

**INSTITUTO FEDERAL DE EDUCAÇÃO, CIÊNCIA E TECNOLOGIA
DE SÃO PAULO
DEPARTAMENTO DE CIÊNCIAS E MATEMÁTICA
ÁREA: MATEMÁTICA**

SARA MORAES DE AVILA

**Ensino de Funções com o uso de tarefas: explorando os padrões
geométricos**

**SÃO PAULO
2021**

SARA MORAES DE AVILA

**Ensino de Funções com o uso de tarefas: explorando os padrões
geométricos**

Trabalho de Conclusão de Curso apresentado ao curso de Licenciatura em Matemática do Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia de São Paulo – Campus São Paulo como requisito parcial para obtenção do título de Licenciada em Matemática.

Orientadora: Prof. Ma. Vania Batista Flose Jardim.

SÃO PAULO
2021

AVILA, Sara Moraes.

Ensino de Funções com o uso de tarefas: explorando os padrões geométricos/ Sara Moraes de Avila. – São Paulo: IFSP, 2021.

39f.

Trabalho de Conclusão do Curso Superior de Licenciatura em Matemática – Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia de São Paulo.

Orientadora: Vania Batista Flose Jardim.

1. Padrões Geométricos. 2. Funções. 3. Tarefas. 4. Planejamento. I. Ensino de Funções com o uso de tarefas: explorando os padrões geométricos

SARA MORAES DE AVILA

Ensino de Funções com o uso de tarefas: explorando os padrões geométricos

Monografia apresentada ao Instituto Federal de Educação, Ciências e Tecnologia de São Paulo, como requisito exigido para a obtenção do grau acadêmico de Licenciada em Matemática.

APROVADO EM ___ / ___ / ___

Conceito: _____

Prof.^a Ma. Vania Batista Flose Jardim
Orientadora

Prof. Dr. Wellington Pereira das Virgens
Membro da Comissão de Avaliação

Prof. Dr. Henrique Marins de Carvalho
Membro da Comissão de Avaliação

*“Um matemático, como um pintor ou um poeta,
é um criador de padrões. Se os seus padrões são
mais permanentes que os dos outros, é porque
eles são feitos de ideias.”*

Harold Hardy

Aos Meus Pais, Vera e Marcos que me incentivam todos os dias aos estudos, ao crescimento pessoal e profissional, e à minha irmã Ester que me apoiou em todas as fases e em todas as minhas decisões, sempre me encorajando a ser cada dia melhor.

AGRADECIMENTOS

Agradeço...

A Deus primeiramente, que me colocou em uma excelente instituição de ensino e preparou os melhores profissionais para me ensinar e orientar nessa caminhada, além de ter me sustentado e guardado todos os dias.

À minha família, em especial aos meus pais Vera Lúcia e Marcos e a minha irmã Ester, que estiveram sempre presentes me encorajando, apoiando e incentivando em todos os desafios.

Aos meus professores da graduação, que me ensinaram com excelência e muita dedicação em todos os semestres, em especial ao professor Silvio Liberal, Marco Aurélio Granero e Mônica Helena, que me orientaram nas iniciações científicas realizadas durante o curso, enriqueceram meu aprendizado e me deram muitas oportunidades de crescer profissionalmente e à minha orientadora Vania Flose que aceitou me orientar mesmo tendo que conciliar com outras diversas tarefas e durante uma pandemia, que me ajudou em todos os momentos e me deu suporte mesmo quando acreditei que não seria possível.

Aos meus amigos da graduação, Arilson, Gabriely, João Pedro e Jaíne, que estiveram comigo desde o início proporcionando diversas risadas, conforto e apoio, me impediam de trancar as matérias e desistir e foram uma peça chave no processo de conclusão, nossos cinemas com pipoca e chocolate e os estudos na biblioteca nas vésperas da prova farão uma falta enorme.

E a todos que de alguma forma contribuíram para que isso fosse possível, aos profissionais que se dedicam a manutenção, segurança e limpeza do IFSP e que contribuem para que essa instituição mantenha a qualidade, aos profissionais do Básica e dos setores de estágio e secretaria, a todos sou muito grata.

Ensino de Funções com o uso de tarefas: explorando os padrões geométricos

RESUMO

AVILA, Sara Moraes. *Ensino de Funções com o uso de tarefas: explorando os padrões geométricos* - Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia de São Paulo, São Paulo, 2021.

Com o objetivo de propor o ensino de álgebra no ensino médio com uso de padrões geométricos este trabalho apresenta uma análise de um livro didático e uma proposta didática para o ensino de funções com a utilização de padrões geométricos em tarefas matemáticas. É apresentada a importância de recursos visuais para o processo de aprendizagem e a importância do uso de tarefas no ensino exploratório, abrangendo um estudo sobre categorização destas tarefas e a importância da seleção das mesmas pelo professor ao assumir o papel de mediador do conhecimento. As tarefas foram selecionadas de um livro didático para o primeiro ano do Ensino Médio em que se constatou que o uso de padrões geométricos se concentrou. Os principais assuntos abordados nessa sequência didática são funções e progressões. Com a finalidade de mostrar a potencialidade de tais padrões no ensino de funções, ao final do trabalho foi realizada uma adaptação de uma das tarefas encontradas no livro didático, juntamente da preparação que seria uma aula com a metodologia do ensino exploratório com uso desta tarefa.

Palavras-Chaves: Padrões geométricos; Funções; Tarefas; Planejamento

Teaching Functions with the use of tasks: exploring geometric patterns

ABSTRACT

AVILA, Sara Moraes. The teaching of functions with tasks: exploiting geometric patterns - Federal Institute of Education, Science and Technology of Sao Paulo, Sao Paulo, 2021.

Aiming to propose the teaching of algebra at the high school using geometric patterns, this work brings an analysis of a didactic book and a didactic propose to teach functions using geometric patterns in mathematical tasks. It is presented the importance of visual resources to the learning process and the importance of tasks in the exploiting teaching, covering a study over the tasks' categorization and the importance of selecting those by the professor when taking the role of knowledge's mediator. The tasks were taken from a didactic book of the first year of high school, in which the use of geometric patterns concentrated in the progressions' topic, and the main subjects treated in this didactic sequence were functions and progressions. Intending to demonstrate the potential of patterns when teaching functions, at the end of this work, we adapted this one task found in the book, gathering the class planning with the exploiting teaching using this task.

Keywords: Geometric Patterns; Functions; Tasks; Planning.

LISTA DE FIGURAS

	Pag.
Figura 1: Sequência de figuras para a tarefa proposta.....	26
Figura 2: Tarefa fechada.....	27
Figura 3: Tarefa aberta de cunho investigativo (alta demanda cognitiva).....	27
Figura 4: Tarefa aberta de cunho investigativo (alta demanda cognitiva).....	28
Figura 5: Tarefa aberta exploratória (média demanda cognitiva).....	29
Figura 6: Tarefa aberta exploratória (média demanda cognitiva).....	30
Figura 7: Tarefa inicial	31
Figura 8: Tarefa adaptada	32

LISTA DE TABELAS

	Pag.
Tabela 1: Uso de padrões geométricos no livro	24
Tabela 2: Distribuição por capítulos.....	25
Tabela 3: Classificação das tarefas.....	25

SUMÁRIO

	<u>Pág.</u>
INTRODUÇÃO	13
CAPÍTULO 1. Ensino de Álgebra, utilização de padrões e tarefas.	17
CAPÍTULO 2: Metodologia	22
CAPÍTULO 3: Análise	24
CONSIDERAÇÕES FINAIS.....	36
REFERÊNCIAS.....	38

INTRODUÇÃO

De acordo com Dassie e Rocha (2003) tanto a álgebra quanto a geometria são grandes áreas da Matemática e no que se diz respeito à Educação Básica no Brasil, o currículo escolar tem apresentado maior ênfase em álgebra devido ao extenso conteúdo referente a esta área. Entretanto, apesar das aulas de matemática apresentar grande enfoque na área de álgebra, esta ainda apresenta grandes carências no quesito aproveitamento segundo avaliações nacionais aplicadas pelo Ministério da Educação (MEC), a exemplo o Exame Nacional do Ensino Médio (ENEM) e o Sistema de Avaliação da Educação Básica (Saeb).

De acordo os dados do Sistema de Avaliação da Educação Básica (BRASIL, 2017) divulgados pelo Ministério da Educação (BRASIL, 2018), sete em cada dez alunos do ensino médio possui nível insuficiente em Matemática; O Saeb é uma avaliação aplicada pelo governo Federal que tem como fim avaliar a aprendizagem dos alunos ao fim de cada etapa de ensino, a avaliação verifica os níveis de proficiência em língua portuguesa e matemática usando como base as médias obtidas através da Prova Brasil e pelo Índice de Desenvolvimento da Educação Básica (IDEB).

A partir dos resultados coletados, o Ensino Médio é apontado como a etapa da Educação Básica com índices mais problemáticos, pois de acordo com os níveis de proficiência pré-estabelecidos pelo MEC, 71,67% dos alunos apresentaram níveis insuficientes de conhecimento na área de Matemática sendo que 16,5% do todo demonstraram estar na escala mais baixa de proficiência.

Do ponto de vista pedagógico, podemos afirmar que esses números significam que “a maioria dos estudantes não é capaz de resolver problemas com operações fundamentais com números naturais ou reconhecer o gráfico de função a partir de valores fornecidos em um texto.” (MEC, 2018). Essa conclusão se deve ao fato de que os resultados apresentados pelo próprio ministério, a área da Matemática descrita como aritmética e álgebra é a de maior destaque dentro dessa avaliação, sendo responsável pela maior fatia da porcentagem final.

Tais dados também se confirmam nos resultados apresentados pelo no ENEM, pois de acordo com o Instituto de Estudos e Pesquisas Educacionais Anísio Teixeira (INEP), e com sua matriz de competências utilizada para aplicação do ENEM, foram apresentados resultados que afirmam a falta de domínio por grande parte dos ensino médio nas competências de: identificar um sistema de equações do 1º grau que expressa um problema; resolver equações do 1º grau com uma incógnita; resolver problemas que envolvam equação do 2º grau; identificar a relação entre as representações algébricas e geométricas de um sistema de equações do 1º grau;

identificar, em um gráfico de função, o comportamento de crescimento/decrescimento e identificar o gráfico de uma reta, dada a sua equação.

Os inúmeros resultados de avaliações governamentais, apresentados até aqui, apontam para lacunas não somente na aprendizagem dos alunos em matemática, mas são reflexo da falta de investimentos necessários para uma educação de qualidade, conforme aponta Faria et al., (2020):

[...] a Educação formal no Brasil, em termos de política pública, passou de deliberadamente ineficiente para negligenciada, sempre na condição de refém das vicissitudes dos governantes e seus apoiadores, portanto, do poder econômico que, no Brasil geralmente opta por ações que deem resultados imediatos para poucos, ignorando princípios republicanos (FARIA et al., 2020, p. 27).

Nesse sentido, resta aos professores, numa luta solitária, melhorar suas práticas a fim de buscar a melhoria na aprendizagem de seus alunos, que lhes tanto lhes cobrados nos relatórios de tais avaliações. Entretanto, no que diz aos professores de matemática e o ensino de álgebra, ensiná-la possibilitando ao estudante a compreensão dos conceitos e seus procedimentos tem sido um desafio para eles (LAUTENSCHLAGER; RIBEIRO, 2017, p. 144).

Tais dificuldades podem levar a um ensino com uma abordagem abstrata¹ que, de acordo com Holton (2009), despertam dificuldade e desinteresse em grande parte dos estudantes, temos ainda segundo Cyrino (2014), essa situação gera pouco aproveitamento como apontados nos baixos resultados de rendimento nas avaliações nacionais, como o Exame Nacional do Ensino médio (ENEM). Devido à ênfase abstrata dada ao ensino da álgebra nos anos finais do ensino fundamental e no ensino médio e aos obstáculos vivenciados pelos alunos nessa fase escolar, muitos alunos têm desenvolvido uma aversão relacionada à disciplina de matemática, o que acarreta frustrações e resistência para envolver-se com outras disciplinas relacionadas como física e química, além de perpetuar, entre muitos, a falsa ideia de que a matemática não é para todos.

Dessa forma, e a importância dada ao ensino desta ainda está na sua relevância para a continuidade dos estudos em nível superior principalmente no que diz respeito aos cursos de exatas e aos exames de ingresso em universidades brasileiras, o que pode levar ao tecnicismo na prática profissional do professor e a não compreensão por parte dos alunos. Dessa forma, não compreender álgebra implicaria comprometer o entendimento das suas aplicações que são necessárias e amplamente utilizadas em outras áreas da matemática.

¹ Consideraremos como abstrato o ensino de conceitos matemáticos sem sua contextualização ou uso de uma representação visual ou concreta que possibilite ao aluno da Educação Básica realizar aproximações com seus conhecimentos prévios, ou seja, o tratamento de um conceito matemático com ponto de partida na simbologia e na puramente linguagem matemática.

Lautenschlager e Ribeiro (2017) apontam que pesquisas têm sinalizado que o processo de ensino da álgebra não deve ser reduzido a mera reprodução de passos e memorização de técnicas de resolução, pois tal processo não exige a compreensão conceitual da álgebra, ou seja, é de suma importância que este processo deva enfatizar o desenvolvimento de conceitos matemáticos e construir sua compreensão, ampliando a maneira que a álgebra é ensinada nas escolas brasileiras no contexto atual.

Ainda segundo Lautenschlager e Ribeiro (2017), muitas pesquisas afirmam que o ensino e a aprendizagem de álgebra parecem ser superficiais e procedimentais e que existe uma considerável potencial abordagem de diferentes significados e conceitos científicos e matemáticos na aprendizagem de alunos e professores.

Levando em consideração essas afirmações, na atual situação do ensino de álgebra no Brasil, a exploração de tarefas para o ensino da álgebra, a partir de uma perspectiva inicialmente menos abstrata, pode gerar a oportunidade de novos aprendizados para aquilo que é trabalhado atualmente apenas com métodos resolutivos “decorados”.

Essa exploração permite aos professores e aos alunos uma grande variedade de possibilidades na abordagem do conceito algébrico, focando na compreensão do aluno a partir de recursos visuais (padrões geométricos) e mais intuitivas, que por sua vez, levam em consideração os conhecimentos trazidos pelos alunos de fora do ambiente escolar.

Apresentar outras perspectivas de uma determinada metodologia matemática, mais especificamente, como apresentar uma perspectiva com o uso de padrões na álgebra, permite ao aluno desenvolver a pluralidade do pensamento algébrico e matemático de uma forma geral, levando a uma compreensão mais ampla e global da matemática que pode ser utilizada em diversos contextos, dos mais simples aos mais específicos.

Ainda sobre álgebra, Kaput (1999) a descreve como algo que “envolve generalizar e expressar essa generalização usando linguagens cada vez mais formais” (p. 134-135). Ele ainda descreve cinco formas diferentes de pensamento algébrico: generalização da aritmética e de padrões; uso do significado e do simbolismo; estudo da estrutura o sistema de numeração; estudo de padrões e funções e; processo de modelagem matemática, que integra as quatro anteriores.

As formas de raciocínio algébrico apontadas por Kaput (1999) também são apontadas na Base Comum Curricular Nacional (BNCC), atual documento curricular vigente no Brasil, onde encontramos as seguintes afirmações acerca da finalidade do ensino de álgebra:

A unidade temática Álgebra, por sua vez, tem como finalidade o desenvolvimento de um tipo especial de pensamento – pensamento algébrico – que é essencial para utilizar modelos matemáticos na compreensão, representação e análise de relações

quantitativas de grandezas e, também, de situações e estruturas matemáticas, fazendo uso de letras e outros símbolos. Para esse desenvolvimento, é necessário que os alunos identifiquem regularidades e padrões de sequências numéricas e não numéricas, estabeleçam leis matemáticas que expressem a relação de interdependência entre grandezas em diferentes contextos, bem como criar, interpretar e transitar entre as diversas representações gráficas e simbólicas, para resolver problemas por meio de equações e inequações, com compreensão dos procedimentos utilizados (BRASIL, 2018. p. 270)

Além disso, a BNCC também traz que:

Nessa perspectiva, é imprescindível que algumas dimensões do trabalho com a álgebra estejam presentes nos processos de ensino e aprendizagem desde o Ensino Fundamental – Anos Iniciais, como as ideias de regularidade, generalização de padrões e propriedades da igualdade (BRASIL, 2018. p. 268).

Todavia, podemos nos questionar sobre qual é a razão de tentar se reparar a defasagem na área de álgebra por meio de um processo menos abstrato. E por que vemos no uso de padrões e regularidades uma alternativa para tal.

Por ser um caminho mais “visível” da álgebra, o uso de padrões pode auxiliar os alunos na visualização, para assim, desenvolver a generalização e compreensão de alguns conceitos algébricos, tornando significativos conceitos que geralmente são apresentados como puramente abstratos para os alunos da educação básica, como é o caso do ensino de funções (RIBEIRO, 2017). Nesse sentido é de suma importância que este processo deva enfatizar o desenvolvimento de conceitos matemáticos e a compreensão deste conceito, ampliando a maneira que a álgebra é ensinada nas escolas brasileiras no contexto atual, agregando valor não só à aprendizagem do aluno, mas também à aprendizagem do professor.

Com base nisso, esse trabalho possui o objetivo geral propor o ensino de álgebra no ensino médio com uso de padrões geométricos e para isso investigamos como os padrões associados à geometria são apresentados em um livro didático que trata sobre o conteúdo de funções e buscamos compreender como os padrões associados à geometria podem ser abordados para o ensino de funções no Ensino Médio com o uso de tarefas. O livro didático em questão aborda assuntos curriculares referentes ao primeiro ano do Ensino Médio e serão trabalhados principalmente os capítulos: Relações e funções, Função afim e Sequências, progressão aritmética e progressão geométrica. Ao final deste trabalho adaptamos uma tarefa com uso de padrões para o ensino de funções com vistas ao ensino exploratório.

CAPÍTULO 1. Ensino de Álgebra, utilização de padrões e tarefas.

A falta de um ensino significativo na área de álgebra é responsável por grande parte do insucesso dos alunos apresentadas em avaliações externas, como por exemplo o ENEM, e confirmadas pelo desinteresse de parte deles, apontam para a necessidade e urgência em oferecer uma formação que leve o educador, além de dominar o conhecimento matemático, conseguir transformá-lo em conhecimento matemático escolar, que implica em: selecionar racionalmente os assuntos trabalhados em cada ano escolar, criar paralelos a partir de analogias e ilustrações, ter a capacidade de dar os mais diversos exemplos e explicações, além de saber usar as notações algébricas e saber resolver os problemas propostos para o ano escolar específico, conforme Lautenschlager e Ribeiro (2017).

Uma pesquisa realizada na Universidade Federal do ABC, a partir de um projeto de extensão voltado para professores da Educação Básica chamado de “O Ensino de Álgebra para a Educação Básica” que tinha como intenção principal “possibilitar a ampliação daqueles significados que se fazem presentes nas ideias, ações e discursos de alunos e de professores da escola básica ao ensino superior” e como objetivo “investigar os conhecimentos algébricos desenvolvidos por professores, ao ensinar Álgebra na Educação Básica, utilizando-se de uma abordagem de ensino baseada em perfis conceituais”, constatou a partir de uma amostra de alunos do ensino médio, que os mesmos sentem uma imensa dificuldade em relacionar os demais conhecimentos matemáticos com os conhecimentos algébricos, (ALVES; AGUIAR, 2017, p. 116) como por exemplo, a dificuldade em descrever e compreender os conceitos geométricos de áreas e volumes pela perspectiva algébrica.

Além disso, os alunos também apresentaram dificuldades em operações com incógnitas e em compreender como manipular os dentro das operações algébricas tirando o foco do principal objetivo do ensino da álgebra; ou seja, existe uma dificuldade significativa na manipulação e nas operações com elementos algébricos, porém mesmo dentre os estudantes que não possuem tais dificuldades, é possível observar que apesar da habilidade na manipulação dos algoritmos, existe uma ausência de significado naquilo que é trabalhado, resumindo a aprendizagem de álgebra na mera memorização de métodos resolutivos.

Para tentar contornar esse problema, os pesquisadores envolvidos no projeto atribuíram representações gráficas e geométricas em seus respectivos planos de aula, e puderam perceber como o conhecimento prévio dos alunos em outras áreas da matemática, mais especificamente na área de geometria, possibilitaram uma melhor compreensão de álgebra e de seus significados quanto as operações e o uso de incógnitas.

Com base nesse estudo, podemos observar que a falta de articulação entre os diversos conhecimentos matemáticos possui impacto direto no ensino posterior de assuntos que exigem um pensamento algébrico/matemático mais desenvolvido, gerando assim o desafio de ensinar álgebra de forma que o estudante possa compreender plenamente seus conceitos e procedimentos para o professor de matemática da Educação Básica.

Diante desse desafio, muitos professores acabam aplicando a metodologia expositiva apresentada na maior parte dos livros didáticos utilizados nas escolas de ensino regular, que acabam por ser um recurso decisivo na ação dos docentes e conseqüentemente, na aprendizagem dos alunos, abrangendo essa fatia da matemática focando apenas nos métodos resolutivos, sem nenhuma abordagem contextualizada ou vista pela perspectiva geométrica, e transformando a álgebra em um assunto completamente abstrato para o aluno.

Como uma alternativa a essa abordagem, Lopes (2012) afirma que:

Os padrões permitem que os estudantes construam uma imagem mais positiva da Matemática porque apelam fortemente a que desenvolvam o seu sentido estético e a criatividade, estabeleçam várias conexões entre os diferentes temas, promovam uma melhor compreensão das suas capacidades matemáticas, desenvolvam a capacidade de classificar e ordenar informação e compreendam a ligação entre a matemática e o mundo em que vivem” (LOPES, 2012, p. 5).

Mais ainda, esta autora descreve que as principais finalidades da Matemática são:

Promover a aquisição de informação, conhecimento e experiência em Matemática e o desenvolvimento da capacidade da sua integração e mobilização em contextos diversificados e desenvolver atitudes positivas face à Matemática e a capacidade de apreciar esta ciência (LOPES, 2012, p. 7).

Nesse sentido, Ponte (2005a) argumenta que o estudo de padrões e regularidades constitui um meio propício para promover o desenvolvimento do pensamento algébrico e, ao decorrer dos anos de escolaridade, esse estudo de padrões pode variar entre níveis distintos.

Cientes do efeito positivo dos padrões no ensino de matemática, temos também que a visualização na aprendizagem matemática não deve ser resumida a uma mera ilustração, e sim está ligada a uma ferramenta de raciocínio na resolução de problemas e ainda que estudantes sem essa capacidade visual apresentaram grandes dificuldades no processo de aprendizagem da matemática (GILBERT, 2007; ORTON, 2004).

De acordo com Vale (2012), quando falamos sobre visualização em matemática quase sempre associamos à geometria, e a mesma afirma que por muitas vezes os alunos não possuem oportunidades o suficiente para que possam desenvolver ligações entre a geometria e as demais áreas da matemática, essa ligação poderia trazer vantagens para alunos e professores pois além

de ser mais fácil apresentar um conceito de forma efetiva criando uma imagem visual do problema, também é gerada uma compreensão mais rápida e permanente, em comparação a quando utilizamos uma mera sequência de palavras (GILBERT, 2007).

E ainda, segundo Boaler (2002) os diferentes métodos de ensino moldam a natureza desse conhecimento, e por meio das práticas em que os alunos se envolvem é formada sua relação com a matemática, desconstruindo a ideia de que esses métodos são apenas meios para a produção de mais ou menos conhecimento e/ou aprendizagem.

Pensando em métodos e práticas de ensino, podemos citar o uso de tarefas e sua importância para este processo, e de como a escola tradicional tem o costume de propor tarefas fechadas, que apresentam um único caminho procedimental para se chegar aos resultados e como isso se torna nada desafiante na visão dos alunos, gerando um desgaste e barreiras mentais que impedem os mesmos de desenvolver a habilidade de pensar de formas distintas do convencional imposto, ao invés disso, cabe ao professor o papel de propor questões e tarefas mais desafiadoras que aumentem a criatividade e a pluralidade de pensamento matemático por meio da reflexão (VALE, 2012).

A experiência docente tem mostrado que mais importante do que realizar uma grande quantidade de exercícios, que só reforça o mecanismo procedimental, é realizar exercícios que foram selecionados de forma estratégica, com o objetivo de testar a compreensão dos conceitos fundamentais por parte dos alunos, pois temos que tarefas que limitam sua resolução à aplicação de procedimentos resolutivos decorados também limitam a flexibilidade de raciocínio matemático dos alunos. Em contrapartida, tarefas que exigem um pensamento conceitual do assunto e que incentiva os alunos a criarem conexões conduzirão o seu pensamento a uma compreensão matemática mais ampla (STEIN; SMITH, 2009, p. 268).

Quanto a aprendizagem, Ponte (2005b) afirma que “A aprendizagem decorre assim, sobretudo, não de ouvir diretamente o professor ou de fazer esta ou aquela atividade prática, mas sim da reflexão realizada pelo aluno a propósito da atividade que realizou” (PONTE, 2005b, p. 15).

Além disso, Ponte (2005b) nos traz duas dimensões fundamentais de tarefas em sala de aula: o grau de desafio matemático e o grau de estrutura. O grau de desafio matemático se refere à percepção de dificuldade de uma referida questão, uma categorização já muito conhecida. Já o grau de estrutura se refere a abordagem que a questão traz, variando entre os polos “aberto” e “fechado”, uma questão fechada é aquela que propõe de forma explícita o método de resolução que deve ser aplicado para se chegar ao resultado, já uma questão aberta é uma questão que traz

um grau de indeterminação significativo para o aluno em relação ao que é dado, pedido, ou em ambos.

Entre as tarefas abertas, existem as tarefas de exploração e de investigação, onde a principal diferença estaria no grau de desafio, sendo as tarefas exploratórias aquelas às quais os alunos são capazes de propor soluções sem um alto grau de planejamento, já as tarefas investigativas exigem dos alunos uma reflexão pouco mais aprofundada para se iniciar a resolução.

Ponte (2005b) ainda traz que é muito comum a ideia de que os alunos não são capazes de resolver problemas os quais não foram diretamente ensinados, porém, o conhecimento prévio dos alunos adquiridos fora da sala de aula conta como um grande aliado nessas tarefas, sendo muitas vezes até mais eficazes do que a exposição de procedimentos prontos para a resolução das mesmas. Nesse sentido Cyrino (2014) afirma que tarefas desse tipo permitem ir além da memorização de fatos ou procedimentos.

Já Stein (2009) aponta que o uso de tarefas para introduzir um novo conteúdo matemático apresenta potencialidades para o raciocínio “[...] iniciar com tarefas cognitivamente desafiadoras, que tenham potencial de engajar os estudantes em formas complexas de pensamento, se o objetivo é desenvolver a sua capacidade de pensar, raciocinar e resolver problemas” (STEIN et al., 2009, p. 5)

A partir desse entendimento, é possível encontrar o uso de tarefas em diferentes abordagens de ensino. O Conselho Nacional dos Professores de Matemática² (NCTM) afirma que uma boa tarefa é aquela que introduz ideias matemáticas fundamentais e permite diferentes abordagens por meio de um desafio intelectual para os estudantes, e dessa forma as tarefas que permitem a fluência de múltiplas ideias, flexibilidade de pensamento e diversos métodos de resolução distintos e originais.

Um estudo realizado por pesquisadores do projeto QUASAR³, descrito por Stein (1998), selecionou professores que se dispuseram a aplicar tarefas selecionadas de forma estratégica em suas turmas e posteriormente os pesquisadores envolvidos realizaram uma análise de tarefas com base nos níveis de demanda cognitiva de tarefas. Para esses pesquisadores existem quatro tipos de níveis de demanda que podem ser agrupadas entre: memorização, procedimentos sem conexões com significados, procedimentos com conexões com significados e fazer matemática.

² O National Council of Teachers of Mathematics (NCTM) foi fundado nos EUA em 1920.

³ O projeto denominado Quantitative Understanding: Amplifying Student Achievement and Reasoning (QUASAR) foi um estudo de cinco anos realizado entre 1990 e 1995 para uma reforma no ensino de matemática nas escolas urbanas dos Estados Unidos.

As duas primeiras categorias se referem a tarefa de baixo nível de demanda cognitiva, enquanto as duas últimas se referem a tarefas de alto nível de demanda cognitiva.

Tarefas de baixo nível de demanda cognitiva são centradas na produção de respostas corretas e não no desenvolvimento da compreensão matemática, geralmente envolvem resoluções pré-estabelecidas e produzem resultados em curto prazo, pois no geral não geram uma aprendizagem sólida e duradoura.

Os professores que colaboraram no projeto QUASAR priorizaram o uso de tarefas de alta demanda cognitiva, e o resultado foi que muitas vezes os alunos que possuíam bom desempenho quantitativo, quando utilizados apenas métodos decorados, não foram tão bem sucedidos nas novas tarefas propostas, enquanto muitos dos outros alunos que apresentavam dificuldades na antiga abordagem e realizaram as tarefas abertas sem muitas dificuldades, trazendo à tona que muitas vezes a aplicação de tarefas sem a análise crítica de sua construção, pode levar o professor ao erro de subestimar e subaproveitar a capacidade dos seus alunos.

Dessa forma, Serrazina (2017) afirma que é necessário que o professor saiba selecionar, ou adaptar tarefas de forma crítica sobre os recursos envolvidos, bem como pensar em estratégias para a aula, formas de representação, considerando a relação entre o pensamento e a aprendizagem do aluno quando se envolve na realização de uma dada tarefa, sem perder de vista o objetivo que foi definido ao planejar.

Serrazina (2017) dentro de um conjunto de recomendações para planejar aulas reforça a importância da antecipação a ser realizada pelo professor. Ela estabelece que o professor deve levar em consideração as dificuldades dos alunos, apontar possíveis perguntas e respostas dos alunos, bem como antecipar diferentes soluções que possam surgir da parte dos alunos. Além disso, a autora sugere ao professor: “Prever que os alunos trabalhem em grupo de modo a poderem discutir e trocar ideias, mas não esquecer que, de acordo com os objetivos que se pretendam, deve haver espaço para trabalho individual e em grande grupo” (SERRAZINA, 2017, p. 25).

Por fim, Serrazina (2017) afirma que a partir de um planejamento adequado, o professor se torna capaz de responder os questionamentos dos alunos, bem como estabelecer discussões que sejam produtivas ao aprendizado em conjunto dos alunos.

Retirados dos referenciais teóricos que apresentaram informações relacionadas à álgebra e seu ensino no que diz respeito a potencialidade do uso de padrões, bem como o uso de tarefas, passamos a tratar da metodologia no próximo capítulo com vistas a avançar nas análises deste trabalho.

CAPÍTULO 2: Metodologia

A partir do cunho qualitativo que adotamos nesta pesquisa, utilizamos uma abordagem de análise documental de alguns trabalhos científicos que tratam sobre os temas de padrões no ensino da álgebra, o uso de tarefas no ensino exploratório, posteriormente realizamos uma análise de um livro didático quanto ao uso de padrões geométricos para o ensino de funções e sequências, ao final apresentamos o planejamento de uma tarefa para ser utilizada por meio do ensino exploratório.

Para delimitar nossos dados, consideramos o Programa Nacional do Livro e Material Didático (PNLD), instituído inicialmente em 1937, na época com o nome de Instituto Nacional do Livro, pelo presidente Getúlio Vargas, atualmente possui a finalidade de avaliar e disponibilizar obras didáticas, pedagógicas e literárias em apoio à prática educativa, de forma sistemática, regular e gratuita para assistir escolas públicas de educação básica das redes federal, estadual e municipal, e também às instituições comunitárias, confessionais ou filantrópicas sem fins lucrativos e conveniadas com o Poder Público.

O material escolhido como objeto de análise neste trabalho trata-se de um livro didático de matemática, oferecido às escolas públicas em 2017 pelo PNLD e devido à experiência em estágio profissional da autora, em que o referido livro foi utilizado como livro base para o ensino na disciplina de matemática nas turmas de ensino médio do Instituto Federal de São Paulo - campus São Paulo (IFSP-SPO) no ano de 2019.

O livro intitulado “Matemática para compreender o mundo” das autoras Kátia Stocco Smole e Maria Ignez Diniz foi utilizado até o ano de 2020, pois em 2021 houve mudanças no PNLD e o material base na instituição em questão foi alterado, não sendo mais citado nesta monografia.

Além disso, a escolha foi também motivada pela observação da autora durante o estágio supervisionado quanto ao desempenho dos alunos diante das tarefas propostas pelo material em questão, em que foi notado grande potencial em adaptações das mesmas, visto que em algumas já era abordado o assunto de padrões em sua estrutura.

Sendo assim, a análise do livro didático consiste em selecionar exemplos e exercícios apresentados nos capítulos que tratam sobre funções e categorizá-las segundo o referencial teórico e posteriormente de forma dialética, confrontar os dados com o que foi estudando até então.

Após a categorização e análise dos padrões geométricos encontrados entre os exemplos e exercícios do livro, será escolhido um em específico para que seja adaptado levando em consideração os objetivos de um planejamento de uma aula e com desenvolvimento de uma tarefa por meio do ensino exploratório e com médio/alto grau de envolvimento cognitivo em sua resolução, também será realizado uma simulação de antecipação de possíveis erros cometidos pelos alunos ao entrarem em contato com a tarefa, simulando a efetividade e o desenvolvimento do raciocínio algébrico na realização da mesma e consultando o cumprimento dos objetivos pré-estabelecidos.

CAPÍTULO 3: Análise

Como objeto da análise proposta neste trabalho, utilizaremos o livro “Matemática para compreender o mundo” das autoras Kátia Stocco Smole e Maria Ignez Diniz, volume 1 (voltado para o currículo de matemática do primeiro ano do ensino médio) publicado no ano de 2016, e tem por base os Parâmetros Curriculares Nacionais do Ensino Médio (PCNEM, 1999).

O livro apresenta quatro unidades subdivididas num total de onze capítulos dos quais sete tratam sobre o conteúdo de funções.

O livro tem a pretensão de contemplar as tendências atuais, de acordo com a Base Nacional Comum Curricular (BNCC), para o ensino e a aprendizagem da Matemática a partir de diferentes motivações para a utilização do raciocínio matemático e seus conhecimentos.

Como vimos anteriormente, as tarefas apresentam grande importância durante o processo de desenvolvimento do pensamento matemático, principalmente quando escolhidas de forma estratégica, de forma a estimular a reflexão e o pensamento, e tendo em vista isto, utilizaremos da categorização apresentada por Ponte (2005) e exposta no referencial teórico, para realizar uma análise do referido livro didático.

De acordo com Ponte (2005), podemos categorizar as tarefas entre grau de estrutura (polos “aberto” e fechado”) e grau de desafio matemático (exploração e investigação).

Utilizando essas definições, aplicamos essa categorização a tarefas retiradas do material didático base para o desenvolvimento desse trabalho, que abordaram em sua estrutura o assunto de padrões pictóricos, seja dentro do assunto de funções ou de sequências, para exemplificar e, além disso, demonstrar uma possível adaptação de uma tarefa fechada para uma tarefa aberta de cunho exploratório.

Após uma leitura flutuante do livro, foram selecionadas dentre os assuntos de funções, sequências e progressões um total de doze tarefas, sendo dez exercícios propostos e duas utilizadas como exemplos para introduzir novos assuntos. Selecionadas as tarefas, foram categorizadas como podemos apresentamos a seguir:

Tabela 1: Uso de padrões geométricos no livro

Classificação de objetivo	Quantidade de tarefas selecionadas
Exercícios	10
Exemplos	2

Fonte: Elaborada pela autora

Portanto, entre as doze tarefas selecionadas, dez se tratavam de exercícios propostos pelo material didático e duas se tratavam de exemplos utilizados para introduzir novos assuntos, com o intuito de familiarizar o aluno com o conteúdo abordado.

As tarefas foram retiradas de diferentes capítulos do material, como podemos observar na tabela seguinte:

Tabela 2: Distribuição por capítulos

Capítulo do Livro	Quantidade de tarefas selecionadas
Relações entre grandezas e funções	1
Funções Afim	1
Sequências, progressão aritmética e progressão geométrica	10

Fonte: Elaborada pela autora

A partir dessa tabela, notamos que entre as doze tarefas selecionadas, houve uma do capítulo de relações entre grandezas e funções, uma no capítulo de função afim e dez no capítulo de sequências, progressão aritmética e progressão geométrica, podemos observar que o material didático apresentou um número considerável de tarefas com o uso de padrões geométricos no ensino de sequências e progressões, mesmo apresentando potencial para o estudo de funções, os padrões não tiveram esse potencial explorado no caso desse material específico.

Após ler atentamente cada uma das 10 tarefas, estas foram categorizadas conforme Ponte (2005), como apresentado na tabela 3:

Tabela 3: Classificação das tarefas

Grau de estrutura e cognição	Quantidade de tarefas selecionadas
Fechada	2
Aberta exploratória	5
Aberta investigativa	3

Fonte: Elaborada pela autora

É possível observar na tabela 3 que o material analisado aborda os três diferentes tipos de tarefas de forma equilibrada, utilizando cinco tarefas abertas exploratórias, três tarefas abertas investigativas que exigem mais engajamento do aluno ao resolvê-las e duas tarefas


fechadas. Vale salientar que essa análise foi realizada considerando apenas as tarefas que abordavam o conceito de padrões geométricos em sua estrutura.

Com a finalidade de exemplificar os tipos de tarefas encontradas no livro didático analisado, a seguir são apresentados algumas das tarefas que mais se destacaram dentre as que foram selecionadas conforme a classificação vista na tabela 3.

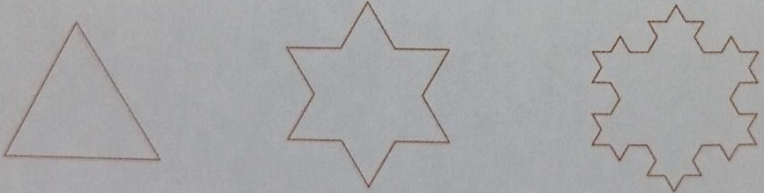
A primeira tarefa apresentada na Figuras 1 e na Figura 2 é classificada como fechada pois define o que o aluno deve fazer e com qual método, usando como recurso o padrão geométrico presente na figura 1 que foi apresentado na introdução do conteúdo relacionado à sequencias e progressão aritmética e progressão geométrica.

Figura 1: Sequência de figuras para a tarefa proposta

A figura abaixo é conhecida como **curva do floco de neve de Koch**, obtida a partir de uma sequência de construções nos lados de um triângulo equilátero.



O matemático Helge von Koch (1870-1924), em 1904, obteve essa figura a partir de um triângulo equilátero de lado de medida 1. Observe as três primeiras figuras dessa sequência.



Você consegue descobrir como a segunda e a terceira figuras foram obtidas a partir da primeira?

Consideremos um triângulo equilátero de lado de medida 1. Dividimos cada um de seus lados em três partes iguais.

No terço médio de cada lado, construímos novos triângulos equiláteros. O resultado é uma linha poligonal fechada de 12 lados.

No estágio seguinte, fazemos a divisão de cada um dos 12 lados da linha poligonal em três partes iguais e construímos novos triângulos equiláteros sobre os terços médios, e assim sucessivamente.

A medida do lado dos triângulos construídos em cada etapa forma uma sequência de números. Como podemos descrever essa sequência?

No mesmo capítulo de onde a figura 1 foi extraída, a tarefa que classificamos como fechada é proposta como exercício, conforme a figura 2

Figura 2: Tarefa fechada

67. Retome a sequência de figuras que formam a curva do floco de neve de Koch apresentada no início deste capítulo. Suponha que o lado do triângulo equilátero meça 1.

a) Qual é a fórmula do termo geral da sequência formada pelo número de lados de cada figura?

b) Qual é a expressão do termo geral da P.G. formada pelos perímetros dos polígonos que são obtidos nessa sequência?

Fonte: Smole, Diniz, 2017, p. 161.

A tarefa pré-estabelece um comprimento para o lado do triângulo e solicita ao aluno por meio da observação do padrão formado e da descrição da curva de Koch que encontre a fórmula geral da sequência, deve-se levar em consideração que a tarefa foi proposta logo em sequência do material didático abordar sobre o termo geral da Progressão Geométrica, de forma a levar o aluno a aplicar a fórmula recém abordada.

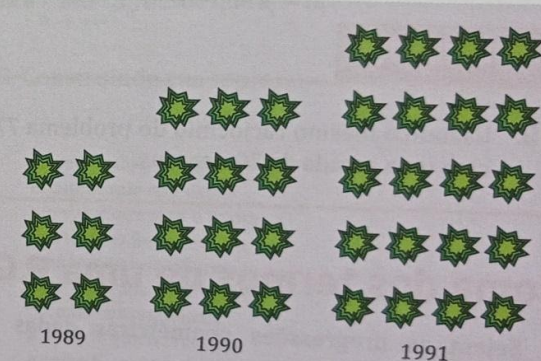
A segunda tarefa apresenta na figura 3 foi extraída do capítulo referente a sequências, progressão aritmética e progressão geométrica.

Figura 3: Tarefa aberta de cunho investigativo (alta demanda cognitiva):

(Unifor-CE) A sucessão de figuras ao lado apresenta a disposição das árvores frutíferas plantadas no pomar do sítio de dona Zefa, observada nos meses de dezembro dos anos indicados.

Se foi mantido o padrão na disposição do plantio das árvores, então dona Zefa atingiu a meta de ter 272 árvores plantadas em seu pomar em dezembro de:

a) 2006	d) 2003
b) 2005	e) 2002
c) 2004	



1989 1990 1991

Fonte: Smole, Diniz, 2017, p. 163.

Essa tarefa foi classificada como aberta, pois não há uma imposição pré-estabelecida sobre a forma de resolução, deixando o aluno refletir sobre a tarefa e construir de forma autônoma um caminho para a solução. Além disso, a classificação de tarefa aberta de cunho investigativo aconteceu, pois, os possíveis caminhos para sua solução não são tão intuitivos, exigindo do aluno uma reflexão mais profunda e mais tentativas, e, por ser de cunho

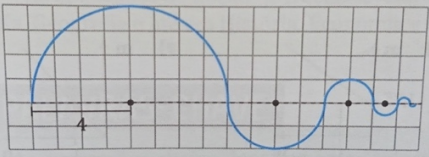
investigativo, de acordo com o referencial teórico (PONTE, 2005), isso implica que a tarefa é de alta demanda cognitiva.

A segunda tarefa apresenta um padrão com o uso das figuras representativas, o que estimula a criatividade e auxilia o aluno no raciocínio necessário para decodificar a lei de formação que existe por trás do mesmo, possibilitando o raciocínio de relacionar as figuras com uma expressão algébrica.

A terceira tarefa, apresentada na figura 4, foi extraída do capítulo Sequências, progressão aritmética e progressão geométrica, e apresenta conceitos ligados a área geometria como raio e semicircunferência.

Figura 4: Tarefa aberta de cunho investigativo (alta demanda cognitiva)

83. Observe a “serpente” abaixo, formada por semicircunferências. O raio de cada semicircunferência, a partir da 2ª, é a metade do raio da semicircunferência anterior.



a) Qual será o comprimento dessa “serpente” quando ela tiver 8 semicircunferências?

b) Se a “serpente” tiver infinitas semicircunferências, qual será seu comprimento?

c) Qual é a importância da figura nesta atividade?

Fonte: Smole, Diniz, 2017, p. 167

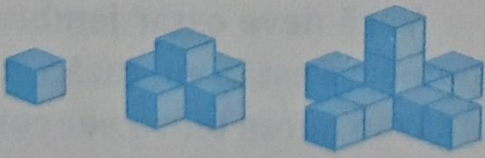
Esta tarefa foi classificada como aberta, pois, embora determine o que o aluno deve realizar, não impõe métodos pré-estabelecidos para chegar à conclusão esperada, além disso, no item c), a tarefa propõe o aluno refletir sobre a importância da figura na tarefa.

A terceira tarefa foi considerada investigativa, pois aborda, além do assunto de sequências, o comprimento de uma circunferência, que se refere à geometria, esse “conflito” entre diferentes áreas da matemática na mesma tarefa pode tornar sua resolução menos intuitiva, forçando o aluno a pesquisar e aprofundar seus estudos para resolvê-la, ou retomar conceitos já vistos.

Ainda com elementos geométricos, a quarta tarefa aborda uma sequência com cubos, conforme mostra a figura 5:

Figura 5: Tarefa aberta exploratória (média demanda cognitiva)

10. Observe esta sequência construída com cubos.



a) Qual é a quantidade de cubos necessária para construir o 16º elemento dessa sequência?

b) Com 96 cubos, qual elemento da sequência podemos construir?

Imagens: Zapt

Fonte: Smole, Diniz, 2017, p. 147

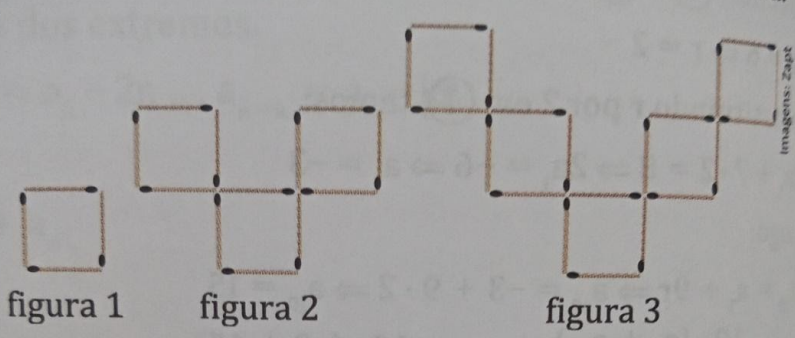
Esta tarefa define o que é solicitado para o aluno, porém dá abertura ao mesmo de encontrar a solução de forma independente, sem a imposição de métodos, por conta disso foi classificada como uma tarefa aberta, porém, o padrão de crescimento presente na tarefa pode ser identificado a partir de uma contagem simples, levando ao aluno uma reflexão mais intuitiva sobre as próximas figuras, necessitando de poucas tentativas até que se chegue a uma conclusão, por isso, a tarefa foi considerada de cunho exploratório.

O padrão presente tem um diferencial em relação aos outros que aparecem no material, abordando a terceira dimensão espacial e possibilitando uma abordagem ainda mais ampla e até mesmo a transição da questão do cunho exploratório para o investigativo, pois podemos abordar as representações algébricas dos padrões de crescimento relacionados ao perímetro, área e volume, além das unidades abordadas na tarefa.

A última tarefa selecionada para detalhar esta análise apresenta uma sequência envolvendo palitos de fósforos (figura 6), sendo este considerado um material de fácil acesso para manuseio em sala de aula.

Figura 6: Tarefa aberta exploratória (média demanda cognitiva)

51. Observe as três primeiras figuras de uma sequência.



Se as figuras são formadas com palitos de fósforo e seguem a mesma lei de formação, quantos deles são necessários para construir, ao mesmo tempo, as 50 primeiras figuras dessa sequência?

Fonte: Smole, Diniz, 2017, p. 156

A tarefa solicitada também indica a ausência de fórmulas e métodos sugeridos para sua resolução, além de não solicitar incisivamente a descoberta da lei de formação, abrindo espaço para que os alunos utilizem outros recursos além do algébrico. Porém, ao solicitar um número considerado elevado para o uso de desenhos ou manuseio do próprio material, estimula o aluno a desenvolver uma generalização algébrica, com o objetivo de reduzir o percurso para a resolução. Além disso, o aluno pode chegar em generalizações algébricas distintas, pois na figura é possível visualizar mais de um padrão que, ao final, chegarão ao mesmo resultado.

Por apresentar padrões intuitivos e facilmente identificados por meio da contagem, a tarefa possui cunho exploratório, pois com uma sequência de raciocínio relativamente simples é possível chegar às conclusões.

O Padrão apresentado pode relacionar o número de palitos de fósforo ou o número de quadrados, gerando assim duas sequências diretamente proporcionais e podendo estimular diferentes visualizações, interpretações e generalizações algébricas.

Podemos observar até aqui que o livro selecionado para análise apresenta diversas tarefas com o uso de padrões geométricos, entretanto concentra-os no capítulo destinado ao ensino de progressões, mas que facilmente poderiam ser utilizados em momentos em que o objetivo seria tratar o tema de funções.

3.2 Adaptação uma tarefa

Ainda que uma aula que utilize de alguma destas tarefas, quando planejada para o ensino exploratório em que a finalidade está em promover discussões matemáticas entre os alunos, muitas vezes é necessário realizar adaptações para que a tarefa seja um recurso viável nesta abordagem de ensino.

Com base nas análises e categorizações anteriores, foi selecionada a seguinte tarefa fechada (figura 7) para uma adaptação, transformando-a em uma tarefa aberta de cunho exploratório.

Figura 7: Tarefa inicial

36. Observe a sequência de triângulos formados por palitos:

Imagens: Zapf

a) Copie a tabela em seu caderno e complete-a.

Número de triângulos	1	2	3	4	5	6	7	8	9	n
Número de palitos	3	5	7							

b) Qual é a lei que expressa o número de palitos em função do número de triângulos que se quer formar?

c) De que tipo é essa função?

d) Qual é o domínio e a imagem dessa função?

e) Desenhe o gráfico da função. Ele será uma reta? Por quê?

f) Quantos palitos são necessários para formar 89 triângulos?

g) Quantos triângulos serão formados com 101 palitos?

Fonte: Smole, Diniz, 2017, p. 109

É possível observar que a tarefa define muito claramente o que é pedido para o aluno, além de definir o caminho de raciocínio lógico que ele deve tomar para responder aos questionamentos, quando a mesma solicita o preenchimento de uma tabela com relações já pré-estabelecidas, privando o aluno da experiência de descobrir a relação por si só.

Podemos observar também que a tarefa já dispõe a informação que a relação consiste em uma função, e embora apresente um padrão pictórico, solicita sem contextualização respostas muito específicas e abstratas, como domínio e imagem.

Utilizando do padrão apresentado, podemos enxergar uma variedade muito grande de possíveis abordagens, além da relação entre o número de palitos e triângulos que originou a tarefa, como:

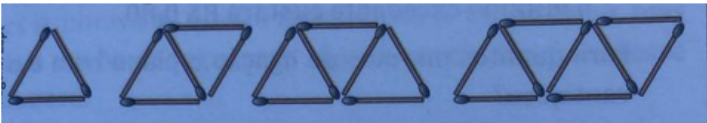
1. A sequência da soma total dos números de palitos;
2. A sequência da área formada pelos triângulos;
3. A sequência do perímetro externo da figura formada;
4. A sequência da soma dos ângulos internos dos triângulos;

Tais abordagens possibilitam a criação de adaptações de tarefas abertas de cunho exploratório e de cunho investigativo.

Para adaptar esta tarefa fechada para uma tarefa aberta de cunho exploratório, serão utilizadas as abordagens 1 e 2, que apresentam uma relação entre o raciocínio linear mais intuitivo e uma função do segundo grau, além da abordagem já presente na tarefa original. A partir da adaptação dessa tarefa podemos notar uma conexão entre os assuntos de sequências, funções e geometria com o uso do mesmo padrão. Portanto, uma possível adaptação é apresentada na figura 8:

Figura 8: Tarefa adaptada

Observe a figura:



- a) Descubra a sequência do número de triângulos de acordo com cada figura.
- b) Descubra a sequência do número de palitos de acordo com cada figura.
- c) As duas sequências possuem algo em comum? É possível relacioná-las? Esquematize seu raciocínio.
- d) Com base em seu raciocínio, busque uma generalização onde é possível relacionar essas duas sequências.
- e) Descubra a sequência do número da soma dos palitos usados conforme as figuras são formadas.
- f) Existe uma relação entre o número de triângulos de cada figura e a soma dos palitos? Se for possível, encontre a generalização da relação.
- g) Considerando que todos os palitos possuem o mesmo comprimento, generalize a expressão da área do triângulo formado e a sequência de áreas formadas.

Fonte: Elaborada pela autora

Para a aplicação desta tarefa em uma turma de 1º ano do ensino médio, no qual os conceitos de funções são centrais no currículo de matemática, estimamos o tempo de 1h e 40 minutos para o desenvolvimento desta tarefa.

Para isso, optamos em dividir os alunos em pequenos grupos, de quatro a cinco alunos (para facilitar a interação dos alunos entre si) e o professor apresentaria primeiramente a figura, dando oportunidade para os alunos observarem a mesma antes de propor qualquer tarefa, após esse processo, o professor apresentaria os itens da tarefa em si para os grupos, ao final da aula, cada grupo poderia expor suas conclusões e a forma como pensou para chegar nelas.

Considerando essa adaptação da tarefa, para a realização de um planejamento de aula na abordagem do ensino exploratório segundo Serrazina (2017), é necessário que o professor procure antecipar os possíveis caminhos que os alunos podem seguir no desenvolvimento do seu raciocínio para encontrar as soluções solicitadas. Considerando isto, realizamos uma breve antecipação de possíveis caminhos para resolução analisando os itens da tarefa adaptada.

Item A: Para esse item, um possível equívoco do aluno pode estar ligado à ausência de conhecimento acerca de polígonos, sobre a definição de um triângulo e ou a tentativa de formação de outros triângulos não delimitados pelos palitos, além de equívocos de contagem.

Para diminuir a eminência desse equívoco, o professor poderia realizar uma espécie de revisão nas aulas anteriores a essa atividade abordando o assunto de polígonos, em especial em triângulos e suas classificações, além dos cálculos de área e perímetro.

Item B: Para esse item, o aluno pode cometer o equívoco de contar o palito que divide os triângulos como se fossem dois palitos distintos, criando uma sequência diretamente proporcional ao número de lados dos triângulos.

Para evitar que os alunos cometam esse equívoco, o professor poderia levar palitos semelhantes para aula (sem expor os alunos ao risco de queimaduras) e montar o padrão com os alunos em aula, facilitando o processo de contagem ao manusear as “peças”.

Item C: Neste item, o aluno pode relacionar as duas sequências de diversas formas, não necessariamente equivocadas no sentido matemático, mas sim não alinhadas à proposta da tarefa, como por exemplo o aluno pode classificar as duas sequências separadamente como naturais e naturais ímpares e estabelecer essa relação entre elas, ou ainda, pode notar que o crescimento de palitos em relação ao número de triângulos cresce conforme uma progressão aritmética de razão 2.

Para essa situação, cabe ao professor indagar os alunos sobre a ideia de relação entre a posição e o número de palitos apresentados nas figuras se levantar o que aconteceria em figuras

sequentes, em uma posição com valores mais altos como na décima posição para estimular os alunos a buscarem por uma generalização.

Item D: Os equívocos relacionados a esse item podem estar na realidade relacionados ao item anterior, porém, considerando que a relação encontrada no item C foi bem fundamentada, o aluno pode apresentar dificuldades de reconhecer como variáveis os termos presentes na relação e em realizar operações com eles.

Cabe ao professor mediar os alunos na busca por generalizações permitindo assim o desenvolvimento do pensamento algébrico com o uso de incógnitas.

Item E: Neste item, o aluno pode confundir com a sequência de número de palitos, somando apenas os palitos presentes em cada figura de forma separada, além disso, pode cometer equívocos aritméticos relacionados a contagem.

Neste caso, considerando como no item B que os alunos manipulam o material, o professor pode estimular os alunos a realizarem essa sequência e depois contarem quantos palitos utilizaram no total.

Item F: Neste item o aluno pode cometer equívocos como relacionar o número de palitos ao invés do número de triângulos, os alunos também podem tentar encontrar uma solução linear para um problema quadrático, fato que pode gerar maiores dificuldades, além da possibilidade de cometer equívocos de contagem.

Para generalizar, os alunos podem encontrar diversos caminhos, como por exemplo perceber que a soma de determinado termo corresponde ao quadrado do termo mais o seu dobro, ou o sucessor do termo menos 1, ou ainda utilizar uma generalização em função da soma anterior, mostrando que a soma de um termo sempre será a soma anterior mais seu dobro mais um, chegando assim a uma função de recorrência.

Todos os modos estão corretos, porém ao abordar diferentes caminhos, cabe ao professor durante a sistematização da aula mostrar as semelhanças e diferenças entre os caminhos e apontar pode ser mais vantajoso em relação ao que está sendo solicitado pelo enunciado embora todos estejam corretos.

Item G: Neste item, os possíveis equívocos cometidos podem estar relacionados ao baixo conhecimento geométrico, como área de figuras planas e classificação de triângulos, além disso, o aluno pode ter dificuldades em diferenciar constantes de variáveis em uma generalização uma vez que o exercício não falou o valor do lado mas afirmou que era uma constante, devendo então aparecer na generalização.

Para amenizar os equívocos, como no item B, o professor pode realizar uma retomada prévia sobre os assuntos geométricos aulas durante a apresentação da tarefa, como área de

figuras planas, Teorema de Pitágoras e classificações de triângulos, além disso, utilizando o material manipulável, o professor pode estimular a reflexão no aluno sobre generalização de constantes e variáveis, mostrando que, embora todos os palitos tenham o mesmo comprimento, a área da figura muda conforme o número de triângulos aumenta, ou seja, que a função da área está em função do número de triângulos e que é possível fixar um valor real para o comprimento do palito.

Vale ressaltar que em todo o desenvolvimento da tarefa pelos grupos, o professor acompanhará as discussões ao mesmo tempo que pode fazer anotações que podem auxiliar na sistematização da tarefa.

CONSIDERAÇÕES FINAIS

Ao desenvolver este trabalho que tinha por objetivo propor o ensino de álgebra no ensino médio com uso de padrões geométricos, buscamos em um livro didático do PNLD tarefas e exemplos que utilizam de sequências pictóricas ao tratarem o conteúdo de funções. Foram encontrados alguns casos que julgamos ser um número considerável por se tratar de um tema que não é visto como conteúdo, apenas um recurso a ser utilizado.

Entretanto, a presença de tais padrões geométricos em um livro didático adotado em uma escola não garante que tal recurso será utilizado pelo professor. É necessário que este compreenda a utilização desse recurso e esteja disposto a planejar aulas que proporcionem aos alunos um bom aproveitamento deste recurso em sua aprendizagem. Nesse sentido, acreditamos no ensino exploratório como um caminho para tal (PONTE, 2005).

Por meio da realização deste trabalho, podemos concluir que o ensino de funções tendo potencial para ser explorado com o uso de padrões e assim contribuir com o processo de ensino e de aprendizagem de matemática no contexto do ensino médio, apresenta uma tímida presença nos livros didáticos, cabendo assim ao professor, na elaboração de suas aulas, adotar seu uso. De forma mais específica, os padrões geométricos no ensino de álgebra, atribuídos aos recursos pictóricos, podem desconstruir a exclusividade do ensino abstrato da álgebra, em especial no ensino de funções durante o Ensino Médio.

Além disso, para abordar padrões geométricos nesse contexto, concluímos que seria vantajoso utilizar o uso de tarefas, pois, por meio do referencial teórico (PONTE, 2005) podemos observar que a aplicação destas associadas ao ensino exploratório pode oportunizar discussões entre os alunos. Para isso se faz necessário que as tarefas sejam criteriosamente selecionadas mediante a demanda sua cognitiva e adequação ao currículo e sua aplicação cuidadosamente planejada para que possa gerar uma reflexão profunda e uma compreensão mais ampla dos conceitos matemáticos envolvidos, e assim minimizar ou até mesmo substituir o uso de repetições procedimentais e sem significado para o aluno.

Propomos ainda que o professor, como mediador do conhecimento, na ausência de tarefas abertas e exploratórias, pode adaptar tarefas de materiais didáticos diversos para esse fim, utilizando de tarefas e ou exercícios já existentes ou ainda formular tarefas ricas utilizando padrões geométricos simples e encontrados em livros ou em pesquisas como as levantadas por Ribeiro e Cury (2017, p. 89-92).

Tais tarefas devem ter por objetivo de estimular a exploração e investigação nos alunos, levando-os a solucionar os problemas matemáticos de forma autônoma, sem a utilização de

algoritmos decorados ou métodos resolutivos em formato pré-estabelecido para sua aplicação, proporcionando assim um ensino de matemática em que os protagonistas são os alunos, que por sua vez tem a chance de se engajar em discussões que visem a aprendizagem, além do desenvolvimento do pensamento lógico-matemático.

REFERÊNCIAS

ALVES, Karina Aguiar; AGUIAR, Marcia. O perfil conceitual de equação como uma estratégia de desenvolvimento de tarefas de aprendizagem profissional do professor que ensina matemática. In: RIBEIRO, A. J.; BEZERRA F. J. B.; GOMES, V. M. S. (org.); **Formação de professores que ensinam matemática e a álgebra da educação básica: um projeto desenvolvido na Universidade Federal do ABC no âmbito do Observatório da Educação**. Edições Leitura Crítica, Campinas, SP: 2017. p. 107-124.

BOALER, Jo. "Learning from teaching: Exploring the relationship between reform curriculum and equity." In: **Journal for research in mathematics education**. v 33(4). 2002. p. 239-258.

BRASIL. Ministério de Educação e Cultura. **LDB - Lei nº 9394/96**, de 20 de dezembro de 1996. Estabelece as diretrizes e bases da Educação Nacional. Brasília: MEC, 1996.

_____, MEC – Secretaria da Educação Média e Tecnológica. **Parâmetros Curriculares Nacionais: ensino médio: ciências da natureza, matemática e suas tecnologias**. Brasília: MEC / SEMTEC, 1999. (114 p.)

_____. **Base nacional comum curricular: Educação é a base**. MEC-Secretaria da Educação Básica. Brasília: Distrito Federal, 2018.

DASSIE, Bruno Alves; ROCHA, José Lourenço da. **O ensino de matemática no Brasil nas primeiras décadas do século XX**. Caderno Dá-Licença, n. 4, ano 5, p. 65-73, dezembro de 2003.

_____. **IDEB – Resultados e Metas**. Instituto Nacional de Estudos e Pesquisas Educacionais Anísio Teixeira Disponível em <<http://ideb.inep.gov.br/resultado/resultado/resultadoBrasil.seam?cid=146795>> Acesso em 21.05.18

_____. **Plano Nacional de Educação 2014-2024**. Disponível em: <<http://www.observatoriodopne.org.br/uploads/reference/file/439/documento-referencia.pdf>> - Acesso em 21.mai.18

CYRINO, Márcia Cristina de Costa Trindade; JESUS, Cristina Cirino de. Análise de tarefas matemáticas em uma proposta de formação continuada de professoras que ensinam matemática. **Ciência & Educação (Bauru)**, v. 20, p. 751-764, 2014.

FARIA, FARIA, Rejane Waiandt Schuwartz de Carvalho, et al., A formação do professor de Matemática no Brasil. In: GARCIA, H. D.; CABANHA, D. D. C.; MALTEMPI, M. V. (org.); **Formação Inicial de professores de matemática em diversos países**. Editora Livraria da Física, São Paulo, SP: 2020. p. 15-30

GILBERT, John K. Visualization: An emergent field of practice and enquiry in science education. In: **Visualization: Theory and practice in science education**. Springer, Dordrecht, 2007. p. 3-24.

HOLTON, Derek et al. Teacher development and mathematical challenge. In: **Challenging Mathematics in and beyond the classroom**. Springer, Boston, MA, 2009. p. 205-242.

KAPUT, James J. **Teaching and learning a new algebra**. Routledge, 1999.

LAUTENSCHLAGER Etienne; RIBEIRO Alessandro Jacques. Ensino de polinômios da Educação Básica: relato de uma experiência de formação continuada de professores. In: RIBEIRO, A. J.; BEZERRA F. J. B.; GOMES, V. M. S. (org.); **Formação de professores que ensinam matemática e a álgebra da educação básica: um projeto desenvolvido na Universidade Federal do ABC no âmbito do Observatório da Educação**. Edições Leitura Crítica, Campinas, SP: 2017. p. 143-170.

LAKATOS, E. M; MARCONI, M. A. **Metodologia do trabalho científico**. 5 ed. São Paulo: Atlas, 2003. 311 p.

LOPES, Tania. Padrões no ensino básico. **Ensino da Matemática I, Coimbra, n**, p. 01-33, 2012.

ORTON, Anthony (Ed.). **Pattern in the teaching and learning of mathematics**. A&C Black, 2004.

PONTE, João Pedro da. Álgebra no currículo escolar. In: **Educação e Matemática**, v 85. 2005a. p. 36-42.

PONTE, João Pedro da. Gestão curricular em Matemática. In: GTI (Ed.). **O professor e o desenvolvimento curricular**. Lisboa: APM, 2005b, p. 11-34.

PONTE, João Pedro da. Tarefas no ensino e na aprendizagem da Matemática. In: PONTE, J. P. (org.). **Práticas Profissionais dos Professores de Matemática**. Lisboa: Instituto de Educação da Universidade de Lisboa, 2014. p.13-27.

RIBEIRO, Alessandro Jacques; CURY, Helena Noronha; **Álgebra para a formação do professor: Explorando os conceitos de equação e de função 1**. Ed. Belo Horizonte: Autêntica Editora, 2015.

SERRAZINA, L. Planificação do ensino-aprendizagem da Matemática. In: GTI (Ed.). **A prática dos professores: Planificação e discussão coletiva na sala de aula**, Lisboa: APM, 2017. p. 9-32.

SMOLE, Kátia Stocco; DINIZ, Maria Ignez. **Matemática para compreender o mundo**. São Paulo: Saraiva, v. 1, 2016.

STEIN, Mary Kay; SMITH, Margaret Schwan. Mathematical Tasks as a Framework for Reflection: From Research To Practice. **Mathematics Teaching in the Middle School**, v. 3, n. 4, p. 268-75, 1998.

STEIN, M.; SMITH, Margaret Schwan. Tarefas Matemáticas como quadro para reflexão. **Educação e Matemática**, v. 105, p. 22-28, 2009.

STEIN, M. K. et al.. **Implementing standards-based mathematics instruction: a casebook for professional development**. New York: Teachers College Press, 2009.

VALE, Isabel. As tarefas de padrões na aula de matemática: um desafio para professores e alunos. **Interações**, v. 8, n. 20, 2012.