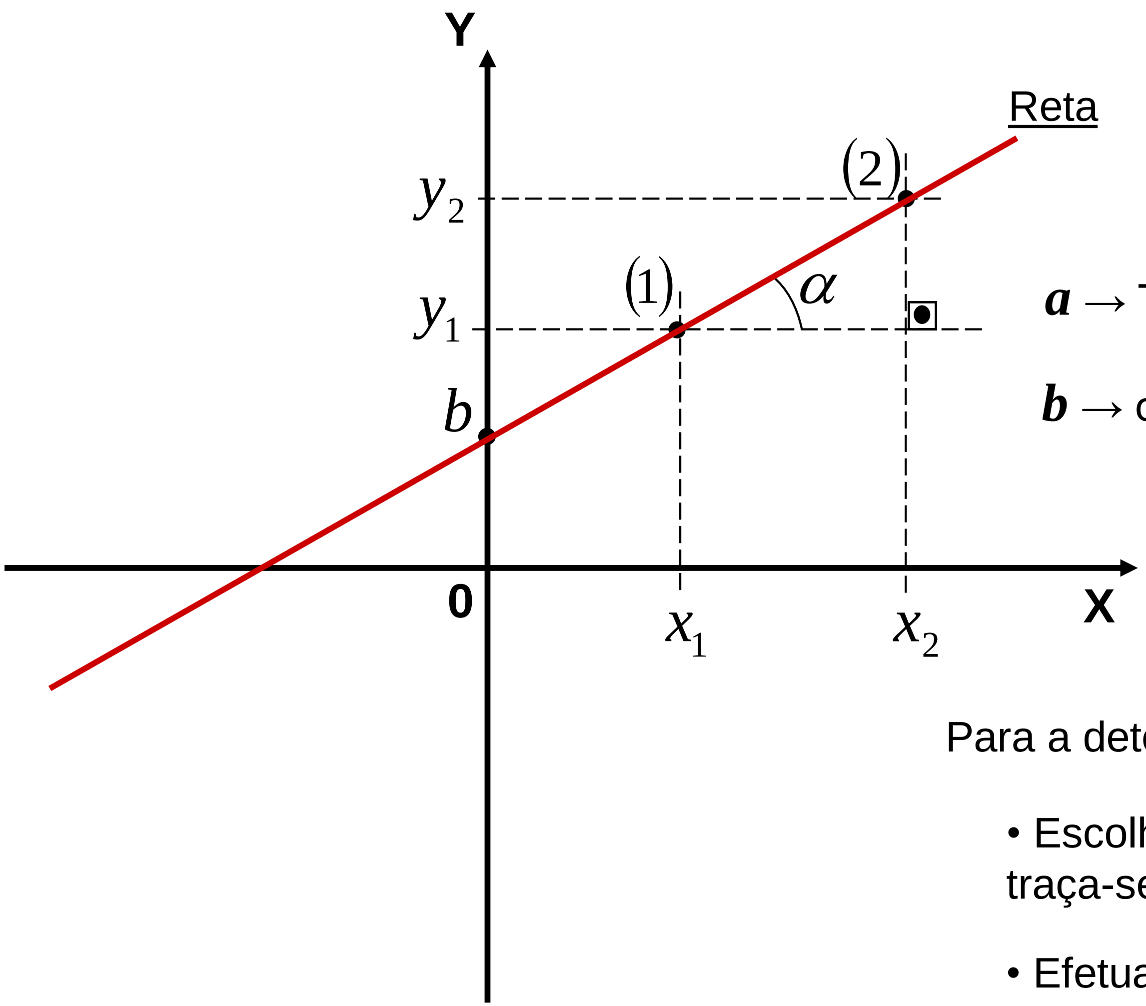
Tabela

X	Y
0	5
1	5
2	5
3	5

Para qualquer valor X, tem-se sempre o mesmo valor Y.

(Reta paralela ao eixo X ou perpendicular ao eixo Y)

Função de 1º grau $\rightarrow$ $y = f(x) = a.x + b$



$\boldsymbol{a}$ $\rightarrow$ TVM (Taxa de Variação Média)

$\boldsymbol{b}$ $\rightarrow$ coeficiente linear (quando x = 0)

Para a determinação de $\boldsymbol{a}$:

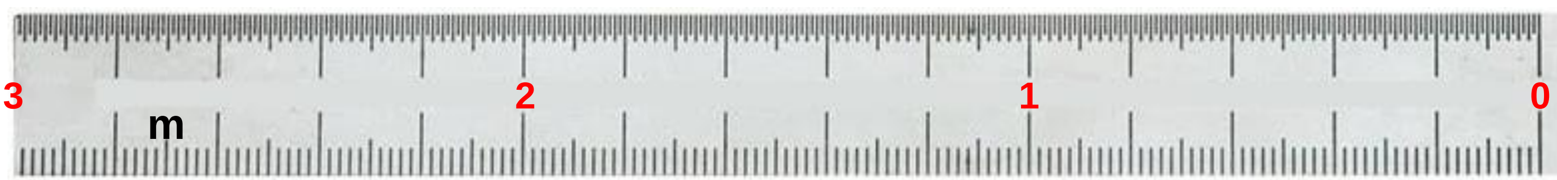
- Escolhem-se 2 pontos sobre a reta e traça-se um triângulo retângulo com eles;
- Efetua-se o cálculo abaixo:

$$a = \frac{cat.oposto}{cat.adjacente} = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$$

Exemplo

O movimento de um corredor.

Cronômetro (*instante*)



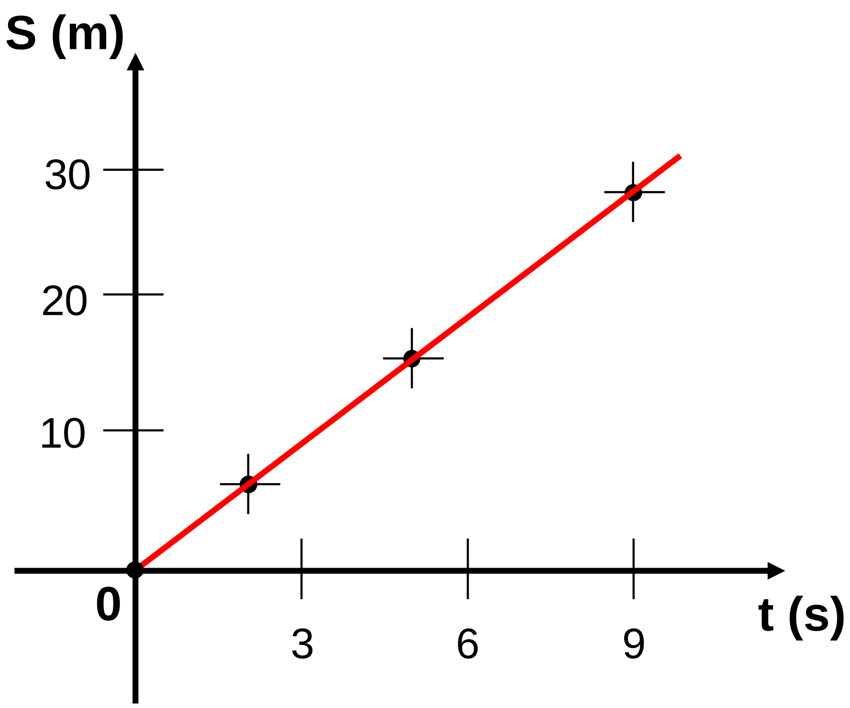
Régua (*posição*)

Construção gráfica e análise matemática

Tabela

t (s)	S (m)
0	0
2	6
5	15
9	27

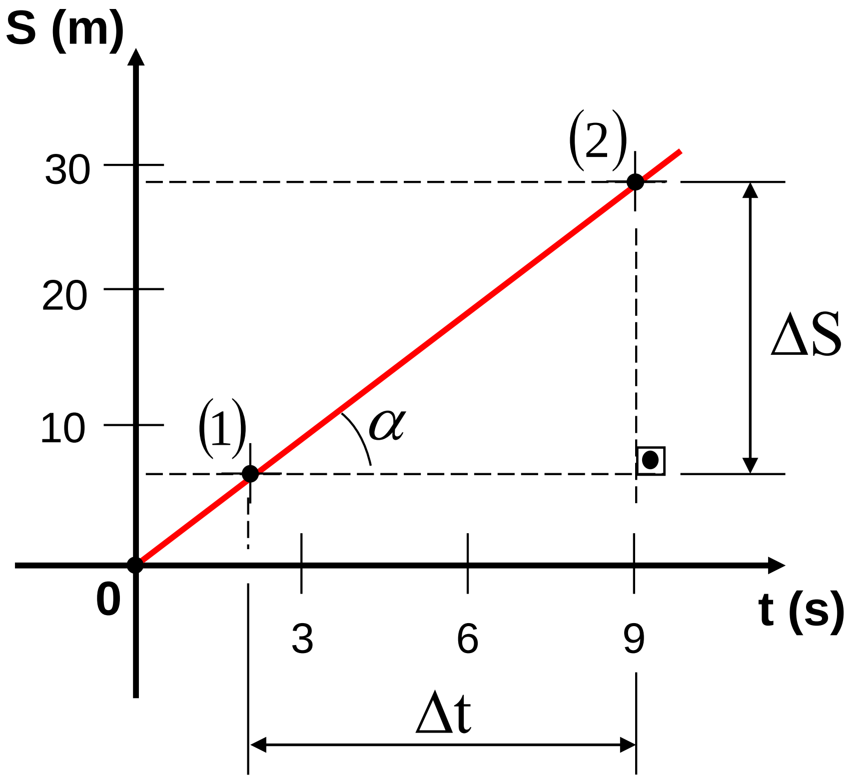
Gráfico



A construção de um gráfico permite uma interpretação mais detalhada do fenômeno, pois geralmente o associa a uma função matemática conhecida.

Lançados os pares de pontos (x,y), traça-se uma curva que melhor contemple a distribuição deles. A partir daí, quem “manda” no fenômeno é a curva (***linha vermelha***), não mais a tabela. No exemplo, tem-se uma ***reta***.

Gráfico



$$y = f(x) = a.x + b$$

$$a = \frac{cat.oposto}{cat.adjacente} = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$$

$b \rightarrow$ coeficiente linear (quando x = 0)

$$S = f(t) = a.t + b \begin{cases} a = \dfrac{S_2 - S_1}{t_2 - t_1} = \dfrac{27-6}{9-2} = \dfrac{21}{7} = 3\,\dfrac{m}{s} \\ \text{quando t = 0, } S = 0 \end{cases}$$

Velocidade Média do corredor

$\boxed{S = 3.t}$ (Função Horária → ***Previsão***)

Não se esqueça de assistir aos seguintes vídeos:

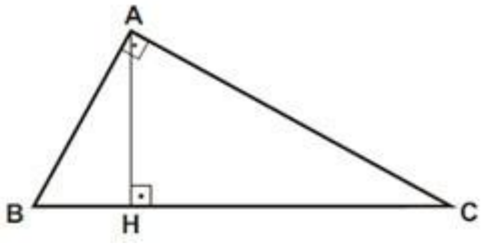
https://www.youtube.com/watch?v=4sTUs4ll3dI - Trigonometria do triângulo retângulo

https://www.youtube.com/watch?v=8gwCPpp_Ujo - Circunferência trigonométrica (arcos e quadrantes)

https://www.youtube.com/watch?v=th2Mi82serM - Circunferência trigonométrica (seno e cosseno)

Exercícios

1) Na figura abaixo, sabendo-seque AB = 6 cm e AC = 8 cm, determine as medidas de BC, BH, HC e AH.



2) Um ciclista, partindo de um ponto A, percorre 15 km para o norte; a seguir, fazendo um ângulo de 90º, percorre 20 km para o leste, chegando ao ponto B. Qual a distância, em linha reta, do ponto B ao ponto A?

3) Determine o comprimento de um arco com ângulo central igual a 30º contido numa circunferência de raio 10 cm.

4) O ponteiro dos minutos de um relógio de parede mede 10 cm. Qual será o espaço percorrido pelo ponteiro após 15 minutos? E depois de 30 minutos? E 40 minutos?

5) (UFPI) Um avião decola, percorrendo uma trajetória retilínea, formando com o solo um ângulo de 30° (suponha que a região sobrevoada pelo avião seja plana). Depois de percorrer 1.000 metros, quanto vale , em metros, a altura atingida pelo avião?

6) (U.F. Juiz de Fora – MG) Ao aproximar-se de uma ilha, o capitão de um navio avistou uma montanha e decidiu medir a sua altura. Ele mediu um ângulo de 30° na direção do seu cume. Depois de navegar mais 2 km em direção à montanha, repetiu o procedimento, medindo um novo ângulo de 45°. Então, usando $\sqrt{3} = 1,73$, qual o valor que mais se aproxima da altura dessa montanha, em quilômetros?

7) Quando o Sol se encontra a 45º acima do horizonte, uma árvore projeta sua sombra no chão com o comprimento de 15 m. Determine a altura dessa árvore.

8) Determine a medida do raio de uma praça circular que possui 9420 m de comprimento (Use $\pi = 3{,}14$.).

9) (UEM-PR) Uma pista de atletismo tem a forma circular e seu diâmetro mede 80m. Um atleta treinando nessa pista deseja correr 10 km diariamente. Determine o número mínimo de voltas completas que ele deve dar nessa pista a cada dia.

10) Considerando que uma pizza tradicional grande possui 35 cm de raio e uma pizza tradicional pequena apresenta 25 cm, determine a diferença entre a área das duas pizzas.

11) (UESPI) Um trabalhador gasta 3 horas para limpar um terreno circular de 6 metros de raio. Se o terreno tivesse 12 metros de raio, quanto tempo o trabalhador gastaria para limpar tal terreno?

12) Uma esfera de plástico possui raio medindo 20 centímetros. Determine a área dessa região esférica.

13) Um reservatório possui a forma esférica com 15 metros de raio. Calcule a capacidade total de armazenamento desse reservatório.

14) Qual é a área total de um cubo cujas arestas medem 15 centímetros?

15) Uma caixa de presentes foi revestida com um papel para aprimorar sua decoração. Sabendo que cada centímetro quadrado desse papel custa R$ 0,10, quanto foi pago para revestir essa caixa, sabendo que não é necessário revestir sua tampa e que ela tem formato de cubo de aresta igual a 20 cm?

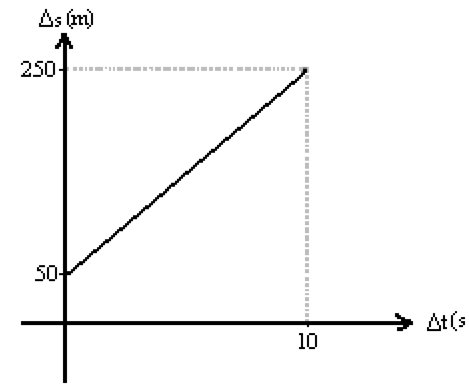
16) Dada a função de primeiro grau $f(x) = 2x + 3$, qual é o valor de $f(10)$?

17) Qual é o coeficiente linear da função $f(x) = 2x - 1$?

18) Qual é o coeficiente angular (taxa de variação média) da função de 1º grau $f(x) = 9x - 27$?

19) Um motorista de táxi cobra R$ 3,50 de bandeirada (valor fixo) mais R$ 0,70 por quilômetro rodado (valor variável). Determine o valor a ser pago por uma corrida relativa a um percurso de 18 quilômetros.

20) O gráfico a seguir representa a função horária do espaço de um móvel em trajetória retilínea e em movimento uniforme. Com base nele, determine a velocidade e a função horária do espaço deste móvel.



21) (UFSM) Durante os exercícios de força realizados por um corredor, é usada uma tira de borracha presa ao seu abdômen. Nos arranques, o atleta obtém os seguintes resultados:

semana	1	2	3	4	5
ΔX(cm)	20	24	26	27	28

onde Δx é a elongação (ou deformação) da tira. Calcule o máximo de força atingido pelo atleta, em N, sabendo-se que a constante elástica da tira é de 300 N/m e que obedece à lei de Hooke.

Referências Sitiográficas

- https://mundoeducacao.bol.uol.com.br
- https://exercicios.brasilescola.uol.com.br
- https://www.todamateria.com.br