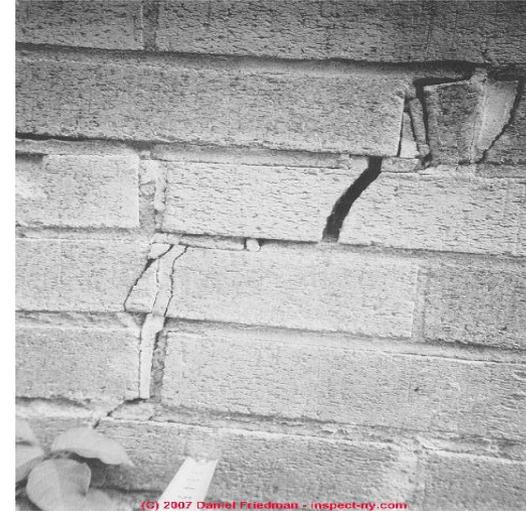
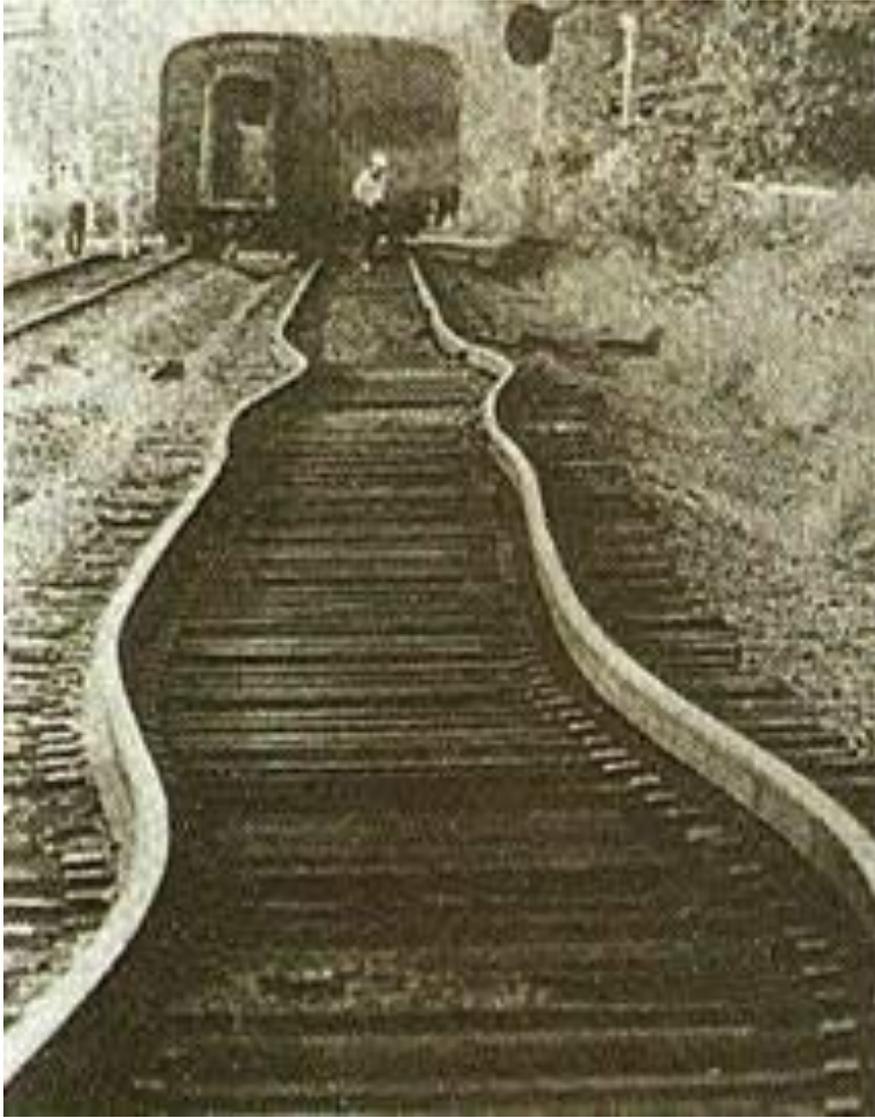




Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia de São Paulo  
*Campus São Paulo*

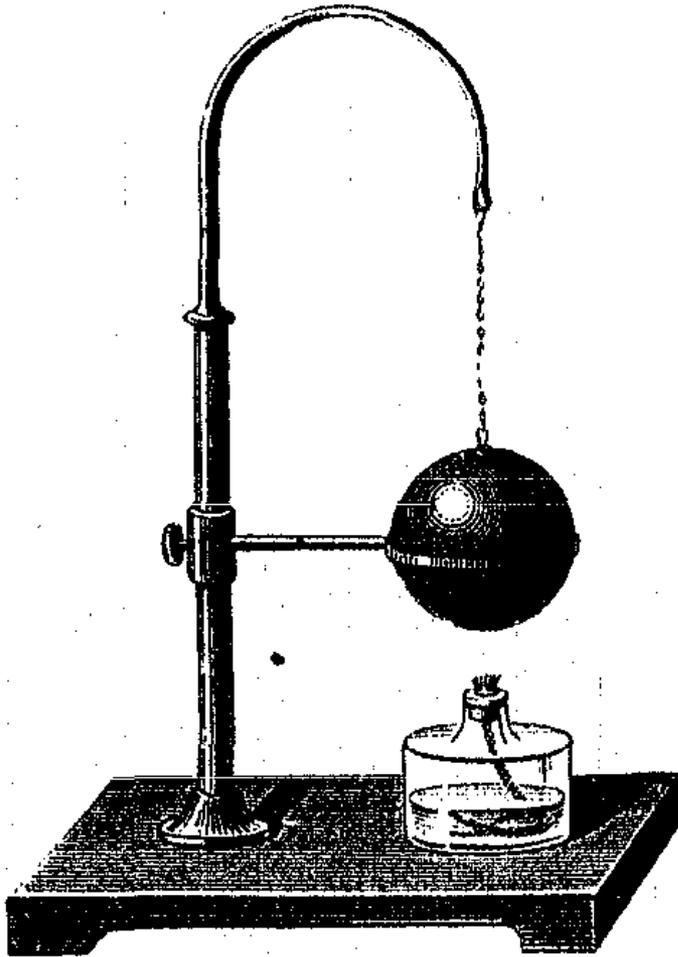
# **Dilatação Térmica**

# Resultados indesejados



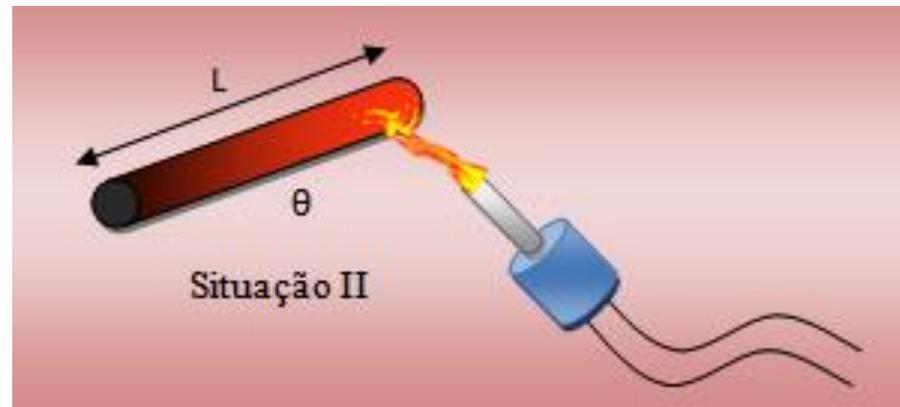
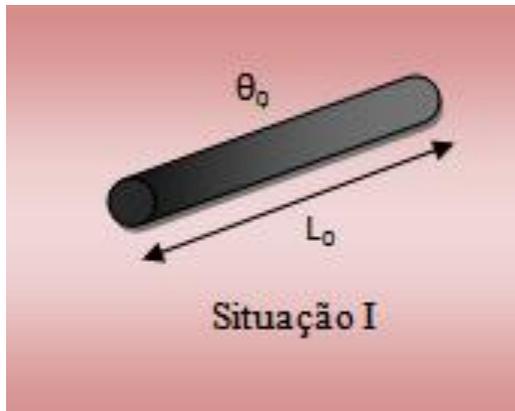
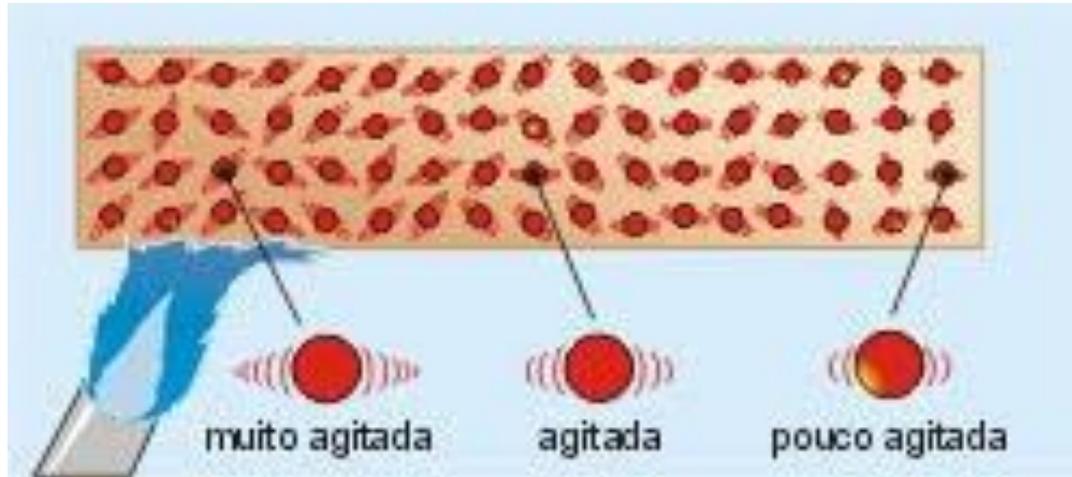
# Curiosidades

## *Anel de S' Gravesande*



Willem Jacob 's Gravesande  
1688 - 1742

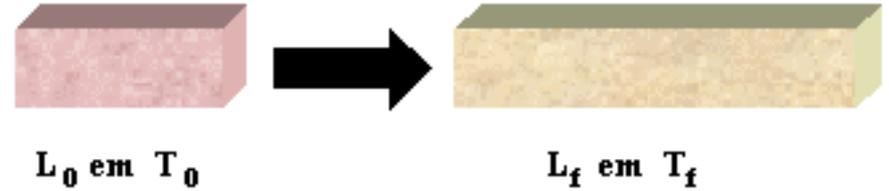
# Modelo microscópico para o aquecimento



# Contração e Expansão Térmicas



Arame de aço ao carbono

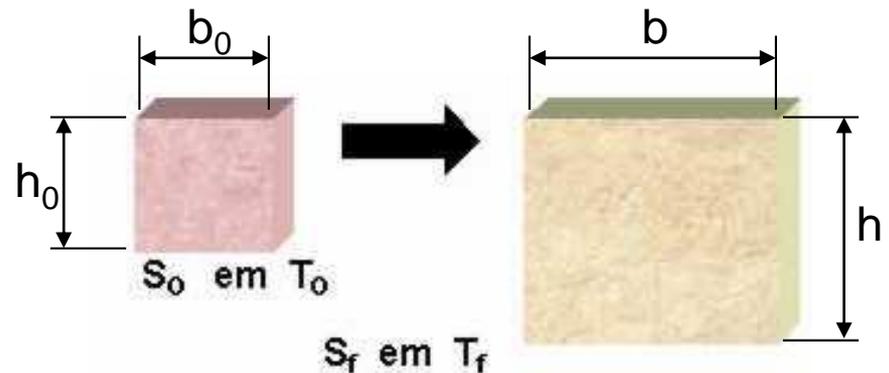


• Linear:

$$\Delta L = L_0 \cdot \alpha \cdot \Delta t$$

$$L_f = L_0 + L_0 \cdot \alpha \cdot \Delta t$$

$\alpha$  - Coeficiente de dilatação linear



• Superficial:

$$\Delta S = S_0 \cdot \beta \cdot \Delta t$$

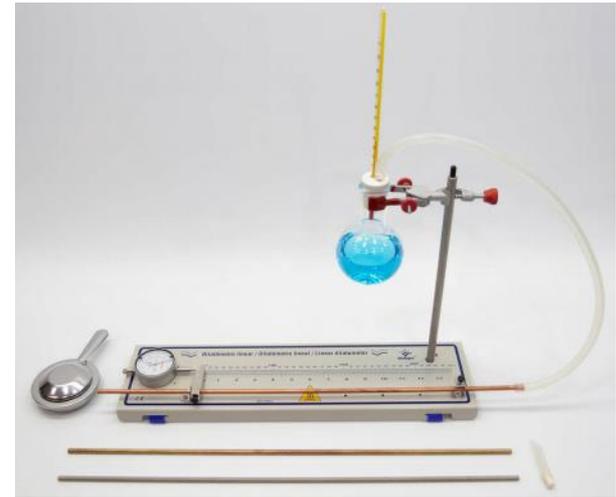
$\beta$  - Coeficiente de dilatação superficial



Chapa fina de aço ao carbono

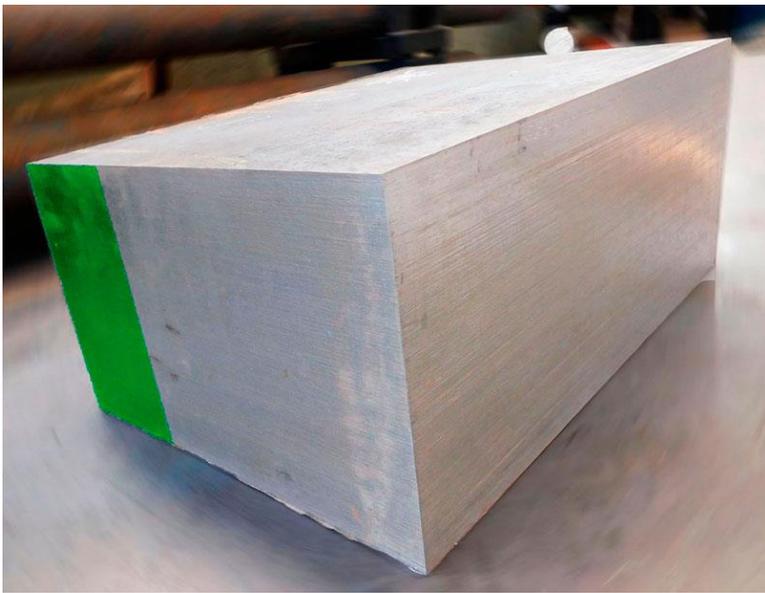
# Coeficientes de Dilatação

Dilatômetro Linear CIDEPE

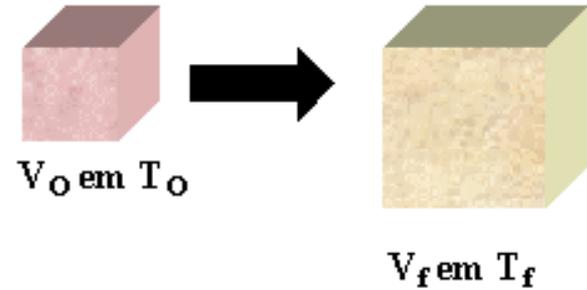


<u>Substância</u>	<u>Coeficiente de dilatação linear (C<sup>-1</sup>)</u>
<i>aço</i>	$1,1 \times 10^{-5}$
<i>alumínio</i>	$2,4 \times 10^{-5}$
<i>chumbo</i>	$2,9 \times 10^{-5}$
<i>cobre</i>	$1,7 \times 10^{-5}$
<i>ferro</i>	$1,2 \times 10^{-5}$
<i>latão</i>	$2,0 \times 10^{-5}$
<i>ouro</i>	$1,4 \times 10^{-5}$
<i>prata</i>	$1,9 \times 10^{-5}$
<i>vidro comum</i>	$0,9 \times 10^{-5}$
<i>vidro pirex</i>	$0,3 \times 10^{-5}$
<i>zinco</i>	$6,4 \times 10^{-5}$

<u>Substância</u>	<u>Coeficiente de dilatação volumétrica (C<sup>-1</sup>)</u>
<i>álcool</i>	$100 \times 10^{-5}$
<i>gases</i>	$366 \times 10^{-5}$
<i>gasolina</i>	$110 \times 10^{-5}$
<i>mercúrio</i>	$18,2 \times 10^{-5}$



Bloco de aço ao carbono



• Volumétrica:  $\Delta V = V_0 \cdot \gamma \cdot \Delta t$

$\gamma$  - Coeficiente de dilatação volumétrica

Relação entre  $\alpha$  e  $\beta$ :

Área inicial do retângulo  $\rightarrow S_0 = b_0 \cdot h_0$     Área final do retângulo  $\rightarrow S_f = b \cdot h$

$$\left. \begin{array}{l} b = b_0 + b_0 \cdot \alpha \cdot \Delta t \\ h = h_0 + h_0 \cdot \alpha \cdot \Delta t \end{array} \right\} \begin{array}{l} S_f = (b_0 + b_0 \cdot \alpha \cdot \Delta t) \cdot (h_0 + h_0 \cdot \alpha \cdot \Delta t) \\ S_f = b_0 \cdot h_0 + b_0 \cdot h_0 \cdot \alpha \cdot \Delta t + b_0 \cdot h_0 \cdot \alpha \cdot \Delta t + b_0 \cdot h_0 \cdot \alpha^2 \cdot \Delta t^2 \end{array} \approx 0 \ (\alpha \downarrow \downarrow)$$

$$S_f = b_0 \cdot h_0 + 2 \cdot b_0 \cdot h_0 \cdot \alpha \cdot \Delta t$$

$$S_f = S_0 + S_0 \cdot 2 \cdot \alpha \cdot \Delta t \rightarrow S_f - S_0 = S_0 \cdot 2 \cdot \alpha \cdot \Delta t$$

$$\Delta S = S_0 \cdot 2 \cdot \alpha \cdot \Delta t$$

$$\beta = 2 \cdot \alpha$$

# Aplicações das Juntas de Dilatação



Fechamento entre vigas-guia  
na linha 15 - Prata



Linhas de transmissão



Predial



Construção de calçadas



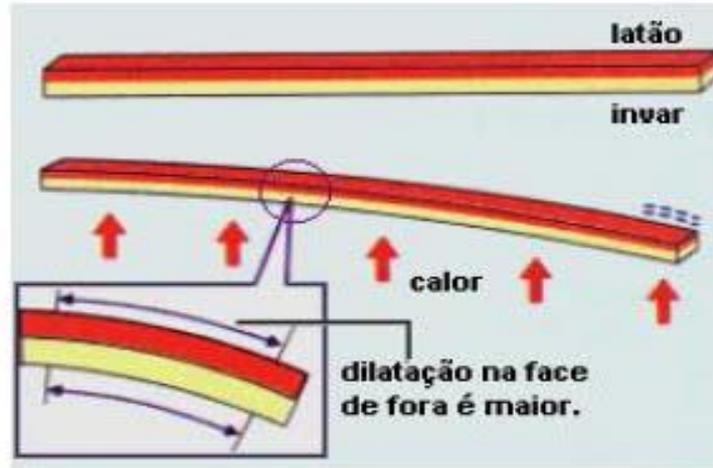
Apoio de expansão para viadutos



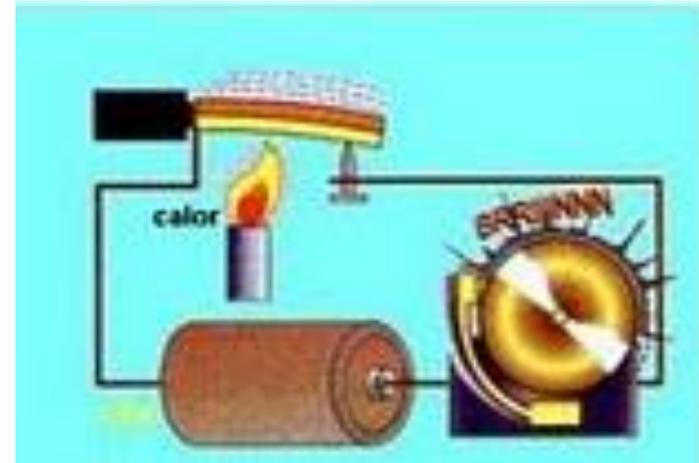
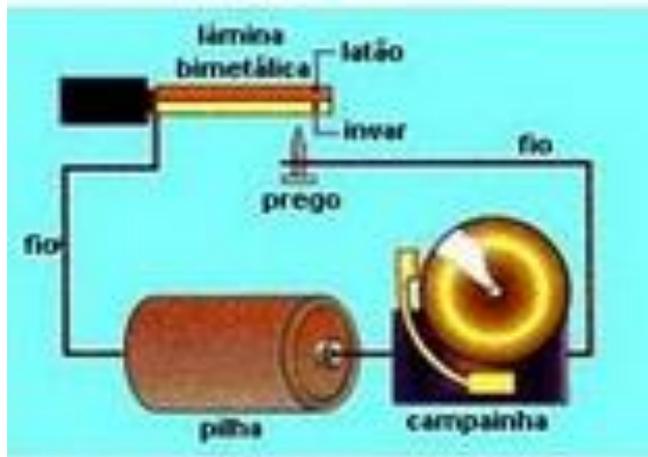
Rodoviária

# Aplicações

## Lâmina Bimetálica

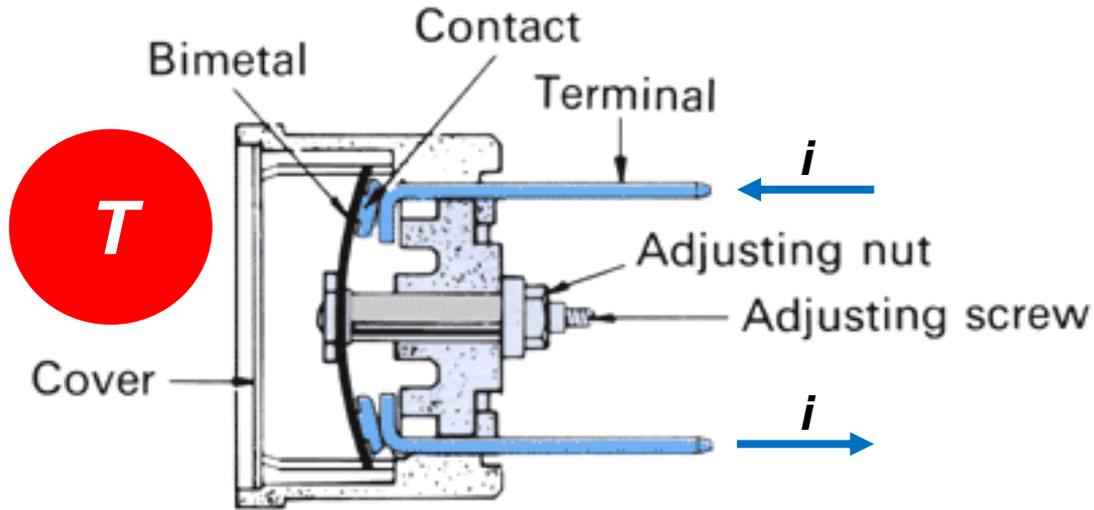


$$\alpha_{Invar} = 0,9 \cdot 10^{-6} \text{ K}^{-1}$$
$$\alpha_{latão} = 20,0 \cdot 10^{-6} \text{ K}^{-1}$$



# Aplicações

- *Termostato de disco bimetálico*



- *Termostato bimetálico de lâmina, 120°C, 10 A, com eixo*



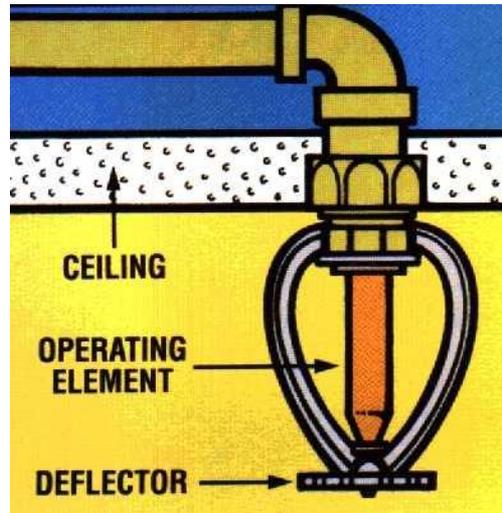
# Aplicações

## “SPRINKLER”

*Chuveiro automático de extinção de incêndio*



“Sprinkler”



**68°C** - Bulbo vermelho



**79°C** - Bulbo amarelo



**93°C** - Bulbo verde

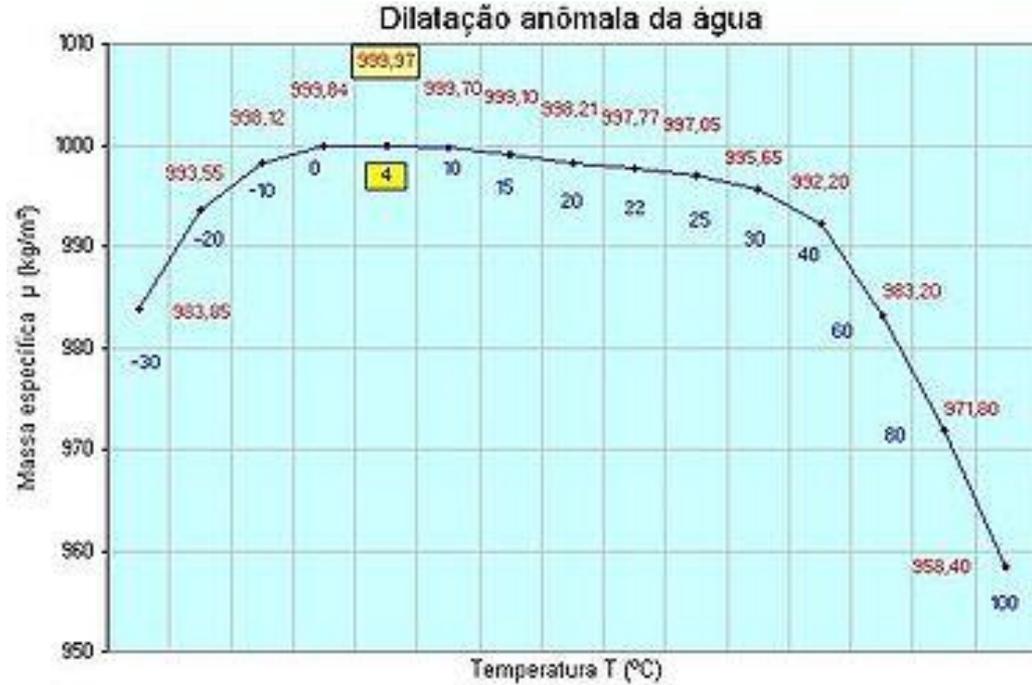
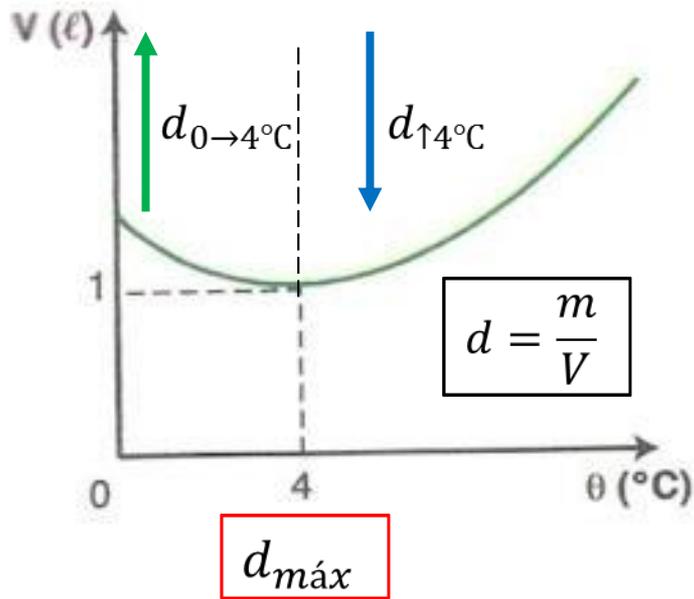


**141°C** - Bulbo azul

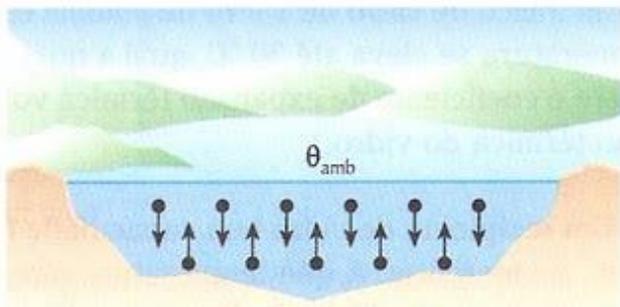


Sistema “sprinkler”  
em salão

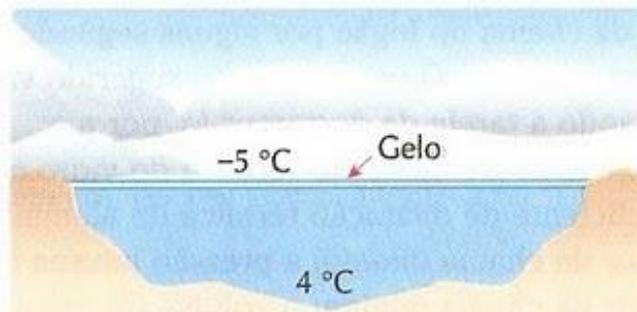
# Comportamento da Água



Temperatura cada vez menor

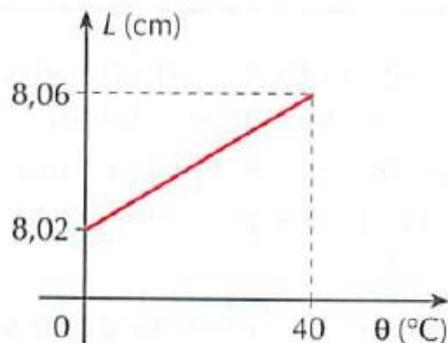


Inverno



# Exercícios de aplicação

- 1) Uma barra apresenta a  $10\text{ }^{\circ}\text{C}$  comprimento de  $90\text{ m}$ , sendo feita de um material cujo coeficiente de dilatação linear médio vale  $19 \cdot 10^{-6}\text{ }^{\circ}\text{C}^{-1}$ . A barra é aquecida até  $20\text{ }^{\circ}\text{C}$ . Determine:
  - a) a dilatação ocorrida;
  - b) o comprimento final da barra.
- 2) Duas barras  $A$  e  $B$  de materiais diferentes apresentam, a  $0\text{ }^{\circ}\text{C}$ , comprimentos respectivamente iguais a  $75,0\text{ cm}$  e  $75,3\text{ cm}$ . A que temperatura devem ser aquecidas para que seus comprimentos se tornem iguais? Os coeficientes de dilatação linear dos materiais de  $A$  e  $B$  valem, respectivamente,  $5,4 \cdot 10^{-5}\text{ }^{\circ}\text{C}^{-1}$  e  $2,4 \cdot 10^{-5}\text{ }^{\circ}\text{C}^{-1}$ .
- 3) O gráfico mostra como varia o comprimento de uma barra metálica em função da temperatura.



- a) Determine o coeficiente de dilatação linear médio do metal, no intervalo de temperatura considerado.
- b) Considerando que o gráfico continue com as mesmas características para  $\theta > 40\text{ }^{\circ}\text{C}$ , determine o comprimento da barra a  $70\text{ }^{\circ}\text{C}$ .

- Resolução do exercício 1:

$$t_0 = 10^\circ\text{C} \rightarrow L_0 = 90\text{m}$$

$$\alpha = 19 \cdot 10^{-6} \text{ } ^\circ\text{C}^{-1}$$

$$t_f = 20^\circ\text{C}$$

a)  $\Delta L = L_0 \cdot \alpha \cdot \Delta t$

$$\Delta L = 90 \cdot 19 \cdot 10^{-6} \cdot (20 - 10)$$

$$\Delta L = 1,71 \cdot 10^{-2} \text{m} \rightarrow \Delta L = +0,0171\text{m}$$

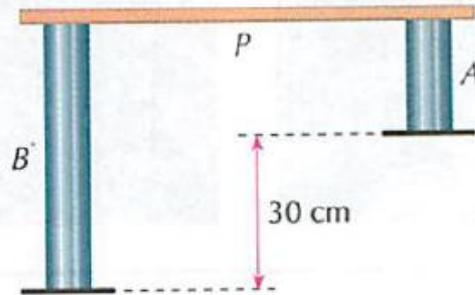
b)  $\Delta L = 1,71\text{cm} \rightarrow \Delta L = 0,0171\text{m}$

$$L_f - L_0 = 0,0171\text{m}$$

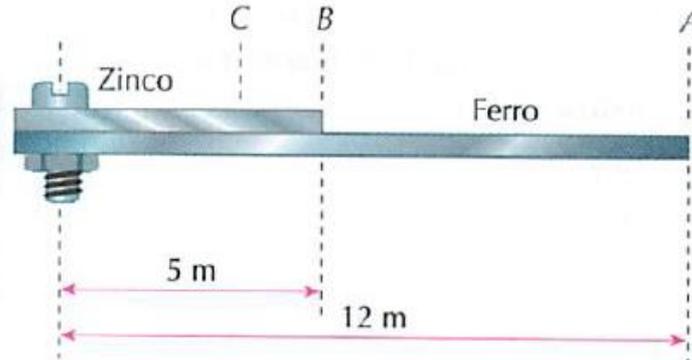
$$L_f - 90 = 0,0171$$

$$L_f = 90,0171\text{m}$$

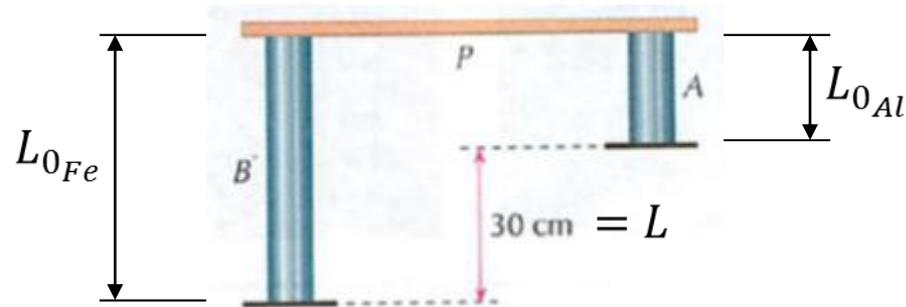
- 4) Na figura dada, a plataforma  $P$  é horizontal por estar apoiada nas colunas  $A$  (de alumínio) e  $B$  (de ferro). O desnível entre os apoios é de 30 cm. Calcule quais devem ser os comprimentos das barras a  $0^\circ\text{C}$  para que a plataforma  $P$  permaneça horizontal em qualquer temperatura. (São dados os coeficientes de dilatação linear: alumínio =  $2,4 \cdot 10^{-5} \text{ }^\circ\text{C}^{-1}$ ; ferro =  $1,2 \cdot 10^{-5} \text{ }^\circ\text{C}^{-1}$ .)



- 5) (Fuvest-SP) Duas barras metálicas finas, uma de zinco e outra de ferro, cujos comprimentos, a uma temperatura de 300 K, valem 5,0 m e 12,0 m, respectivamente, são sobrepostas e aparafusadas uma à outra em uma de suas extremidades, conforme ilustra a figura. As outras extremidades  $B$  e  $A$  das barras de zinco e ferro, respectivamente, permanecem livres. Os coeficientes de dilatação linear do zinco e do ferro valem  $3,0 \cdot 10^{-5} \text{ K}^{-1}$  e  $1,0 \cdot 10^{-5} \text{ K}^{-1}$ , respectivamente. Desprezando as espessuras das barras, determine:
- a variação da distância entre as extremidades  $A$  e  $B$  quando as barras são aquecidas até 400 K;
  - a distância até o ponto  $A$  de um ponto  $C$  da barra de zinco cuja distância ao ponto  $A$  não varia com a temperatura.



- Resolução do exercício 4:



Condição: Para que a plataforma  $P$  permaneça na horizontal em qualquer temperatura, a dilatação térmica sofrida pela barra  $A$  deve ser igual à sofrida pela barra  $B$ .

$$\Delta L_B = \Delta L_A$$

$$L_{0B} \cdot \alpha_B \cdot \Delta t_B = L_{0A} \cdot \alpha_A \cdot \Delta t_A \quad \rightarrow \quad \Delta t_B = \Delta t_A$$

$$L_{0B} \cdot \alpha_B = L_{0A} \cdot \alpha_A$$

$$\boxed{L_{0B} = \frac{\alpha_A}{\alpha_B} \cdot L_{0A}} \quad (1)$$

$$L_{0B} = L_{0A} + L \rightarrow \boxed{L_{0A} = L_{0B} - L} \quad (2)$$

Substituindo (2) em (1):

$$L_{0B} = \frac{\alpha_A}{\alpha_B} \cdot (L_{0B} - L)$$

$$L_{0B} = \frac{\alpha_A}{\alpha_B} \cdot L_{0B} - \frac{\alpha_A}{\alpha_B} \cdot L$$

$$\frac{\alpha_A}{\alpha_B} \cdot L_{0B} - L_{0B} = \frac{\alpha_A}{\alpha_B} \cdot L$$

$$L_{0B} \cdot \left( \frac{\alpha_A}{\alpha_B} - 1 \right) = \frac{\alpha_A}{\alpha_B} \cdot L$$

$$L_{0B} = \frac{\frac{\alpha_A}{\alpha_B}}{\left( \frac{\alpha_A}{\alpha_B} - 1 \right)} \cdot L \rightarrow L_{0B} = \frac{\frac{\alpha_A}{\cancel{\alpha_B}}}{\left( \frac{\alpha_A - \alpha_B}{\cancel{\alpha_B}} \right)} \cdot L$$

$$L_{0B} = \left( \frac{\alpha_A}{\alpha_A - \alpha_B} \right) \cdot L$$

$$L_{0A} = L_{0B} - L$$

$$L_{0A} = \frac{\alpha_A}{\alpha_A - \alpha_B} \cdot L - L$$

$$L_{0A} = \left( \frac{\alpha_A}{\alpha_A - \alpha_B} - 1 \right) \cdot L$$

$$L_{0A} = \left( \frac{\cancel{\alpha_A} - \cancel{\alpha_A} - \alpha_B}{\alpha_A - \alpha_B} \right) \cdot L$$

$$L_{0A} = \left( \frac{\alpha_B}{\alpha_A - \alpha_B} \right) \cdot L$$

Para o caso do exercício:

$$\alpha_{A=Al} = 2,4 \cdot 10^{-5} \text{ } ^\circ\text{C}^{-1}$$

$$\alpha_{B=Fe} = 1,2 \cdot 10^{-5} \text{ } ^\circ\text{C}^{-1}$$

$$L = 30 \text{ cm}$$

$$L_{0B} = \left( \frac{\alpha_A}{\alpha_A - \alpha_B} \right) \cdot L$$

$$L_{0Fe} = \left( \frac{2,4 \cdot 10^{-5}}{2,4 \cdot 10^{-5} - 1,2 \cdot 10^{-5}} \right) \cdot 30$$

$$L_{0Fe} = \left( \frac{2,4 \cdot 10^{-5}}{1,2 \cdot 10^{-5}} \right) \cdot 30 \rightarrow L_{0Fe} = 60 \text{ cm}$$

$$L_{0Al} = L_{0Fe} - L$$

$$L_{0Al} = 60 - 30 \rightarrow L_{0Al} = 30 \text{ cm}$$

- 6) Uma placa apresenta inicialmente área de  $1 \text{ m}^2$  a  $0 \text{ }^\circ\text{C}$ . Ao ser aquecida até  $50 \text{ }^\circ\text{C}$ , sua área aumenta de  $0,8 \text{ cm}^2$ . Determine o coeficiente de dilatação superficial e linear médio do material que constitui a placa.
- 7) Um disco de ebonite tem orifício central de diâmetro igual a  $1 \text{ cm}$ . Determine o aumento da área do orifício quando a temperatura do disco varia de  $10 \text{ }^\circ\text{C}$  para  $100 \text{ }^\circ\text{C}$ . O coeficiente de dilatação superficial médio da ebonite é, no intervalo considerado, igual a  $1,6 \cdot 10^{-4} \text{ }^\circ\text{C}^{-1}$ .
- 8) (Fuvest-SP) Considere uma chapa de ferro circular, com um orifício circular concêntrico. À temperatura inicial de  $30 \text{ }^\circ\text{C}$ , o orifício tem um diâmetro de  $1,0 \text{ cm}$ . A chapa é então aquecida a  $330 \text{ }^\circ\text{C}$ .
- Qual a variação do diâmetro do furo, se o coeficiente de dilatação linear do ferro é  $12 \cdot 10^{-6} \text{ }^\circ\text{C}^{-1}$ ?
  - A variação do diâmetro do furo depende do diâmetro da chapa?
- 9) O coeficiente de dilatação linear médio de um sólido homogêneo é  $12,2 \cdot 10^{-6} \text{ }^\circ\text{C}^{-1}$ . Um cubo desse material tem volume de  $20 \text{ cm}^3$  a  $10 \text{ }^\circ\text{C}$ . Determine o aumento de volume experimentado pelo cubo quando sua temperatura se eleva para  $40 \text{ }^\circ\text{C}$ .
- 10) Um paralelepípedo de chumbo tem a  $0 \text{ }^\circ\text{C}$  o volume de  $100 \text{ litros}$ . A que temperatura ele deve ser aquecido para que seu volume aumente de  $0,405 \text{ litro}$ ? O coeficiente de dilatação linear médio do chumbo é  $27 \cdot 10^{-6} \text{ }^\circ\text{C}^{-1}$  para o intervalo de temperatura considerado.

- 11) Um recipiente de vidro de coeficiente de dilatação linear médio  $9 \cdot 10^{-6} \text{ }^\circ\text{C}^{-1}$  tem volume de  $100 \text{ cm}^3$  a  $0 \text{ }^\circ\text{C}$ , estando completamente cheio com um líquido. Ao ser aquecido até  $200 \text{ }^\circ\text{C}$ , extravasam  $5 \text{ cm}^3$  de líquido. Determine:
- o coeficiente de dilatação aparente do líquido;
  - o coeficiente de dilatação real do líquido.
- 12) Um recipiente de vidro tem a  $0 \text{ }^\circ\text{C}$  volume interno de  $30 \text{ cm}^3$ . Calcule o volume de mercúrio a ser colocado no recipiente de modo que o volume da parte vazia não se altere ao variar a temperatura. Dados: coeficiente de dilatação volumétrica do vidro =  $24 \cdot 10^{-6} \text{ }^\circ\text{C}^{-1}$ ; coeficiente de dilatação do mercúrio =  $180 \cdot 10^{-6} \text{ }^\circ\text{C}^{-1}$ .
- 13) Um líquido cujo coeficiente de dilatação térmica é  $\gamma$  tem densidade  $d_0$  na temperatura inicial  $\theta_0$ . Ao ser aquecido até uma temperatura  $\theta$ , sua densidade se altera para  $d$ . Relacione a densidade final  $d$  com a variação de temperatura ocorrida  $\Delta\theta$ , com a densidade inicial  $d_0$  e com o coeficiente de dilatação térmica  $\gamma$ .
- 14) Um certo frasco de vidro está completamente cheio, com  $50 \text{ cm}^3$  de mercúrio. O conjunto se encontra inicialmente a  $28 \text{ }^\circ\text{C}$ . No caso, o coeficiente de dilatação médio do mercúrio tem um valor igual a  $180 \cdot 10^{-6} \text{ }^\circ\text{C}^{-1}$  e o coeficiente de dilatação linear médio do vidro vale  $9 \cdot 10^{-6} \text{ }^\circ\text{C}^{-1}$ . Determine o volume de mercúrio extravasado quando a temperatura do conjunto se eleva para  $48 \text{ }^\circ\text{C}$ .
- 15) (FEI-SP) Um recipiente cujo volume é de  $1.000 \text{ cm}^3$  a  $0 \text{ }^\circ\text{C}$  contém  $980 \text{ cm}^3$  de um líquido à mesma temperatura. O conjunto é aquecido e, a partir de uma certa temperatura, o líquido começa a transbordar. Sabendo-se que o coeficiente de dilatação volumétrica do recipiente vale  $2 \cdot 10^{-5} \text{ }^\circ\text{C}^{-1}$  e o do líquido vale  $1 \cdot 10^{-3} \text{ }^\circ\text{C}^{-1}$ , qual a temperatura em que ocorre o início de transbordamento do líquido?

# **Referências Sitigráficas**

- [http://www.feiradeciencias.com.br/sala08/08\\_34.asp](http://www.feiradeciencias.com.br/sala08/08_34.asp)