

**INSTITUTO FEDERAL DE EDUCAÇÃO, CIÊNCIA E TECNOLOGIA
DE SÃO PAULO – CAMPUS SÃO PAULO
LICENCIATURA EM MATEMÁTICA**

RODRIGO CARVALHO RODRIGUES

**Visitando algumas referências bibliográficas acerca da noção de função e
estratégias para o seu ensino e aprendizagem na Educação Básica**

Orientador: Prof. Dr. Rogério Ferreira da Fonseca

SÃO PAULO

2022

RODRIGO CARVALHO RODRIGUES

Orientador: Prof. Dr. Rogério Ferreira da Fonseca

Visitando algumas referências bibliográficas acerca da noção de função e estratégias para o seu ensino e aprendizagem na Educação Básica

Trabalho de Conclusão de Curso apresentado ao curso de Licenciatura em Matemática do Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia de São Paulo – Campus São Paulo como requisito parcial para obtenção do título de Licenciado em Matemática.

Orientador: Prof. Dr. Rogério Ferreira da Fonseca

SÃO PAULO

2022

Dados Internacionais de Catalogação na Publicação (CIP)

RODRIGUES, Rodrigo Carvalho.

Visitando algumas referências bibliográficas acerca da noção de função e estratégias para o seu ensino e aprendizagem na Educação Básica/Rodrigo Carvalho Rodrigues. – São Paulo: IFSP, 2022.

79f.

Trabalho de Conclusão do Curso Superior de Licenciatura em Matemática – Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia de São Paulo.

Orientador: Rogério Ferreira da Fonseca.

1. Noção de Função. 2. Estratégias Metodológicas. 3. Educação Básica. 4. Ensino e Aprendizagem. 5. Matemática. I. Visitando algumas referências bibliográficas acerca da noção de função e estratégias para o seu ensino e aprendizagem na Educação Básica.

RODRIGO CARVALHO RODRIGUES

Visitando algumas referências bibliográficas acerca da noção de função e estratégias para o seu ensino e aprendizagem na Educação Básica

Monografia apresentada ao Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia de São Paulo – Campus São Paulo, em cumprimento ao requisito exigido parcial para obtenção do título de Licenciado em Matemática.

APROVADO EM: ____/____/____

CONCEITO: _____

Prof. Dr. Emiliano Augusto Chagas
Membro da Banca

Prof. Dr. Henrique Marins de Carvalho
Membro da Banca

Prof. Dr. Rogério Ferreira da Fonseca
Orientador

Aluno: Rodrigo Carvalho Rodrigues

AGRADECIMENTOS

Agradeço a Deus por me abençoar, proteger, cuidar de mim e me sustentar durante toda a minha vida e, em particular, durante a minha formação no Instituto Federal de São Paulo (IFSP), Campus São Paulo. Creio que Ele me deu direcionamentos, sabedoria, saúde, forças e ânimo e, sem Ele, eu não conseguiria chegar até aqui.

Agradeço ao meu orientador Prof. Dr. Rogério Ferreira da Fonseca por aceitar me orientar, por me direcionar na escolha do tema, por contribuir na elaboração do projeto e por me guiar através de suas sugestões, comentários e reuniões durante todo o processo de elaboração do Trabalho de Conclusão de Curso.

Sou grato à minha família, amigos e pessoas da Igreja do Evangelho Quadrangular do Santa Tereza (IEQ Sta. Tereza – Embu das Artes, SP), por sempre me apoiarem, me incentivarem em minha formação e contribuírem para que eu me tornasse o que sou hoje. Em especial, aos meus pais Ana Célia e José Rocha, minha irmã querida Gabriela, aos meus muitos familiares, como a Nayara, Gabriela, Patrícia, Reynaldo, Talita, João Victor, Marlucia, minha avó Sêrgia, a tia Bé, tia Maria, tia Rosária e tia Tânia. Também sou grato aos meus amigos Charles, Giovanna, Kawan, Ketlyn, Julia, Diogo, Matheus, Samuel, Taynara, Wellington, Karen, Pra. Shirley, Pra. Luciana e Pra. Dani. E a tantas outras pessoas que, mesmo não citadas aqui, são lembradas.

Também deixo meus agradecimentos aos meus colegas e amigos da faculdade – Beatriz, Pamela, Henrique, Leticia, Vinicius, Iago, Melina e Theo – que desde o começo do curso estiveram comigo, tornaram minhas manhãs alegres e prazerosas; juntos passamos pelas disciplinas, sempre apoiando e ajudando uns aos outros para que pudéssemos concluir o curso e não desistir; desenvolvemos relações de amizade e companheirismo que vão ficar marcadas em minha vida.

Agradeço aos professores do IFSP que fizeram parte da minha formação acadêmica e pessoal e contribuíram para que eu possa ser um excelente profissional. Em particular, aos professores Elisabete, Emiliano, Gabriela, Henrique, Leandro, Lucas, Mônica, Rogério, Traldi e Vânia, com quem estive em projetos de extensão, no PIBID, no Residência Pedagógica e em diversas aulas dos componentes curriculares, além de momentos de conversa pelo campus. Por fim, a todos que dedicarem seu tempo para leitura e análise crítica deste trabalho, dedico um agradecimento especial.

RESUMO

Um dos tópicos de Matemática presentes na Educação Básica é a noção de função, considerada uma das mais importantes da Matemática. A Base Nacional Comum Curricular (BNCC) aponta esse tema como importante e relevante e destaca sua presença nos anos finais do Ensino Fundamental e no Ensino Médio. Entretanto, pesquisas indicam que no ensino e aprendizagem desse tema, ainda prevalece uma abordagem tradicional, por meio de definição, exemplo e exercícios, respectivamente, sem uso de diferentes estratégias metodológicas. Um dos objetivos deste Trabalho de Conclusão de Curso é explorar referências bibliográficas acerca da noção de função, buscando identificar quais são algumas das estratégias metodológicas para o ensino e aprendizagem desse tema exploradas em pesquisas científicas. Apresenta-se aqui alguns elementos da construção histórica do conceito de função, assim como definições e aplicações, o que de certa forma ajuda a entender a presença do tema na Educação Básica, além das devidas justificativas. Trata-se de uma pesquisa bibliográfica. Para apontar as diferentes estratégias metodológicas encontradas para abordagem do tema, utilizou-se uma revisão bibliográfica sistemática, em que diferentes materiais foram selecionados, estudados, descritos e sintetizados. Ao final, pretende-se apresentar as estratégias obtidas, como etnomatemática, modelagem matemática, resolução de problemas, uso de tecnologias da informação e da comunicação, uso de história da matemática, entre outras, além das suas potencialidades e desafios, relacionando-as com a noção explorada.

Palavras-chave: Noção de Função. Estratégias Metodológicas. Educação Básica. Ensino e Aprendizagem. Matemática.

ABSTRACT

One of the topics of Mathematics present in Basic Education is the notion of function, considered one of the most important in Mathematics. The Base Nacional Comum Curricular (BNCC) points out this topic as important and relevant and highlights its presence in the final years of Elementary School and High School. However, research indicates that in the teaching and learning of this topic, a traditional approach still prevails, through definition, example and exercises, respectively, without the use of different methodological strategies. One of the objectives of this Final Course Paper is to explore bibliographic references about the notion of function, seeking to identify some of the methodological strategies for teaching and learning on this topic explored in scientific research. Some elements of the historical construction of the concept of function are presented here, as well as definitions and applications, which in a way help to understand the presence of the theme in Basic Education, in addition to the proper justifications. This is a bibliographic research. To point out the different methodological strategies found to approach the topic, a systematic literature review was used, in which different materials were selected, studied, described and synthesized. At the end, it is intended to point out the strategies obtained, such as ethnomathematics, mathematical modeling, problem solving, use of information and communication technologies, use of the history of mathematics, among others, in addition to their potential and challenges, relating them to the notion explored.

Key Words: Notion of Function. Methodological Strategies. Basic Education. Teaching and Learning. Math.

LISTA DE FIGURAS

Figura 1: Atividade 6 sobre quadrados coloridos.....	34
Figura 2: Cartela do bingo das funções.....	40
Figura 3: Análise de um movimento pelo software Tracker	42
Figura 4: Jogo “Trilha do Conceito de Função”	60

LISTA DE TABELAS

Tabela 1: Síntese das concepções de função	20
Tabela 2: Artigos selecionados para o trabalho.....	31
Tabela 3: Estratégias apontadas nos artigos acadêmicos	61

SUMÁRIO

INTRODUÇÃO.....	12
1. A NOÇÃO DE FUNÇÃO E SUA PRESENÇA NA EDUCAÇÃO BÁSICA	16
1.1. A noção de função e sua principal aplicação.....	16
1.2. Um panorama histórico	18
1.3. Definição de função.....	22
1.4. Breve reflexão acerca das definições apresentadas	23
1.5. A presença do tema <i>função</i> na Educação Básica.....	24
1.6. Finalização do capítulo.....	28
2. AS ESTRATÉGIAS APONTADAS EM ARTIGOS ACADÊMICOS	29
2.1. Metodologia Utilizada	29
2.2. Artigos Acadêmicos	32
2.2.1. Proposta de estudo de função mediada pelo Geogebra	32
2.2.2. Aprendizagem significativa: resolução de problemas e implicações para aprendizagem de função	35
2.2.3. A história do conceito de função em vídeo: uma proposta para a aprendizagem ..	37
2.2.4. Domínio e imagem de uma função: uma abordagem por meio do jogo bingo das funções	39
2.2.5. Uma proposta para a introdução do ensino de Funções através da utilização do programa Tracker.....	41
2.2.6. Experiência com modelagem matemática com uma turma do 1º ano do Ensino Médio	43
2.2.7. Introduzindo o conceito de função de maneira significativa: a modelação do funcionamento de uma bomba d'água	45

2.2.8. A Metodologia da Resolução de Problemas e o aplicativo Winplot para a construção do conceito de função por alunos do Ensino Médio.....	47
2.2.9. Abordagem do conceito de função no ensino fundamental partindo da aproximação com o cotidiano	49
2.2.10. Produção artesanal de chocolate & modelagem matemática: compreensão do conceito de função por estudantes do ensino fundamental	52
2.2.11. Proposta pedagógica: a interdisciplinaridade da matemática com a biologia para o ensino de funções por meio do jogo	54
2.2.12. O conceito de função através da modelagem matemática sobre a produção do espaço urbano em Manaus	56
2.2.13. Jogos pedagógicos para o ensino de funções no primeiro ano do Ensino Médio ..	58
3. SÍNTESE DAS DESCRIÇÕES E ESTRATÉGIAS ENCONTRADAS	61
3.1. Breve comentário sobre os artigos descritos	61_Toc93424384
3.2. As estratégias encontradas.....	61
3.3. As potencialidades e desafios	63
3.3.1. As Tecnologias da Informação e Comunicação (TIC).....	63
3.3.2. Modelagem Matemática.....	65
3.3.3. Resolução de Problemas.....	67
3.3.4. Interdisciplinaridade.....	68
3.3.5. Uso de Jogos.....	69
3.3.6. Contextualização	70
3.3.7. Etnomatemática e Etnomodelagem.....	71
3.3.8. História da Matemática	72
CONSIDERAÇÕES FINAIS	73
REFERÊNCIAS	75

INTRODUÇÃO

A noção de função é considerada uma das mais importantes da Matemática, estando presente desde os aspectos mais básicos, por exemplo, na contagem e na aritmética (ALKIMIM e PAIVA, 2012). O poder dessa noção está na relação de dependência que ela estabelece, por meio de uma correspondência entre elementos de dois conjuntos dados. Assim, ela pode ser aplicada em diversas situações em que grandezas dependem umas das outras: a área A de um círculo depende do seu raio r , o tamanho P de uma população depende do tempo t transcorrido, o valor y do dobro de um número real x depende do número x escolhido, o custo C de produção de peças numa indústria depende da quantidade x de peças produzidas, entre outros exemplos. A principal aplicação da ideia de função atualmente é na formulação de modelos matemáticos. Um modelo matemático é

[...] a descrição matemática (frequentemente por meio de uma função ou de uma equação) de um fenômeno do mundo real, como o tamanho de uma população, a demanda por um produto, a velocidade de um objeto caindo, a concentração de um produto em uma reação química, a expectativa de vida de uma pessoa ao nascer ou o custo da redução de poluentes. O propósito desses modelos é entender o fenômeno e talvez fazer previsões sobre seu comportamento futuro. (STEWART, 2013, p. 22)

No ensino superior, essa noção é mais explorada e aprofundada em disciplinas que tratam do Cálculo Diferencial e Integral, conforme Stewart (2013). Mas, além de serem estudados no Cálculo, a definição de função, as características, as representações e propriedades das funções são tópicos abordados e explorados na disciplina de Matemática nos Anos Finais do Ensino Fundamental (E.F.) e no Ensino Médio (E.M.), na parte de Álgebra, como bem apontam Meneghetti e Redling (2012). O atual documento que justifica a presença desse tema na Educação Básica é a Base Nacional Comum Curricular (BNCC).

A BNCC, estabelecida em 2017 e em 2018, é um documento feito para definir o “conjunto orgânico e progressivo de aprendizagens essenciais que todos os alunos devem desenvolver ao longo das etapas e modalidades da Educação Básica de modo a que tenham assegurados seus direitos de aprendizagem e desenvolvimento” (BRASIL, 2018, p. 7). A proposta da BNCC busca o desenvolvimento de competências que são definidas como a “mobilização de conhecimentos (conceitos e procedimentos), habilidades (práticas, cognitivas e socioemocionais), atitudes e valores para resolver demandas complexas da vida cotidiana, do pleno exercício da cidadania e do mundo do trabalho” (BRASIL, 2018, p. 8). Considerando isso, temos que a Base aponta o tema *função* como importante e relevante no ensino e aprendizagem de Matemática.

No Ensino Fundamental Anos Finais, esse tema se relaciona com a unidade temática “Álgebra”, importante tema da Matemática que contribui na capacidade de abstração e generalização, auxiliando na resolução de problemas. Já no Ensino Médio, o tema está presente na unidade temática “Números e Álgebra”, de forma a dar continuidade ao que foi visto no E.F., com a ampliação do letramento matemático e desenvolvimento de novos conhecimentos específicos que estimulam processos de reflexão e abstração, contribuindo para que os estudantes formulem e resolvam problemas em diversos contextos, com mais autonomia e recursos (BRASIL, 2018, p. 528-529). Com relação às habilidades, esse tema está presente em 18 delas ao total, diretamente ou indiretamente, a partir das suas ideias relacionadas.

Diante do tema *função*, quando se pensa em como tem sido o ensino e aprendizagem desse conteúdo na Educação Básica, temos que ainda prevalece a chamada abordagem tradicional, conforme Oliveira (2019). Segundo esse autor, a educação matemática tradicional pode ser descrita como a prática em que o professor apresenta algumas ideias e técnicas matemáticas e depois os alunos trabalham na resolução de exercícios. Na literatura, podemos encontrar outras classificações relacionadas a essa abordagem tradicional, como a educação bancária, descrita por Paulo Freire, em que o professor age de maneira ativa e transfere conhecimentos para o aluno que age de maneira passiva e recebe os conhecimentos como se fosse um banco vazio (FREIRE, 1987). Uma das características da educação matemática tradicional é a ausência de diferentes estratégias metodológicas para o ensino e aprendizagem do conteúdo. O uso dessas estratégias está ligado ao que Oliveira (2019) chama de abordagem inovadora.

Para além do que é apontado por materiais acadêmicos, a experiência do autor deste Trabalho de Conclusão de Curso (TCC) com a Educação Básica confirmou o que autores apontam. Ao participar do Programa Institucional de Bolsas de Iniciação à Docência (PIBID) e do Programa Residência Pedagógica (RP), o autor percebeu essa abordagem tradicional. Os conteúdos eram ensinados através de aulas expositivas dialogadas, com a transmissão de conteúdo, através da apresentação de uma parte teórica e da realização de exercícios para treinamento e aplicação das ideias vistas. Em sua participação nesses programas, o autor pôde aplicar diferentes estratégias, como o uso de jogos, tarefas de investigação e exploração e a resolução de problemas e, assim, verificou benefícios.

Constatamos, assim, uma necessidade de superação desse modelo tradicional e Oliveira (2019) aponta diversos autores que tem defendido essa ideia. Nesse sentido, o conhecimento e aplicação de diferentes estratégias metodológicas para o ensino e aprendizagem de função tem

muito a contribuir. Em seu artigo, Melo (2021), Doutor em Educação Matemática, discute sobre o ensino e aprendizagem de Matemática, seus fundamentos filosófico-científicos, suas estratégias e possibilidades. Segundo o autor,

Nos parâmetros curriculares nacionais – PCNs e, nas orientações curriculares para o ensino médio estão contemplados muitas das ideias defendidas por educadores matemáticos. Em ambos os documentos podemos encontrar argumentações e justificativas para que se leve em consideração na prática de sala de aula de matemática aspectos da etnomatemática, da modelagem matemática, da resolução de problemas, das tecnologias da informação e da comunicação e, da própria história da matemática, focando que essas estratégias de ensino, se bem exploradas, podem ter um efeito positivo na aprendizagem matemática das pessoas. Essas são estratégias que focam de forma especial o ensino e aprendizagem da matemática e, seus fundamentos filosóficos-científicos como tema integrante do campo de conhecimento da Educação Matemática. (MELO, 2021, p. 7685-7686)

Isso mostra que o uso de diferentes estratégias metodológicas pode ser muito favorável para o ensino e aprendizagem de Matemática, em particular, dos tópicos relacionados à função. Assim, o tema deste Trabalho de Conclusão de Curso (TCC) é a noção de função e as diferentes estratégias de ensino e aprendizagem desse conteúdo na Educação Básica. A escolha desse tema vem justamente da constatação da forma tradicional com que esse conteúdo é ensinado e do interesse do autor no tema e nas diferentes formas de ensinar e aprender o mesmo. Neste trabalho, visamos explorar a noção de função e conhecer as diferentes estratégias para o ensino e aprendizagem dessa noção na Educação Básica, destacando as suas potencialidades e desafios. Como objetivos específicos, temos:

- Explorar a noção matemática de função, através de uma apresentação dessa noção, do seu desenvolvimento histórico e através das principais definições dadas, fazendo uma reflexão comparativa.
- Apontar algumas justificativas gerais para a presença da noção de função no ensino de Matemática na Educação Básica.
- Reunir, descrever e estudar diferentes estratégias metodológicas de ensino e aprendizagem do tema *função* na Educação Básica.
- Apontar quais são as diferentes estratégias encontradas, suas potencialidades e desafios.

A estrutura do trabalho está composta por três capítulos além da Introdução e das Considerações Finais. No primeiro capítulo, exploramos a noção matemática de função, apresentando o seu significado, apontando o seu desenvolvimento histórico, apresentando as principais definições utilizadas e justificando a presença no tema na Educação Básica. Para coleta de dados e escolha dos conteúdos do Capítulo 1, recorreremos à artigos científicos,

dissertações de mestrado e livros. Essas são características de uma pesquisa bibliográfica, visto que “foi desenvolvida a partir de material já elaborado, constituído principalmente de livros e de artigos científicos” (GIL, 2008, p. 50). No segundo capítulo, reunimos artigos acadêmicos que tratam de estratégias para o ensino da noção de função e fizemos uma descrição de cada um deles. Recorremos ao Google Acadêmico¹, no qual fizemos uma busca por artigos científicos que abordam as estratégias e uma seleção de 13 deles, com base em determinados critérios². Com os artigos escolhidos, foi elaborada uma descrição de cada um, contendo o objetivo, a abordagem utilizada, o referencial teórico e os resultados. No Capítulo 3, foi feita uma síntese dos artigos do Capítulo 2, com a categorização e reflexão acerca das estratégias, apontando suas potencialidades e desafios. Conforme Galvão e Ricarte (2020, p. 58-59), todas essas características presentes no capítulo 2 e 3 apontam para uma revisão sistemática de literatura, pois

É uma modalidade de pesquisa, que segue protocolos específicos, e que busca entender e dar alguma logicidade a um grande corpus documental [...]. [...] apresentando de forma explícita as bases de dados bibliográficos que foram consultadas, as estratégias de busca empregadas em cada base, o processo de seleção dos artigos científicos, os critérios de inclusão e exclusão dos artigos e o processo de análise de cada artigo. [...] a revisão sistemática de literatura é uma pesquisa científica composta por seus próprios objetivos, problemas de pesquisa, metodologia, resultados e conclusão [...].

Nessa parte, a pergunta que este trabalho busca responder é: *quais são as diferentes estratégias metodológicas para o ensino e aprendizagem do conteúdo de funções no Ensino Médio e quais são os seus benefícios?* Temos ainda que a revisão sistemática aqui proposta é de caráter misto, isto é, “aquela que identifica, seleciona, avalia e sintetiza simultaneamente estudos qualitativos, estudos quantitativos e estudos mistos” (GALVÃO e RICARTE, 2020, p. 60).

O tema aqui abordado tem relevância pessoal, pois a exploração da noção matemática de função e a busca por estratégias para o seu ensino contribui para a formação do autor. O tema tem relevância social, pois buscamos conhecer estratégias metodológicas em prol da melhoria da Educação Básica. O tema tem relevância profissional, pois contribui com professores que, ao entrar em contato com esse material, podem ter acesso às estratégias que eles podem utilizar para o ensino e aprendizagem desse conteúdo. Por fim, o tema também tem relevância institucional, pois beneficia a formação de outros alunos do curso de Licenciatura em Matemática do Instituto Federal de São Paulo (IFSP).

¹ Disponível em <scholar.google.com.br>. Acesso em: nov. 2021.

² Esses critérios serão indicados e descritos com maiores detalhes nos primeiros tópicos do Capítulo 2, p. 29.

1. A NOÇÃO DE FUNÇÃO E SUA PRESENÇA NA EDUCAÇÃO BÁSICA

Na introdução, discutimos brevemente a noção de função e a presença do tema na disciplina de Matemática na Educação Básica. Neste primeiro capítulo, temos como objetivos apresentar a noção de função com o seu desenvolvimento histórico, apontar as principais definições utilizadas no ensino de Matemática para essa noção, promover uma breve reflexão comparativa a respeito delas, bem como retomar a discussão sobre a presença do tema na Educação Básica.

1.1. A noção de função e sua principal aplicação

A noção de função é considerada uma das mais relevantes da Matemática, estando presente desde os aspectos mais básicos, como por exemplo, na contagem e na aritmética (ALKIMIM e PAIVA, 2012). O tema tem profunda relação com o Cálculo Diferencial e Integral, área de estudo da Matemática e disciplina do ensino superior de diversos cursos de ciências exatas pelo Brasil, em particular do curso de Licenciatura em Matemática (BRASIL, 2001). A relação do tema *função* com o Cálculo se dá, conforme a visão de Stewart (2013), porque este tem como objeto fundamental de estudo as funções e as estuda utilizando ferramentas como a derivada e a integral.

Conforme Stewart (2013) e Lima et. al. (2000), dados dois conjuntos A e B , uma função do conjunto A no conjunto B é uma lei ou uma regra que associa cada elemento de A com exatamente um elemento de B . Numa outra formulação, de acordo com Iezzi e Murakami (2013), uma função é uma relação binária estabelecida entre dois conjuntos, em que cada elemento do primeiro conjunto forma um par ordenado com um, e somente um, elemento do segundo conjunto. O poder dessa noção está na relação de dependência: cada elemento do segundo conjunto depende do elemento do primeiro conjunto. Assim, a noção pode ser aplicada em diversas situações em que grandezas dependem umas das outras: a área A de um círculo depende do seu raio r , o tamanho P de uma população depende do tempo t transcorrido, o valor y do dobro de um número real x depende do número x escolhido, o custo C de produção de peças numa indústria depende da quantidade de peças x produzidas, entre outros exemplos.

A principal aplicação da ideia de função atualmente é na formulação de modelos matemáticos, a chamada modelagem matemática. Um modelo matemático é

[...] a descrição matemática (frequentemente por meio de uma função ou de uma equação) de um fenômeno do mundo real, como o tamanho de uma população, a

demanda por um produto, a velocidade de um objeto caindo, a concentração de um produto em uma reação química, a expectativa de vida de uma pessoa ao nascer ou o custo da redução de poluentes. O propósito desses modelos é entender o fenômeno e talvez fazer previsões sobre seu comportamento futuro. (STEWART, 2013, p. 22)

Existem muitos fenômenos e situações que relacionam duas variáveis, duas grandezas, dois conjuntos de valores de modo que a cada valor do primeiro conjunto se associa com um e somente um valor do segundo conjunto. Nesses casos, uma função pode modelar a situação. O fato de podermos produzir modelos matemáticos para fenômenos e situações diversas traz grande importância social para a Matemática, isso porque, na visão de Lima et al. (2000), “a importância social da Matemática provém de que ela fornece modelos para analisar situações da vida real” (LIMA, 2000, p. 29).

Um dos termos que costumam aparecer em materiais bibliográficos para se referir ao objeto matemático função é o termo “conceito”. Esse termo

[...] tem origem no Latim *conceptus* (do verbo *concipere*), significando “coisa concebida” ou “formada na mente”. Na linguagem natural existe polissemia e ambiguidade, pois o termo é utilizado com diferentes acepções, podendo significar noção, juízo, opinião, ideia ou pensamento (FERRATER-MORA, 2004). (MACULAN e LIMA, 2017, p. 56)

Assim, é comum esse termo ser utilizado para se referir à noção ou ideia matemática de função, visto que na linguagem natural esse termo é polissêmico e ambíguo. No Dicionário de Filosofia, “conceito” é

[...] todo processo que torne possível a descrição, a classificação e a previsão dos objetos cognoscíveis. Assim entendido, esse termo tem significado generalíssimo e pode incluir qualquer espécie de sinal ou procedimento semântico, seja qual for o objeto a que se refere, abstrato ou concreto, próximo ou distante, universal ou individual, etc. (ABBAGNANO *apud* MACULAN e LIMA, 2017, p. 57)

Nessa visão, o conceito aparece como um fenômeno que é apreendido pelo sujeito e cuja função é determinada por um dado contexto. Mais ainda, segundo Hjørland,

Hoje, não há consenso sobre o que são conceitos, quais teorias do conceito são mais importantes e como as teorias do conceito podem ser classificadas [...] [havendo] diferentes visões sobre conceitos, de grandes filósofos e cientistas, que estão associadas com distintas visões epistemológicas e do mundo e cada uma delas estão inclinadas a competirem entre si (HJORLAND, 2009, p. 1519).

Ou seja, além de conceito ser um termo polissêmico, as teorias que usam esse termo são múltiplas e apresentam diferentes visões para ele. Para uma revisão aprofundada sobre isso, recomendamos a leitura de Maculan e Lima (2017). Neste TCC, principalmente na descrição e síntese dos artigos nos Capítulos 2 e 3, essa palavra aparecerá e, quando não for mencionada a teoria a qual pode estar relacionada, ela significará simplesmente um sinônimo da palavra noção ou ideia sobre algo. Nesse entendimento é que fazemos uso da expressão “conceito de função”.

1.2. Um panorama histórico

O conhecimento matemático na forma que se conhece e se utiliza hoje vem de um longo processo de construção que ocorreu durante a história, “sofrendo, ao longo dessa trajetória, transformações, deformações e distorções até chegar à forma pelo qual se apresenta em nossos dias” (ALKIMIM e PAIVA, 2012, p. 43). Com a noção de função não foi diferente; houve um longo processo para sua construção, delimitação e definição. As principais etapas do seu desenvolvimento na história são: a Pré-história, considerada a primeira ou marco zero delas, além de três outras etapas: a Antiguidade, a Idade Média e o período moderno, conforme Youschkevitch (1981) *apud* Oliveira (1997, p. 13-14). De acordo com Alkimim e Paiva (2012), houve primeiramente o surgimento da noção de dependência entre quantidades, motivado por uma necessidade de contar elementos de conjuntos.

Na Pré-história, as pessoas viviam em pequenos grupos, alimentavam-se de caças e, para protegerem-se do tempo e dos inimigos, abrigavam-se em cavernas. Com o passar do tempo, os modos de vida foram se alterando e o homem deixa de ser apenas caçador e coletor, passando a ser agricultor, capturando e domesticando animais para tê-los como reserva de alimentos. Para controlar rebanhos e ter certeza de que nenhum animal havia fugido ou morto por predadores, usavam-se pedras fazendo uma relação unívoca entre o conjunto de pedras e a quantidade de animais do rebanho. A cada animal que se queria contar correspondia uma pedra. E, assim, relacionando objetos com outros objetos o homem começa a desenvolver a noção de função. (ALKIMIM e PAIVA, 2012, p. 44)

Assim, acredita-se que os seres humanos da Pré-história, motivados por uma necessidade de contar animais do rebanho ou comida para sua sobrevivência, começaram a associar os elementos do conjunto que se queria contar com pedras, riscos em ossos e nós em cordas. Com isso, desenvolveram a ideia de relação entre elementos e a noção de função. Essa situação histórica marca o início do desenvolvimento da contagem. Já na Antiguidade, essa ideia se desenvolveu para o estudo de diferentes casos de dependência entre duas quantidades e havia nesse período um “instinto de funcionalidade”.

Podemos encontrar este “instinto de funcionalidade”, que precede uma ideia mais geral de função, desde cerca de 2000 A.C., em cálculos babilônicos com tabelas sexagesimais de quadrados e de raízes quadradas, podendo ser tomadas como “funções tabuladas”, destinadas a um fim prático. Entre os gregos, as tabelas que faziam a conexão entre a Matemática e a Astronomia mostravam evidências de que estes percebiam a ideia de dependência funcional [...]. (ZUFFI, 2016, p. 2)

Ainda conforme Alkimim e Paiva (2012, p. 44-45), sobre os pitagóricos e egípcios na Antiguidade, temos que

[...] entre os pitagóricos a ideia de função aparece no estudo de interdependência quantitativa de diferentes quantidades físicas, como, por exemplo, o comprimento e a altura da nota emitida por cordas da mesma espécie, pinçadas com tensões iguais. Este

estudo revelou uma interdependência entre número, espaço e harmonia. Os egípcios, assim como os babilônios, também construíram tabelas para representar correspondência.

Apesar desses exemplos, Oliveira (1997) nos aponta que não havia ideia geral de funcionalidade na Antiguidade e, portanto, não houve noção geral de quantidade variável e de função desenvolvida nesse período. Oliveira (1997) *apud* Leite (2016) mostra que, na Idade Média, a noção de função aparece de modo “mais genérico” no século XII, no estudo de fenômenos físicos e suas medidas, como o calor, a luz, a cor, a densidade, a distância e a velocidade. O amadurecimento da ideia de que a natureza tinha suas leis e essas leis relacionavam grandezas foi um fator importante para o desenvolvimento da noção de função a partir desse período.

Ainda conforme Leite (2016), Nicole Oresme (1323-1382) se destaca no século XIV ao desenvolver a teoria das latitudes e longitudes das formas, que é percussora das representações gráficas das funções. Ele representava a intensidade de uma característica através de uma figura geométrica, permitindo assim uma compreensão rápida e fácil das mudanças e variações em uma situação que envolvia duas grandezas. Porém, como aponta Oliveira (1997), Oresme não se interessava pela forma na qual uma quantidade varia em razão da outra quantidade, mas apenas pela configuração geral da quantidade do objeto. E, além disso, suas representações eram imaginárias e qualitativas. Esse fato diferencia esse período do próximo, pois, no chamado período moderno, Galileu Galilei (1564-1642) introduz o quantitativo em suas representações, contribuindo para a evolução da noção de função.

De acordo com Ponte (1990, p. 5), “a noção de função surgiu como um instrumento indispensável para o estudo quantitativo dos fenômenos naturais, iniciado por Galileu e Kepler (1571-1630)”. Ainda que não tenha usado esse termo, a concepção de Galileu Galilei sobre função era que esta seria uma relação entre variáveis e estas últimas eram quantidades observáveis na natureza. A sua visão de função envolvia a chamada Lei Natural, uma lei quantitativa que expressa regularidades de um fenômeno natural (GARCIA, 2004, p. 8). Conforme Alkimim e Paiva (2012), Galileu usou experimentações e instrumentos de medida e, com isso, trouxe o quantitativo para as representações gráficas. Ele se dedicou, por exemplo, ao estudo do movimento e suas leis e, sua forma funcional de lidar com as causas e efeitos das experiências, trouxe à tona o que mais tarde iria ser entendido como variáveis dependentes e independentes.

Anos depois, conforme Zuffi (2016), Descartes (1696-1650) utilizou-se de equações em x e y para introduzir uma relação de dependência entre quantidades variáveis, permitindo assim

o cálculo de valores de uma delas, a partir dos valores da outra. Porém, segundo Zuffi (2016), as contribuições mais efetivas para delinear a noção de função só vieram, de fato, através dos trabalhos de Isaac Newton (1642-1727) e Gottfried Wilhelm Leibniz (1646-1716). Esses dois matemáticos foram os principais responsáveis pelo desenvolvimento do Cálculo Diferencial e Integral. Newton tinha uma concepção de função como quantidades relacionadas ou “fluentes” expressos analiticamente. Já Leibniz possuía uma concepção de função como uma relação e quantidades geométricas que dependem de um ponto de uma curva. O ponto em comum é a ideia de relação de dependência entre grandezas e/ou quantidades, que é preservada com o passar do tempo. Já nesse momento, há uma íntima relação da noção de função com expressões algébricas.

Outros matemáticos sucedem a Newton e Leibniz, começam a estabelecer suas concepções de função e a noção vai sendo delineada, com base na ideia de relação de dependência entre quantidades e/ou grandezas, podendo estar ligada a uma expressão analítica. Já mais à frente na história, em 1837, Dirichlet trouxe sua percepção sobre função. A concepção de Dirichlet sobre função é que ela é uma correspondência onde para cada valor de x (abscissa), tem-se um único valor de y (ordenada) (ROSSINI, 2006, p. 54). A partir daquele momento, função seria uma correspondência arbitrária entre duas variáveis e todo valor da variável independente se associa com um e somente um valor da variável dependente. A concepção de Cantor sobre função, dada em 1888, é que ela é um conjunto de pares ordenados, subconjunto do produto cartesiano de dois conjuntos, obedecendo a duas condições. A concepção de Dedekind (em 1888) e Bourbaki (em 1939) se relacionam com a concepção de Cantor, ao colocarem os conjuntos em sua definição e estabelecerem duas condições. A tabela abaixo, retirada de Rossini (2006), mostra as concepções de matemáticos do século XVI em diante, com respeito à noção de função:

Tabela 1: Síntese das concepções de função

Ano	Matemático	Concepção
1637	Descartes	Equação em que x e y mostra dependência.
1670	Newton	Quantidades relacionadas, fluentes expressos analiticamente.
1673	Leibniz	Relação, quantidades geométricas que dependem de um ponto de curva.
1718	Johann Bernoulli	Relação entre grandezas variáveis.

1748	Euler	Expressão analítica.
1755	Euler	Dependência arbitrária.
1778	Condorcet	Dependência arbitrária.
1797	Lacroix	Dependência arbitrária.
1797	Lagrange	Expressão de cálculo, expressão analítica.
1821	Cauchy	Resultados de operações feitas sobre uma ou várias quantidades constantes ou variáveis.
1822	Fourier	Série trigonométrica; sequência de valores
1834	Lobatchevsky	Expressão analítica; condição para testar os números, dependência arbitrária.
1837	Dirichlet	Correspondência: para cada valor de x (abscissa), um único valor de y (ordenada); função definida por partes.
1870	Hankel	Para cada valor de x em um certo intervalo, corresponde um valor bem definido de y ; não é necessária uma mesma lei para todo o intervalo; y não precisa ser definido por uma expressão matemática explícita em x .
1888	Dedekind	Correspondência entre elementos de dois conjuntos obedecendo à duas condições.
1888	Cantor	Subconjuntos de um produto cartesiano, obedecendo duas condições.
1939	Bourbaki	Correspondência entre elementos de dois conjuntos, obedecendo a duas condições.

Fonte: Rossini, 2006, p. 54.

A análise da tabela nos mostra que o conceito de função durante os séculos passou por “relação entre variáveis”, “equação em x e y que expressa dependência”, “quantidades relacionadas”, “correspondência entre quantidades associadas a uma curva geométrica”, “relação entre grandezas variáveis”, “uma equação ou uma fórmula”, “expressão analítica”, “dependência arbitrária”, “correspondência entre variáveis”, “correspondência entre elementos obedecendo duas condições”, “conjunto de pares ordenados, subconjunto do produto cartesiano”. As últimas concepções da tabela fazem parte do que atualmente entendemos como função: i) uma correspondência entre dois conjuntos que associa (ou faz corresponder) cada

elemento do primeiro conjunto com um, e somente um, elemento do segundo; ii) Um conjunto de pares ordenados, subconjunto de produto cartesiano, obedecendo a duas condições.

1.3. Definição de função

Para apresentar a definição de função, utilizamos como referência Iezzi e Murakami (2013), Lima et al. (2000), Dante (2016) e Stewart (2013). Segundo Iezzi e Murakami (2013, p. 81), temos a seguinte definição para função: “dados dois conjuntos A e B , não vazios, uma relação f de A em B recebe o nome de aplicação de A em B ou função definida em A com imagens em B se, e somente se, para todo $x \in A$ existe um só $y \in B$ tal que $(x, y) \in f$.”

A definição dada por esses autores envolve as noções de conjuntos, pares ordenados e relação binária. Conforme Iezzi e Murakami (2013), as noções de conjunto e par ordenado são consideradas primitivas. Pode-se entender conjunto como um agrupamento de elementos e par ordenado como um par de elementos x e y cuja ordem importa e indicamos o par por (x, y) . O produto cartesiano entre os conjuntos A e B trata-se de conjunto indicado por $A \times B$ de pares ordenados (x, y) tais que $x \in A$ e $y \in B$. Por fim, uma relação binária do conjunto A no conjunto B trata-se de qualquer subconjunto R de pares ordenados (x, y) do produto cartesiano $A \times B$. Para maiores detalhes, recomenda-se consultar Iezzi e Murakami (2013).

Com base no exposto, temos que função é definida como uma relação binária entre dois conjuntos caracterizada pelo fato de que para cada $x \in A$ existe um só $y \in B$ de modo que o par (x, y) esteja na relação, ou seja, função é uma relação em que cada elemento de A se relaciona com um e somente um elemento de B . Para os autores, “uma função é um conjunto de pares ordenados” (IEZZI e MURAKAMI, 2013, p. 84). De acordo com Iezzi e Murakami (2013), geralmente existe uma sentença aberta $y = f(x)$ que expressa a lei mediante a qual, dado $x \in A$, determina-se $y \in B$ tal que $(x, y) \in f$. Essa sentença é chamada lei de formação. Ainda conforme esses autores, podemos indicar uma função f de A em B usando a seguinte notação: $f: A \rightarrow B$.

Uma outra forma de definir função é apresentada por Lima et al. (2000, p. 38): “dados os conjuntos A, B , uma função $f: A \rightarrow B$ (lê-se uma função de A em B) é uma regra (ou conjunto de instruções) que diz como associar a cada elemento $x \in A$ um elemento $y = f(x) \in B$.”. Essa definição também aparece em Dante (2016).

Dante (2016), ao trazer a história da noção de função, apresenta também a definição dada por Dirichlet para o objeto matemático: “Uma variável y se diz função de uma variável x se, para todo valor atribuído a x , corresponde, por alguma lei ou regra, um único valor de y . Nesse caso, x denomina-se variável independente, e y , variável dependente” (DANTE, 2016, p. 42). Por sua vez, Stewart (2013) também apresenta uma definição parecida a de Lima et. al. (2000) e as apresentadas por Dante (2016), dizendo que função é uma lei que associa cada elemento de um primeiro conjunto com exatamente um elemento de um segundo conjunto. Conforme esse autor, as funções surgem quando uma quantidade depende da outra.

A definição dada por esses autores envolve as noções de conjuntos e regra. Aqui, função é definida como uma regra que ensina como deve-se associar cada elemento $x \in A$ a um, e somente um, elemento $y = f(x) \in B$. Para os autores, uma função é uma correspondência (LIMA et al., 2000, p. 81). Para maiores detalhes, recomenda-se consultar Lima et al. (2000).

1.4. Breve reflexão acerca das definições apresentadas

As definições dadas por Lima et al. (2000), Dante (2016) e Stewart (2013) transmitem a ideia de uma função como correspondência, associação de elementos por meio de uma regra ou lei que relaciona cada elemento do primeiro conjunto com um e somente um elemento do segundo conjunto. Nota-se também que essas definições transmitem a ideia da função como uma transformação e relação de dependência. Assim, o elemento $y = f(x) \in B$ depende do elemento $x \in A$ e a função “transforma” o elemento x num $y = f(x)$. De forma diferente, a definição de Iezzi e Murakami (2013) transmite a ideia de uma função como um conjunto específico de pares ordenados do produto cartesiano entre conjuntos. A ideia da lei e da correspondência não estão presentes nessa definição, somente a ideia de conjuntos e operações que podem ser feitas com eles.

A definição dada por Lima et al. (2000) se articula com a definição de Dirichlet, em que função é uma correspondência entre variáveis x e y , onde para cada valor de x (abscissa), tem-se um único valor de y (ordenada). Já a definição presente em Iezzi e Murakami (2013) se articula com a definição de Cantor (e outros), em que ela é um conjunto de pares ordenados, subconjunto do produto cartesiano de dois conjuntos, obedecendo a duas condições.

Lima et al. (2000) afirmam em sua obra que os livros didáticos e materiais escolares em geral adotam definições de função como um conjunto de pares ordenados, semelhante à definição de Iezzi e Murakami (2013). Leite (2016) confirma esse fato em sua obra. Os autores

Lima et al. (2000) apresentam argumentos para não usarem outra definição, entre eles: o fato da outra ser formal e estática; o fato da outra não transmitir a ideia intuitiva de função como correspondência, transformação, dependência ou resultado de um movimento. Além disso, nesse comentário, Lima et al. (2000) relacionam a definição de função dada da outra forma como sendo “uma exceção para os lógicos”, ao tentarem mostrar que as noções matemáticas se reduzem a teoria de conjuntos.

Assim, temos duas apresentações diferentes da definição de função. Uma trata função como uma relação binária e a outra como uma lei ou regra de correspondência. Ambas as definições são importantes do ponto de vista matemático e histórico e convergem num entendimento geral a respeito do assunto.

1.5. A presença do tema *função* na Educação Básica

Além de serem estudados no Cálculo, a definição de função, as características e propriedades das funções, as representações das funções e os seus tipos principais são tópicos vistos na disciplina de Matemática nos Anos Finais do E.F. e no E.M., na parte de Álgebra, como bem apontam Meneghetti e Redling (2012).

Antes de 2017, uma das diretrizes que justificavam em nível nacional o ensino da noção de função e os tipos principais de funções matemáticas na Educação Básica eram os Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN). Eles apontavam a relevância do tema *função* e justificavam a presença dele no Ensino Médio, pois o estudo das funções permite que o aluno assimile a linguagem algébrica como a linguagem das ciências, importante para expressar relações entre grandezas e estruturar situações-problema, sendo útil na construção de modelos descritivos de fenômenos e permitindo várias conexões na Matemática e em outras áreas do conhecimento, como já apontado nos parágrafos anteriores (BRASIL, 1999). O estudo da Álgebra tem grande relevância “enquanto linguagem, como na variedade de gráficos presentes diariamente nos noticiários e jornais, e, também, enquanto instrumento de cálculos de natureza financeira e prática, em geral” (MENEGHETTI e REDLING, 2012, p. 200). Meneghetti e Redling (2012) apontam ainda que no Ensino Médio, esse tema aborda números e variáveis e tem como objeto de estudo o conjunto dos números reais, as funções e equações de variáveis ou incógnitas reais.

Em 2017, foi estabelecida a Base Nacional Comum Curricular (BNCC) para o Ensino Fundamental e em 2018 para o Ensino Médio. Temos que

A Base Nacional Comum Curricular (BNCC) é um documento de caráter normativo que define o conjunto orgânico e progressivo de aprendizagens essenciais que todos os alunos devem desenvolver ao longo das etapas e modalidades da Educação Básica, de modo a que tenham assegurados seus direitos de aprendizagem e desenvolvimento, em conformidade com o que preceitua o Plano Nacional de Educação (PNE). Este documento normativo aplica-se exclusivamente à educação escolar, tal como a define o § 1º do Artigo 1º da Lei de Diretrizes e Bases da Educação Nacional (LDB, Lei nº 9.394/1996), e está orientado pelos princípios éticos, políticos e estéticos que visam à formação humana integral e à construção de uma sociedade justa, democrática e inclusiva, como fundamentado nas Diretrizes Curriculares Nacionais da Educação Básica (DCN). (BRASIL, 2018, p. 7)

Considerando isso, temos que a Base também aponta o tema *função* como importante e relevante no ensino e aprendizagem de Matemática. No Ensino Fundamental Anos Finais, esse tema se relaciona com a unidade temática “Álgebra”, importante tema da Matemática que contribui na capacidade de abstração e generalização, auxiliando na resolução de problemas. A finalidade dessa unidade é

[...] o desenvolvimento de um tipo especial de pensamento – pensamento algébrico – que é essencial para utilizar modelos matemáticos na compreensão, representação e análise de relações quantitativas de grandezas e, também, de situações e estruturas matemáticas, fazendo uso de letras e outros símbolos. Para esse desenvolvimento, é necessário que os alunos identifiquem regularidades e padrões de sequências numéricas e não numéricas, estabeleçam leis matemáticas que expressem a relação de interdependência entre grandezas em diferentes contextos, bem como criar, interpretar e transitar entre as diversas representações gráficas e simbólicas, para resolver problemas por meio de equações e inequações, com compreensão dos procedimentos utilizados. As ideias matemáticas fundamentais vinculadas a essa unidade são: equivalência, variação, interdependência e proporcionalidade. (BRASIL, 2018, p. 270)

Notemos que as ideias de variação, interdependência, leis matemáticas e representações gráficas se relacionam intimamente com a ideia de função, conforme apontam Lima et al. (2000). Com a homologação da BNCC, vieram propostas curriculares articuladas a ela, como o Currículo Paulista, específico para o Estado de São Paulo. Ele aponta que

Nos Anos Finais, as atividades envolvendo Álgebra devem retomar, aprofundar e ampliar o que foi estudado nos Anos Iniciais. Nessa etapa, os estudantes deverão compreender os diferentes significados das variáveis numéricas em uma expressão: estabelecer uma generalização de uma propriedade; investigar a regularidade de uma sequência numérica; indicar um valor desconhecido em uma sentença algébrica; estabelecer a variação entre duas grandezas. Para tanto, é necessário que os estudantes estabeleçam conexões entre incógnita e equação e variável e função. (SÃO PAULO, 2019, p. 320)

Isso mostra a presença e importância do tema *função* no E.F. Anos Finais. Já no Ensino Médio, o tema está presente na unidade temática “Números e Álgebra”, de forma a dar continuidade ao que foi visto no E.F., com a ampliação do letramento matemático e desenvolvimento de novos conhecimentos específicos que estimulam processos de reflexão e abstração, contribuindo para que os estudantes formulem e resolvam problemas em diversos contextos com mais autonomia e recursos (BRASIL, 2018, p. 528-529). Em particular, as ideias

vistas sobre funções no E.F. são mais bem exploradas no E.M. e aplicadas e o conteúdo é dividido em diversos tipos de funções, como afim e exponencial.

Com relação às habilidades, esse tema está presente em 18 delas ao total, diretamente ou indiretamente, a partir das suas ideias relacionadas. Em particular, no E.M., o tema se relaciona com o desenvolvimento de quatro das cinco competências propostas e aparece em 17 habilidades, através dos termos “função”, “funções”, “variação”, “variáveis numéricas”, “relação”, “modelos”, “funções polinomiais do 1º grau”, “funções polinomiais do 2º grau”, “funções exponenciais”, “funções logarítmicas”, “funções seno e cosseno”, “representações algébricas”, “representações geométricas” (BRASIL, 2018, p. 543-545). Do exposto até aqui, podemos notar a presença e importância do tema para Educação Básica, segundo as propostas dos PCN e da BNCC, contribuindo no desenvolvimento do pensamento algébrico e de diversas habilidades e competências.

Considerando a forma como esse tema tem sido ensinado na Educação Básica, temos que ainda prevalece a chamada abordagem tradicional, conforme bem apontado por Oliveira (2019). A educação matemática tradicional pode ser descrita como a prática em que o professor apresenta algumas ideias e técnicas matemáticas e depois os alunos resolvem exercícios como treinamento e aplicação das ideias teóricas apresentadas. Uma das características dessa abordagem é a ausência de diferentes estratégias metodológicas para o ensino e aprendizagem do conteúdo, sendo que o uso dessas estratégias está ligado ao que Oliveira (2019) chama de abordagem inovadora. Ele apresenta que

[...] a relação entre tradição e inovação no ensino da matemática se caracteriza por antagonismo, sendo que na literatura, as abordagens inovadoras têm sido frequentemente apresentadas como opção para a superação do ensino tradicional, pois, desse ponto de vista, o ensino tradicional não consegue dar a devida resposta em termos de aprendizagem frente as demandas oriundas das transformações sociais recentes, tais como a recente popularização das tecnologias de informação e comunicação. (OLIVEIRA, 2019, p.81)

Percebemos que o ensino tradicional não consegue responder às necessidades da Educação Básica, sendo necessária uma abordagem diferente. Em particular, sobre o ensino de função, Oliveira (2019) aponta dois caminhos adotados para a abordagem do tema em sala de aula: o caminho tradicional e o caminho inovador. Numa perspectiva tradicional,

[...] o ensino de função, por exemplo, poderia ser abordado a partir do universo da própria matemática, sem fazer referência a nenhuma aplicação do conceito em situações do cotidiano ou de outras ciências. A abordagem do conceito de função consistiria em defini-la como uma relação binária especial. Para isso seria necessário abordar os conceitos de par ordenado e sua representação gráfica, produto cartesiano e sua representação gráfica e todos os conceitos/definições/propriedades da relação binária, bem como a representação no diagrama de Venn e no plano cartesiano.

Somente depois do estudo teórico é que poderiam ser apresentadas aplicações do conceito em outras áreas aos alunos. (OLIVEIRA, 2019, p.82)

Essa abordagem apresentada é tradicional, visto que o conceito é definido de forma teórica, sem conexões ou motivações gerais para a aprendizagem e é seguido por exemplos de aplicação e resolução de exercícios. Nessa abordagem, temos uma desconexão da Matemática com a realidade e o cotidiano dos alunos. Já considerando uma perspectiva inovadora, temos que

[...] o conceito poderia ser abordado a partir da exploração intuitiva de função, que consiste em apresentar situações do mundo empírico que relaciona duas grandezas variáveis, tais como, a relação entre a quantidade de litros de um produto (combustível, produtos alimentícios, etc.) e o preço a pagar em função da quantidade, dentre outras inúmeras situações. A formalização do conceito só aconteceria após essa exploração que envolve a aplicação da noção de função a situações concretas do cotidiano do aluno ou de outras ciências. (OLIVEIRA, 2019, p.82)

No caminho inovador descrito, o conceito é abordado por meio de uma exploração intuitiva de função, com situações concretas conectadas com a realidade dos alunos e que motivam e facilitam a aprendizagem. Depois da exploração é que vem a formalização e isso é uma grande diferença entre a abordagem tradicional, em que a formalização vem primeiro seguida de exemplos de aplicação e exercícios.

Diante desses dois possíveis caminhos, há uma necessidade de superação do modelo tradicional e Oliveira (2019, p. 80) aponta diversos autores que tem defendido essa ideia:

A defesa de que esse modelo deva ser superado também pode ser facilmente encontrada. [...]. Além de Skovsmose (2000) podemos encontrar na literatura diversos autores que têm defendido a abordagem investigativa como alternativa à abordagem tradicional como Burak (1987), Bassanezzi (2006), Biembengut e Hein (2007), Borba, Meneghetti e Hermini (1997), Barbosa, Caldeira e Araújo (2007) dentre outros.

Além do que é mencionado por Oliveira (2019), a BNCC convida professores a identificar estratégias para apresentar, representar, exemplificar, conectar e tornar significativos os conteúdos. Uma das ações indicadas pela Base que podem ajudar a adequar a mesma para a realidade de um local é

Selecionar e aplicar metodologias e estratégias didático-pedagógicas diversificadas, recorrendo a ritmos diferenciados e a conteúdos complementares, se necessário, para trabalhar com as necessidades de diferentes grupos de alunos, suas famílias e cultura de origem, suas comunidades, seus grupos de socialização etc.; (BRASIL, 2018, p. 17)

Assim, o conhecimento e aplicação de diferentes estratégias metodológicas para o ensino e aprendizagem de função pode contribuir para superar o quadro. Notemos que

Nos parâmetros curriculares nacionais – PCNs e, nas orientações curriculares para o ensino médio estão contemplados muitas das ideias defendidas por educadores matemáticos. Em ambos os documentos podemos encontrar argumentações e justificativas para que se leve em consideração na prática de sala de aula de

matemática aspectos da etnomatemática, da modelagem matemática, da resolução de problemas, das tecnologias da informação e da comunicação e, da própria história da matemática, focando que essas estratégias de ensino, se bem exploradas, podem ter um efeito positivo na aprendizagem matemática das pessoas. (MELO, 2021, p. 7685-7686)

Em seu artigo, Melo (2021) nos mostra que o uso de diferentes estratégias metodológicas pode ser muito favorável para o ensino e aprendizagem de Matemática, em particular, dos tópicos relacionados à função.

1.6. Finalização do capítulo

Para finalizar o capítulo, destacamos que a apresentação e reflexão sobre a noção de função, sua construção histórica e suas atuais definições aqui feitas também contribuem para o ensino e aprendizagem do tema. Isso porque a concepção que um professor tem sobre o conceito de função implica na forma como o conceito será apresentado e nas estratégias que serão utilizadas em suas aulas. O panorama histórico e a apresentação do conceito feitos ajuda para que professores tenham uma concepção mais aprofundada do objeto matemático, resultando num melhor uso de diferentes estratégias que, conforme comentado anteriormente, podem ser favoráveis para o ensino e aprendizagem de Matemática.

2. AS ESTRATÉGIAS APONTADAS EM ARTIGOS ACADÊMICOS

No capítulo anterior, apresentamos a noção de função, apontamos o seu desenvolvimento histórico, mostramos as principais definições utilizadas no ensino de Matemática para essa noção, com uma breve reflexão comparativa a respeito delas, além de discutir sobre a presença do tema na Educação Básica. Neste capítulo, apresentamos descrições de artigos acadêmicos sobre as estratégias metodológicas para o ensino e aprendizagem desse tema na disciplina de Matemática na Educação Básica.

2.1. Metodologia Utilizada

Para construção desta parte do trabalho, utilizamos como metodologia uma revisão sistemática de literatura, também chamada de revisão bibliográfica sistemática. De acordo com Galvão e Ricarte (2020, p. 58), uma revisão sistemática “é uma modalidade de pesquisa, que segue protocolos específicos, e que busca entender e dar alguma logicidade a um grande corpus documental”. Segundo esses autores, numa revisão desse tipo devemos (a) delimitar uma questão, (b) selecionar uma base de dados para busca de materiais acadêmicos, (c) determinar uma estratégia de busca, (d) fazer a seleção e a sistematização dos materiais encontrados e (e) registrar informações dos materiais para composição de um relatório sobre eles ou para composição do trabalho que foi realizado com essa metodologia. Uma revisão sistemática deve ser feita

apresentando de forma explícita as bases de dados bibliográficos que foram consultadas, as estratégias de busca empregadas em cada base, o processo de seleção dos artigos científicos, os critérios de inclusão e exclusão dos artigos e o processo de análise de cada artigo. (GALVÃO e RICARTE, 2020, p. 58-59)

Como foram buscados artigos acadêmicos com estudos qualitativos, quantitativos e mistos, também podemos classificar a revisão aqui proposta como de caráter misto, isto é, “aquela que identifica, seleciona, avalia e sintetiza simultaneamente estudos qualitativos, estudos quantitativos e estudos mistos” (GALVÃO e RICARTE, 2020, p. 60). A questão que neste trabalho levantamos é: *quais são as diferentes estratégias metodológicas para o ensino e aprendizagem da noção de função na disciplina de Matemática na Educação Básica e quais são suas potencialidades e desafios?*

Como base de dados, selecionamos o Google Acadêmico³ (GA). Segundo Santos, M. e Santos, E. (2017, p. 309), “o GA, também denominado como Google Scholar, na versão em

³ Disponível em <scholar.google.com.br>. Acesso em: nov. 2021.

inglês, é uma ferramenta gratuita, que proporciona a localização de trabalhos acadêmicos dos mais variados tipos”. Essa ferramenta fornece uma forma simples de pesquisar de modo amplo materiais acadêmicos de diversas disciplinas e fontes, como artigos, teses, livros, resumos etc., identificando as pesquisas mais relevantes.

Para utilizar a ferramenta, precisamos acessar o site e digitar na barra de busca um título de trabalho, o nome de um autor ou um termo/assunto específico, escolhendo um idioma. A pesquisa também pode ser feita usando expressões/palavras-chave, bastando colocá-las entre aspas. A busca pode ser filtrada para maior precisão através da pesquisa avançada, segundo palavras que devem estar presentes ou não, o local de publicação, o autor e a data específica (SANTOS, M. e SANTOS, E., 2017, p. 310-312). Sobre a forma como ocorre a classificação dos resultados de busca, temos que

[...] além do critério de frequência de citações em outras publicações, há uma análise íntegra de cada obra, pretendendo identificar se o autor é reconhecido na área do conhecimento e se dispõe de contribuições valorosas, se estiverem dentro desses critérios, conseqüentemente, seus trabalhos emanam fortes influências e merecem ser listados preliminarmente. (SANTOS, M. e SANTOS, E., 2017, p. 311)

Ainda conforme Santos, M. e Santos, E. (2017, p. 312), temos que

Esta ferramenta oferecida pelo Google possui tamanha competência que manifestou o questionamento de Mugnaini e Strehl (2008, p. 98) “como uma ferramenta tão eficiente pode ser oferecida gratuitamente”. Os autores afirmam que há vantagens nesse instrumento sobre o próprio Google, principalmente na abrangência das pesquisas, devido à contemplação exclusiva de informações científicas, possibilitando “a obtenção de resultados com um nível menor de revocação”.

Por permitir a busca ampla e filtrável por diversos artigos acadêmicos de fontes respeitadas no meio científico, essa ferramenta foi selecionada como nossa base de dados. Conforme os recursos do GA, utilizamos como estratégias de busca: a pesquisa por palavras que estejam no texto; a limitação do período; a seleção de artigos apenas e não outros materiais; a leitura dos resumos para verificação de relação com o tema; a limitação da quantidade de páginas. Na barra de pesquisa do GA, colocamos as seguintes palavras: estratégias de ensino de função matemática; isto é, pesquisamos os materiais que contenham essas palavras ou essa frase, em português. Adicionamos na pesquisa avançada as expressões “conceito de função” e “noção de função”, para que o GA indicasse apenas materiais que tenham alguma delas; esses termos são muito utilizados para se referir ao assunto, como em Alkimim e Paiva (2012). Para limitar os materiais, consideramos apenas aqueles no período 2011-2021. Dessa pesquisa obtivemos 3970 resultados.

Após isso, utilizamos a classificação do GA, para listar os materiais segundo a relevância. Assim, analisamos cada material listado, segundo a ordem em que apareceu.

Selecionamos apenas os artigos, descartando dissertações, teses e outras publicações. E desses, realizamos a leitura dos resumos para verificação da relação com o tema; descartamos todos os artigos que não se enquadravam na proposta deste trabalho, isto é, aqueles que não tratavam de alguma estratégia para o ensino e aprendizagem da noção de função para a Educação Básica. Na seleção, foram levados em consideração aspectos como área do conhecimento, objetivos da pesquisa, fundamentação teórica, quantidade de páginas e uso de alguma estratégia de ensino da noção de função na Educação Básica. Com relação à quantidade de páginas, escolhemos limitar nossa busca apenas pelos artigos que tinham até 20 páginas. Segundo os passos mencionados, os 3970 resultados se reduziram em 13 artigos acadêmicos, apresentados na tabela a seguir, segundo a ordem alfabética dos sobrenomes dos autores. Para autores de mesmo sobrenome, usamos a ordem segundo o ano.

Tabela 2: Artigos selecionados para o trabalho

Artigos Selecionados para Revisão Sistemática		
Autor(es)	Ano	Título
Abar e Silva	2018	Proposta de estudo de função mediada pelo GeoGebra.
Assunção, Moreira e Sahelices	2018	Aprendizagem significativa: resolução de problemas e implicações para aprendizagem de função.
Maciel e Cardoso	2014	A história do conceito de função em vídeo: uma proposta para a aprendizagem.
Madrugá e Santana	2012	Domínio e imagem de uma função: uma abordagem por meio do jogo bingo das funções.
Magarinus, Buligon e Martins	2015	Uma proposta para a introdução do ensino de Funções através da utilização do programa Tracker.
Pereira et al.	2021	Experiência com modelagem matemática com uma turma do 1º ano do Ensino Médio.
Pires e Magina	2012	Introduzindo o conceito de função de maneira significativa: a modelação do funcionamento de uma bomba d'água.

Santos e Isaia	2014	A Metodologia da Resolução de Problemas e o aplicativo Winplot para a construção do conceito de função por alunos do Ensino Médio.
Santos, Rosa e Biazus	2018	Abordagem do conceito de função no ensino fundamental partindo da aproximação com o cotidiano.
Santos e Madruga	2019	Produção artesanal de chocolate & modelagem matemática: compreensão do conceito de função por estudantes do ensino fundamental.
Santos et al.	2020	Proposta pedagógica: a interdisciplinaridade da matemática com a biologia para o ensino de funções por meio do jogo.
Silva e Costa	2017	O conceito de função através da modelagem matemática sobre a produção do espaço urbano em Manaus.
Strapason e Bisognin	2013	Jogos pedagógicos para o ensino de funções no primeiro ano do Ensino Médio.

Fonte: elaborado pelo autor.

Após a seleção dos materiais, foi feita a leitura deles e identificamos o objetivo, a abordagem utilizada, o referencial teórico e os resultados de cada um. Com essas informações, realizamos uma descrição aprofundada dos artigos. Por fim, elaboramos um texto que sintetiza essas informações, buscando apontar em linhas gerais as estratégias encontradas, suas potencialidades e desafios. Nesse capítulo, apresentamos as descrições feitas dos artigos e, no próximo capítulo, apresentaremos a síntese.

2.2. Artigos Acadêmicos

2.2.1. Proposta de estudo de função mediada pelo Geogebra

O artigo, publicado na revista *Acta Scientiae*, foi escrito por Celina Aparecida Almeida Pereira Abar, Doutora em Lógica Matemática, e Hércules Nascimento Silva, Mestre em Educação Matemática. O objetivo do artigo é verificar se construções dinâmicas no GeoGebra, aplicadas em uma sequência de atividades facilitam a aprendizagem de função; assim, os autores utilizaram as Tecnologias da Informação e Comunicação (TIC) como estratégia de

ensino e aprendizagem da noção de função. De acordo com eles, a dialética ferramenta-objeto foi o aporte teórico da pesquisa e os procedimentos metodológicos tiveram como orientação aspectos de uma engenharia didática⁴.

Abar e Silva iniciam mostrando que diversas pesquisas apontam dificuldades relacionadas à aprendizagem do conceito de função. Eles citam os Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN) e outros documentos, além de alguns autores, para embasar a importância desse conceito. Diante desse quadro, os autores pesquisaram estratégias que utilizassem as TIC e que contribuíssem para superar as dificuldades. Inicialmente consideraram as situações do Imagiciel, ambiente computacional de pesquisadores franceses, ao possuir situações diferentes das usualmente apresentadas em livros didáticos e permitir o trabalho de conceitos matemáticos. Essas situações não são mais acessíveis nos computadores atuais, entretanto podem ser exploradas através de um ambiente de geometria dinâmica, como o GeoGebra. Assim, Abar e Silva organizaram e aplicaram uma sequência de atividades no GeoGebra, utilizando a dialética ferramenta-objeto de Régine Douady e elementos da Engenharia Didática, com o objetivo de que ela fosse utilizada como forma de introdução ao estudo de função.

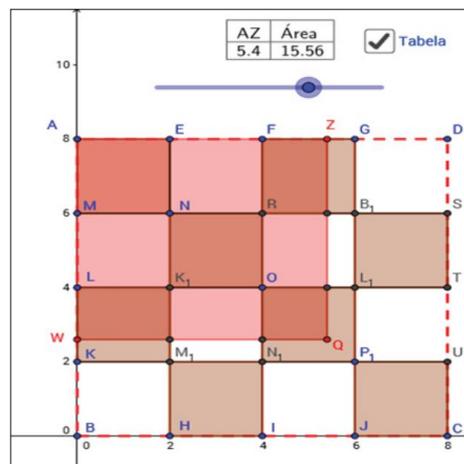
De acordo com Abar e Silva, a dialética ferramenta-objeto, idealizada por Douady (1984), trata-se de um mecanismo que fornece diretrizes para o desenvolvimento de atividades com os alunos com o objetivo de construir novos conhecimentos. Ela se constitui de processos cíclicos, em que os conhecimentos antigos servem como ferramentas para o desenvolvimento de novos conhecimentos, que são chamados de objetos. Assim, os autores buscam desenvolver 6 atividades envolvendo construções no GeoGebra separando noções como ferramentas e tendo como objeto as funções e o conceito de função. Para o desenvolvimento da pesquisa, Abar e Silva utilizaram os princípios da Engenharia Didática, isto é, um modo de trabalho didático que se parece com o trabalho do engenheiro ao realizar um projeto, baseando-se em conhecimentos científicos de seu domínio. Dessa forma, os autores buscaram a organização, aplicação e discussão de uma sequência de atividades que utilizasse applet's com construções no GeoGebra.

O trabalho desenvolvido se deu em quatro fases: estudos preliminares; organização das atividades da sequência e análise a priori; aplicação; e análise a posteriori. A aplicação se deu em um grupo com seis alunos do 1º ano do Ensino Médio de um colégio particular da Zona

⁴ Conforme os autores, Engenharia Didática é um modo de trabalho didático que se parece com o trabalho do engenheiro ao realizar um projeto, baseando-se em conhecimentos científicos de seu domínio

Norte de São Paulo. Eles foram divididos em duplas e cada aluno recebeu uma folha de atividades e tinha acesso a um computador na sala de informática para poder realizar a tarefa. Após a realização, havia um momento de discussão do professor com os alunos. Eram 6 atividades, envolvendo construções de triângulos e quadrados e cálculos de áreas, perímetros e relações entre segmentos, além de gráficos e tabelas, no GeoGebra. Na atividade 6, por exemplo, há um quadrado ABCD formado por 16 quadrados menores, alguns coloridos e outros não, conforme a Figura 1. Nessa atividade, se toma um ponto Z variável no segmento AD e se constrói o quadrado AWQZ dentro de ABCD. Daí, se considera x como a medida do segmento AZ e s a área da região colorida dentro do quadrado AWQZ. Com essas informações, pede-se para os alunos o domínio, a imagem e a lei da função que associa para cada x o valor de s .

Figura 1: Atividade 6 sobre quadrados coloridos



Fonte: Abar e Silva, 2018, p. 85.

Como resultados, Abar e Silva observam que os alunos perceberam as ideias presentes envolvendo função em cada atividade e, no momento de discussão das ideias, houve a apresentação de conceitos, a partir de afirmações do professor. Na atividade 1, por exemplo, os alunos perceberam a relação de dependência entre duas variáveis que eram medidas de segmento e de área na construção no GeoGebra. E foi possível a percepção por parte dos alunos que as medidas estavam variando e uma dependia da outra. Através de conhecimentos antigos que eles mobilizaram, os alunos conseguiram expressar algebricamente a relação de dependência. Na discussão, o professor questionou os alunos se havia variações nas medidas, se elas dependiam uma da outra e em que conjunto de valores elas estavam variando. Com as respostas dos alunos, o professor pode construir as ideias de variável dependente, variável independente, domínio, imagem etc. Em geral, o mesmo ocorreu nas outras atividades. Sendo

assim, elas permitiram exploração das ideias relacionadas à função e construção delas a partir da interação e da dialética ferramenta-objeto.

Abar e Silva concluem afirmando que a dialética ferramenta-objeto se mostrou eficiente e permitiu a construção satisfatória dos conceitos desejados, com a utilização do Geogebra como TIC. Eles observam que, diferente do que era esperado, parte dos conhecimentos antigos dos alunos não pôde ser utilizada como ferramenta, pois não estava totalmente mobilizável. Mesmo assim, foi possível realizar a atividade e a mobilização de outros conhecimentos ocorreu de forma satisfatória. De acordo com os autores, os alunos construíram uma compreensão acerca do conceito de função, desde os aspectos intuitivos até as ideias mais abstratas, envolvendo teoria dos conjuntos. Além disso, a proposta mostrou possível uma abordagem na qual o conceito de função não se reduziu a um conjunto de regras ou algoritmos.

2.2.2. Aprendizagem significativa: resolução de problemas e implicações para aprendizagem de função

O artigo, publicado na revista eletrônica “Aprendizagem Significativa em Revista”, foi elaborado por Jeneffer Araújo de Assunção, da Universidade Federal de Roraima, Marco Antônio Moreira, da Universidade Federal do Rio Grande do Sul, e Concesa Caballero Sahelices, da Universidade de Burgos. O objetivo do artigo é esclarecer se a Resolução de Problemas como estratégia de ensino no conteúdo de função, fundamentada na Teoria da Aprendizagem Significativa de Ausubel, pode produzir uma aprendizagem significativa dos alunos da 1ª série do Ensino Médio. Como referenciais teóricos, eles adotam principalmente Ausubel (1980, 2003), Costa (2008) e Mendoza (2009) para tratar da Teoria da Aprendizagem Significativa e da Resolução de Problemas como estratégia de ensino.

Assunção, Moreira e Sahelices começam o artigo apontando que as aulas de Matemática na Educação Básica geralmente se caracterizam por exposição de conteúdos, aplicação de exercícios, uso de regras, fórmulas, atividades de fixação e falta de articulação com o cotidiano do aluno. De acordo com os autores, esse quadro não permite a participação do estudante, promove o desinteresse pela Matemática e impede o desenvolvimento de habilidades e competências. Para superar essa situação, eles buscam, fundamentados na Teoria da Aprendizagem Significativa, utilizar a Estratégia de Resolução de Problemas como metodologia de ensino para superar o quadro apresentado e promover uma aprendizagem significativa.

Segundo o que Assunção, Moreira e Sahelices apresentam, a resolução de problemas é vista como uma estratégia de ensino em que os estudantes são ensinados a aprender Matemática por meio de problemas. Estes últimos são situações que não possuem soluções evidentes e exigem que o aluno investigue, explore e combine seus conhecimentos, decidindo a maneira de usá-los em busca de uma solução. Os autores afirmam que os PCN enfatizam o uso dessa estratégia como um caminho para o ensino da Matemática. Embasados por Ausubel (2003) e outros autores, Assunção, Moreira e Sahelices afirmam que a resolução de problemas contribui para a aprendizagem significativa, visto que ajuda o estudante na apreensão de significados, contribuindo no desenvolvimento do raciocínio lógico e no preparo para enfrentar novas situações, capacitando o cidadão para vida. Na Teoria da Aprendizagem Significativa, desenvolvida por Ausubel, o fator mais importante que influencia a aprendizagem é aquilo que o aprendiz já conhece. É papel do professor verificar o que o aluno já sabe e desenvolver estratégias para inserir um novo conhecimento a partir do que se sabe. Relacionando essa teoria com a estratégia de resolução de problemas tem-se que a solução de um problema envolve uma readaptação da experiência prévia diante de novas situações a serem enfrentadas, permitindo reorganizar a informação ou o conhecimento armazenado na estrutura cognitiva do aluno.

Os autores apresentam uma proposta de sequência didática para o ensino da noção de função a partir da resolução de problemas, sendo separada em cinco momentos. O primeiro momento é definir o objetivo de ensino; o segundo momento é a programação do conteúdo; o terceiro é averiguar os conhecimentos prévios; o quarto é direcionar o estudante no processo de assimilação; o quinto é a retroalimentação e correção, no qual o professor faz a observação, descrição, reflexão e análise do que ocorreu. Em particular, no quarto momento, o processo de assimilação é dividido em 4 etapas: 1ª) aquisição do significado – etapa em que é apresentado o conceito de função e há interação do conhecimento prévio com a ideia nova; 2ª) retenção inicial – em que o professor aplica o princípio da diferenciação progressiva dando ênfase às ideias mais gerais para as mais particulares; 3ª) retenção posterior – em que a linguagem é importante como um facilitador da aprendizagem significativa; 4ª) assimilação obliteradora – em que as ações começam a reduzir-se e ficarem automáticas.

O grupo utilizado no estudo foi uma turma de 25 estudantes da 1ª série do Ensino Médio de um Colégio Militar Estadual. Na primeira fase da pesquisa, os conhecimentos prévios dos estudantes foram verificados; a segunda fase envolveu as etapas de assimilação e o pós-teste. Nas etapas de assimilação, o professor utilizou diversas situações-problema para desenvolver a noção de função, de modo que os estudantes pudessem expressar verbalmente as ideias

conceituais de função e generalizar o conceito. A coleta e a análise de dados para responder às questões da pesquisa deu-se por meio da observação participativa, através de anotações de campo, relatórios e provas.

Como resultados da abordagem, os autores apontam que 71% dos estudantes, durante as três etapas, tiveram um grande avanço. Eles realizaram todas as ações completas, interpretaram os gráficos, o contexto do problema, desenvolveram as ações corretamente e justificaram suas respostas, fazendo uso das aplicações matemáticas. Isso levou a conclusão de que estes alunos assimilaram o conceito de função de modo significativo. Assunção, Moreira e Sahelices observam que alguns alunos apresentaram um menor rendimento em algumas partes, por compreenderem parcialmente o problema, terem dificuldades ao interpretar os dados e cometerem erros em pequenos cálculos.

Assim, os autores concluem que a resolução de problemas como metodologia de ensino alcançou o objetivo apresentado na proposta, contribuindo para uma aprendizagem significativa de função. Eles apontam ainda que nessa estratégia é importante que o professor interaja, questione, tire dúvidas e auxilie o aluno para que ele não desanime durante as etapas. A resolução de problemas é vista como uma metodologia de ensino capaz de promover aos alunos um ambiente de investigação, exploração, estimular a criatividade na busca de estratégias de resolução, trabalhar a comunicação, o raciocínio e o registro, podendo ser utilizada como proposta inicial de atividade, antes da definição do conceito formal.

2.2.3. A história do conceito de função em vídeo: uma proposta para a aprendizagem

O artigo, publicado na revista *Bolema* (Boletim de Educação Matemática), foi escrito por Paulo Roberto Castor Maciel, Mestre em Ensino de Ciências e Matemática, e Tereza Fachada Levy Cardoso, Doutora em História Social. O objetivo do artigo é promover uma aprendizagem significativa de função, utilizando a História da Matemática e as TIC como estratégias de ensino. Como referencial teórico, Maciel e Cardoso se apoiam em Souza e Mariani (2005), Caraça (1975), Vazquez, Rey e Boubée (2008) e Braga (2006) para mostrar em linhas gerais como se deu a construção da noção de função durante a história e como ela se tornou parte do currículo de Matemática. Para mostrar as ideias da História da Matemática no Ensino, os autores utilizam Michael Matthews (1995) e Miguel e Miorim (2008). Sobre as Tecnologias Educacionais, Kenski (2007), Moran (2007) e Sant'Anna e Sant'Anna (2004) são apontados.

Através da análise de avaliações em larga escala, como o Sistema Nacional de Avaliação da Educação Básica (SAEB), constatou-se uma dificuldade de aprendizagem dos alunos com relação à noção de função. De acordo com os autores, para mudar a situação de dificuldade na aprendizagem, optou-se por utilizar como estratégias de ensino a História da Matemática e as Tecnologias da Informação, seguindo as ideias propostas nos PCN.

Maciel e Cardoso apontam, embasados em Matthews (1995), que a utilização da História da Ciência contribui para o ensino por, por exemplo: a) Motivar e atrair alunos; b) Humanizar a matéria; c) Promover uma melhor compreensão dos conceitos científicos; d) Haver um valor intrínseco na compreensão de certos episódios da História da Ciência; e) Demonstrar que a ciência é mutável e instável. E, dentro da História da Ciência, os autores mostram que a História da Matemática desempenha um papel importante, já que pode auxiliar na construção dos significados dos conceitos matemáticos e na contextualização de sua construção. Além disso, permite ao aluno desenvolver atitudes e valores favoráveis diante do conhecimento matemático, se forem mostradas as preocupações de diferentes culturas em momentos distintos. Sobre a utilização de Tecnologias de Comunicação, os autores afirmam que elas têm se tornado de fácil acesso e, em geral, contribuem para a melhoria do ensino da Matemática. Citando Sant'Anna e Sant'Anna (2004), Maciel e Cardoso colocam que os recursos audiovisuais propiciam: a) Memorização eficiente; b) Interpretação com maior clareza; c) Facilitação da compreensão; d) Aprendizagem rápida, eficaz e duradoura; e e) Aquisição de novos conhecimentos.

A metodologia da proposta de intervenção dos autores consistiu em pesquisa bibliográfica, criação de roteiro, pesquisa iconográfica, produção e edição de quatro vídeos e aplicação em sala de aula. Na proposta apresentada, foram construídos os seguintes materiais didáticos: um vídeo em formato de documentário sobre a história do conceito de função; um caderno de atividades e duas avaliações diagnósticas (o Pré-teste e o Pós-teste). Essas avaliações foram construídas com questões objetivas com a finalidade de verificar o conhecimento acumulado. A intervenção em sala de aula ocorreu com 24 alunos do 1º ano do Ensino Médio do Colégio Estadual Irmã Cecília Jardim, da cidade de Petrópolis, Rio de Janeiro. As atividades foram ordenadas da seguinte forma: 1) aplicação do Pré-Teste; 2) exibição do Vídeo; 3) resolução do Caderno de Atividades; e 4) aplicação do Pós-Teste. O tempo reservado para essa intervenção correspondeu a 4 aulas com duração de 50 minutos cada.

Como resultados, Maciel e Cardoso apontam que a utilização do vídeo foi capaz de promover nos alunos o interesse e motivação para aprender Matemática, além de compreensão

do conceito de função. Porém, nas atividades que visavam um aprofundamento do conteúdo, percebeu-se que a carência de conhecimentos prévios, do Ensino Fundamental, comprometeu a realização delas e foi possível elencar possíveis nós críticos no processo de ensino e aprendizagem em Matemática. Entretanto, ficou evidente que a utilização de novas metodologias representou um ganho significativo com respeito a desenvolver competências e habilidades como trabalho colaborativo, iniciação à pesquisa histórica, síntese e produção de recursos audiovisuais.

Os autores concluem dizendo que esse produto, por meio de sua aplicação piloto, demonstrou grande potencial de auxílio ao docente na perspectiva de categorizar os déficits e demonstrar as defasagens de conteúdo dos alunos em uma prática pedagógica que despertou o interesse deles para a participação em sala, demonstrou potencial transformador da dinâmica do processo de ensino e aprendizagem, redefiniu os papéis na sala de aula – onde o professor passou a ser o mediador e os alunos tendem a superar a postura passiva frente ao conhecimento.

2.2.4. Domínio e imagem de uma função: uma abordagem por meio do jogo bingo das funções

O artigo, publicado nos anais do VII Encontro Paraibano de Educação Matemática (EPBEM), foi escrito por Adelson Carlos Madruga e Agnes Liliane Lima Soares de Santana, aluno e professora da Universidade Federal da Paraíba, respectivamente. O artigo veio a partir da oficina pedagógica “Funções: uma abordagem por meio de jogos”, ministrada no Ensino Médio através do Programa Institucional de Bolsas de Iniciação à Docência (PIBID). O objetivo do artigo é relatar a aplicação e os resultados dessa oficina, propondo contribuir para o ensino dos conceitos de função, domínio e imagem através do uso de atividades lúdicas, os jogos, em particular, o jogo bingo das funções. Como referenciais teóricos, os autores utilizaram Cória-Sabini e Lucena (2005) e Ribeiro (2009) para discutir o uso de jogos na educação matemática, Silva e Ferreira (2010) para comentar sobre o bingo das funções e Cury (2007) para abordar a análise de erro dos alunos, além da proposta presente nos PCN, que embasa o uso da estratégia.

Madruga e Santana apontam que os alunos do Ensino Médio, principalmente os da rede pública, tem dificuldades em relação à disciplina de Matemática e, para superar essa realidade em uma escola da Paraíba, eles desenvolveram uma oficina que permitisse aos alunos aprender e/ou revisar de forma dinâmica, lúdica e divertida os conceitos de função, domínio e imagem. Segundo os autores, o conteúdo de funções tem muita importância, principalmente por sua

relação com a competência de modelar e resolver problemas que envolvam o cotidiano. Mas, como bem dito por eles, o ensino de funções não tem conseguido alcançar seu objetivo principal que é a compreensão do conceito. Embasados nas recomendações dos PCN e em Cória-Sabini e Lucena (2005), Madruga e Santana apresentam os jogos como estratégia para abordar o conceito de função, mostrando que eles possibilitam desenvolver aulas mais dinâmicas e descontraídas, permitindo aos alunos aprenderem de forma lúdica.

A oficina foi aplicada com alunos de todas as séries do Ensino Médio da Escola Estadual de Ensino Fundamental e Médio Professor Luiz Gonzaga Burity da cidade de Rio Tinto/PB. Foi aplicado o jogo bingo das funções, segundo a proposta de Silva e Ferreira (2010). O jogo tem o objetivo possibilitar a compreensão do conceito de função e tornar mais rápido o raciocínio dos alunos ao lidar com domínio e imagem das funções. Cada cartela do jogo tem uma função e números para serem marcados; o jogo consiste em sortear um número do globo do bingo e esse número será o valor de x da função dada na cartela. O aluno deve efetuar a operação e verificar o valor da imagem da função para o número sorteado; esse valor é o número que ele deve procurar em sua cartela. Por fim, ganha o jogo quem completar toda a cartela e falar “bingo”. A aplicação se deu em três partes: i) abordagem teórica dos conceitos; ii) apresentação do jogo e suas regras; iii) aplicação do jogo. Na primeira parte, os autores abordaram teoricamente o conceito de função de uma forma geral, através de questionamentos como “o que é uma função?” e discussões. Na segunda parte, o jogo foi explicado e, na terceira parte, houve sua aplicação.

Figura 2: Cartela do bingo das funções

$f(x) = x^2 + 1$				
2	10	26	37	50
82	101		145	170
197	257	325	362	401

Fonte: Madruga e Santana, 2012, p. 4.

Como resultados, Madruga e Santana mostram que o jogo permitiu identificar as dificuldades que os alunos possuem na compreensão do tema. Os autores utilizaram a análise de erros como metodologia investigativa, baseado em Cury (2007), e observaram que uma das causas que dificultam a aprendizagem é a dificuldade que os alunos ainda possuem nos conteúdos de Matemática do Ensino Fundamental Anos Finais, principalmente com operações básicas e expressões numéricas. Elas se tornam um desafio para construção da aprendizagem

dos alunos, sendo necessária uma intervenção para reverter o quadro. Apesar das dificuldades, os autores relatam que o jogo se mostrou uma forma de lembrar ou abordar o conceito de função, domínio e imagem de forma lúdica, sendo um grande aliado ao ensino e aprendizagem de matemática, ao possibilitar uma aula atrativa, divertida e envolvente.

2.2.5. Uma proposta para a introdução do ensino de Funções através da utilização do programa Tracker

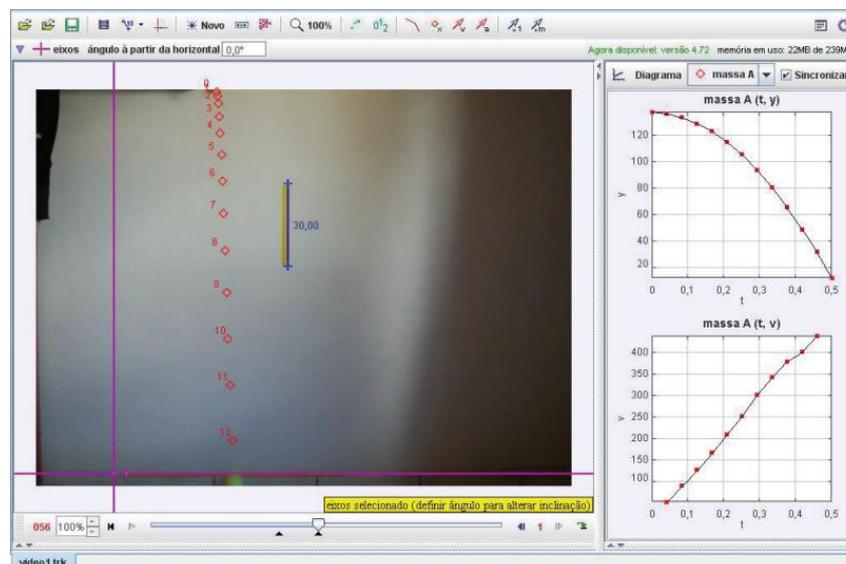
O artigo, publicado na revista *Ciência e Natura*, foi escrito por Renata Magarinus, Mestre em Matemática, Lidiane Buligon, Professora Doutora da Universidade Federal de Santa Maria, e Márcio Marques Martins, Professor Doutor da Universidade Federal do Pampa. O objetivo do artigo é apresentar uma proposta para introdução e exploração de alguns conceitos presentes no estudo de funções afins e quadráticas, em particular o conceito de função, através da contextualização, interdisciplinaridade e uso do software Tracker. Como referenciais teóricos, os autores se embasam na proposta dos PCN e em autores como Zuffi (2000; 2001), Costa (2004), Costa (2008) e Mariani (2004), além de uma pesquisa anterior de uma das autoras.

Os autores começam apontando que o estudo de funções na Educação Básica ocupa lugar de destaque, isso porque o conceito de função estabelece relações com vários outros conceitos e com outras áreas do conhecimento, sendo útil no estudo de diversos fenômenos. Através de uma pesquisa anterior de uma das autoras, constatou-se que o ensino de funções não está garantindo uma efetiva aprendizagem, visto que os alunos apresentam dificuldades ao expressar o que é uma função e o seu significado. Os autores concluíram que, neste caso, o estudo das funções não permitiu o desenvolvimento cognitivo dos alunos e a construção dos conceitos, sendo realizado de modo descontextualizado e não significativo. Diante do quadro mencionado, os autores pesquisaram materiais e se motivaram para desenvolver uma proposta de introdução e exploração desses conceitos para alunos do Ensino Médio, utilizando como estratégias a interdisciplinaridade, a resolução de situações-problema contextualizadas e o uso do software Tracker.

Na proposta apresentada, Magarinus, Buligon e Martins afirmam que as questões presentes visam garantir que o estudante faça parte do processo de construção do seu conhecimento e, para isso, o professor deve envolver os alunos através de questionamentos e discussões. Nas duas atividades, os alunos devem realizar a filmagem de objetos em queda livre

e em lançamento oblíquo e, com o auxílio do Tracker, fazer a análise dos vídeos, gerando gráficos e tabelas, além de analisar a situação para responder algumas questões que incitam a investigação e exploração dos fenômenos por parte dos alunos. A Figura 3 abaixo mostra uma das análises do software. Todas as questões visam o desenvolvimento da noção de função e dos conceitos de função afim e quadrática. Através delas, os alunos deverão perceber a relação de dependência entre as grandezas físicas envolvidas e observar que para cada valor de uma das variáveis, há um único valor para outra variável. Através de questionamentos e discussões do professor com a turma, pode-se chegar ao conceito de função e juntos podem elaborar uma primeira definição, que posteriormente pode ser formalizada.

Figura 3: Análise de um movimento pelo software Tracker



Fonte: Magarinus, Buligon e Martins, 2015, p. 487.

Magarinus, Buligon e Martins afirmam que as questões podem contribuir para um trabalho interdisciplinar, entre a Física e a Matemática. Eles concluem acreditando que a proposta apresentada é apropriada para introdução do estudo de funções, permitindo uma construção de conhecimentos a partir de questões de exploração e uso do software Tracker. Como ressalvas, os autores apontam que a proposta não deve ser pensada como uma receita que garante a aprendizagem e a forma como o professor conduzirá as atividades, por exemplo, é relevante para que os objetivos sejam atingidos. Outra ressalva para complementação é trabalhar melhor a relação entre Matemática e Física, desenvolvendo os conteúdos das disciplinas a partir dos mesmos problemas, contribuindo para o rompimento da visão fragmentada do conhecimento.

2.2.6. Experiência com modelagem matemática com uma turma do 1º ano do Ensino Médio

O artigo, publicado no E-book “Práticas colaborativas no ambiente de estágio: a matemática através da ludicidade” da Editora da Universidade do Estado do Pará - EDUEPA, foi elaborado por Arnon Fernando Ramos Pereira e outros autores, alunos da Universidade do Estado do Pará. O objetivo do trabalho é apresentar um relato de uma experiência vivenciada durante o estágio supervisionado em uma escola estadual na cidade de Belém do Pará. Como referencial teórico, os autores utilizam Sposito (1993) e Goergen (2005) com respeito à educação no Ensino Médio e Bassanezi (2015) e Burak (1992) com relação à Modelagem Matemática. Esta última foi utilizada como estratégia de ensino em uma regência de classe.

Os autores comentam no artigo sobre o estágio supervisionado, afirmando que seu principal objetivo é interligar o futuro profissional à sua área de atuação. De acordo com eles, o ponto alto é a regência, o momento em que o futuro profissional mostra o que aprendeu tanto na formação acadêmica quanto na prática diária com a turma. Diante da necessidade de elaborar uma atividade de regência para introduzir a noção de função, eles escolheram a Modelagem Matemática como estratégia para ensino e aprendizagem. Assim, no trabalho, os autores abordam: a educação no Ensino Médio, para identificar como ocorre o processo de ensino e aprendizagem nessa etapa; a modelagem matemática, relacionando a matemática a uma situação do cotidiano para uma aprendizagem mais significativa; a escola; a regência; e a metodologia. Por fim, eles pontuam alguns resultados observados durante a ministração da aula.

Sobre o Ensino Médio, Pereira e os outros apontam que ele vem se expandindo e explicitando novos desafios e, diante desses, a estratégia de ensino por meio da Modelagem Matemática pode contribuir para superar esse quadro. Segundo os autores, a Modelagem Matemática simula situações existentes no cotidiano e em outras aéreas, estimulando os alunos a serem mais criativos e motivados ao investigar e solucionar problemas reais por meio da matemática. Embasados por Bassanezi (2015), os autores colocam que a modelagem consiste na arte de transformar problemas da realidade em problemas matemáticos e resolvê-los interpretando suas soluções na linguagem do mundo real. Para outro autor citado, a saber Burak (1992), a Modelagem trata-se de uma estratégia de ensino que possibilita ao estudante abordar conteúdos matemáticos a partir de fenômenos de sua realidade. Em linhas gerais, Pereira e outros apresentam que a utilização desse método faz com que os alunos percebam a importância de estudar matemática, relacionando-a com a vida cotidiana.

A experiência mencionada no artigo foi uma regência que se deu em 2018, durante o estágio supervisionado na escola Pedro Amazonas Pedroso da cidade de Belém do Pará, em que os autores ministraram uma aula com o tema “Introdução ao conceito de função”. O objetivo da aula foi explorar e investigar algumas razões que são definidas no cotidiano, como nas contas de água e outras, relacionando-as com o conceito de função. Na regência, os autores iniciaram a aula com uma discussão sobre o consumo de água no Brasil. Eles explicaram aos alunos como interpretar as informações de uma conta de água e daí propuseram aos alunos responderem 8 perguntas referentes a uma fatura de conta de água, com o objetivo de capacitá-los a identificar e analisar os dados presentes no documento. Após isso, Pereira e outros explicaram como era feita a cobrança na conta de água e apresentaram aos alunos uma segunda atividade, consistindo em uma tabela a ser preenchida com os cálculos do preço final a ser pago em cada subtópico. Houve uma discussão das respostas e os professores explicaram que existem várias situações do cotidiano em que uma grandeza (A) depende exclusivamente de outra grandeza (B) para existir. Neste caso, o valor a ser pago no fim do mês (grandeza A) depende do consumo de água no fim do mês (grandeza B). Como última atividade, os autores pediram aos alunos que eles apresentassem situações do cotidiano que possuíam essa relação de dependência entre grandezas. Toda a proposta levou à construção do conceito de função a partir das atividades, que foi sistematizado ao final da aula, utilizando a definição a partir de relação entre conjuntos.

Como resultados, Pereira e outros apontam que a experiência foi vista de modo positivo como uma aula prática, dinâmica, motivadora, interativa, divertida, diferente e com pouca utilização do quadro, com participação ativa dos alunos. A estratégia da modelagem matemática os manteve motivados, ao serem desafiados a construir modelos. Como pontos negativos tem-se: a situação-problema (conta de água) selecionada não era regional, isto é, não se relacionava com a realidade dos alunos; poderia haver a utilização do quadro para que os alunos apresentassem suas resoluções; outros exemplos poderiam ter sido abordados. Durante as atividades, alguns alunos apresentaram dúvidas com respeito à multiplicação de números decimais por números inteiros, isto é, conceitos prévios ao conteúdo; para lidar com essa dificuldade, os professores foram nos grupos para sanar as dúvidas.

Os autores concluem, observando que o uso da modelagem matemática com situações-problema do cotidiano pode contribuir no ensino e aprendizagem da noção de função, ao permitir trabalhar o conceito na prática. Também contribui, segundo os autores, pois é uma abordagem diferente do tradicional, proporcionando uma experiência estimulante e de maior

interação, conforme a visão apresentada pelos próprios alunos. Pereira e outros ainda afirmam que a regência foi enriquecedora para formação deles, ajudando a identificarem seus pontos fortes e suas dificuldades como professores.

2.2.7. Introduzindo o conceito de função de maneira significativa: a modelação do funcionamento de uma bomba d'água

O artigo, submetido e apresentado no 3º Simpósio Internacional de Pesquisa em Educação Matemática (SIPEMAT), foi escrito por Rogério Fernando Pires, da Universidade Federal de São Carlos, e Sandra Magina, da Pontifícia Universidade Católica. O objetivo do trabalho é investigar as possibilidades de introduzir o conceito de função no 7º ano do Ensino Fundamental com as ideias relacionadas e, em particular, as ideias referentes à função afim, utilizando a estratégia de Resolução de Problemas e Modelagem Matemática. Como fundamentação teórica, os autores adotaram a proposta presente nos PCN, bem como se apoiam em Bassanezi (2006) e Biembengut e Hein (2007), por exemplo, para discorrer sobre a modelagem matemática como estratégia de ensino.

Em suas observações da sala de aula, Pires e Magina encontraram motivação para realização do estudo, visto que os alunos demonstravam dificuldades ao entrarem em contato com o conceito de função, sendo que muitos não conseguiam identificar as variáveis dependente e independente, nem representar situações que apresentavam duas grandezas, sendo que uma depende da outra por meio de uma notação envolvendo duas variáveis, como também não conseguiam determinar o domínio e a imagem de uma função, entre outras dificuldades. Após refletir sobre como o conteúdo era apresentado, os autores concluíram que era através de situações que não dialogavam com o cotidiano dos alunos. Daí, Pires e Magina buscaram introduzir o conceito de função por meio de situações que os levem a relacionar à Matemática com o cotidiano. Seguindo as ideias dos PCN, eles adotaram a Modelagem Matemática como estratégia de ensino, juntamente com a resolução de problemas, defendendo que essa abordagem traz benefícios.

Pires e Magina trazem os apontamentos de Bassanezi (2006) sobre modelagem matemática, onde ela é vista como um processo dinâmico de obtenção e validação de modelos que permitem a abstração e generalização, possibilitando uma previsão. De acordo com os autores, a modelagem possibilita explicar diversos fenômenos do dia a dia. Por causa disso, eles compreendem que seu uso pode auxiliar no processo de ensino e aprendizagem. Os

argumentos para o uso apresentados no artigo são: a) argumento formativo – contribui no desenvolvimento de atitudes dos estudantes, tornando-os explorativos, criativos e habilidosos; b) argumento de competência crítica – contribui na formação dos alunos como cidadãos críticos; c) argumento de utilidade – contribui para que o estudante saiba utilizar a matemática como ferramenta em diferentes áreas; d) argumento intrínseco – contribui para que o aluno entenda e interprete a matemática em suas facetas; e) argumento de aprendizagem – ajuda o estudante a compreender os argumentos matemáticos, guardar os conceitos e resultados e valorizar a matemática; f) argumento da alternativa epistemológica – está alinhada ao Programa Etnomatemática, contribuindo para a ação pedagógica através da cultura. São apontados obstáculos que existem ao tentar usar a modelagem como estratégia de ensino e para superá-las, os autores recomendam que sejam feitas algumas adaptações que tornem possível a sua utilização, sem perder a sua linha mestra, utilizando a chamada Modelação, com base em Biembengut e Hein (2007). Na Modelação, o professor pode escolher determinados modelos com os quais deseja trabalhar e estes modelos serão recriados pelos alunos com auxílio do professor.

A pesquisa desenvolvida por Pires e Magina é de caráter quase-experimental e foi realizada com duas turmas do 7º ano do Ensino Fundamental, de uma escola da rede pública municipal da cidade de Salto de Pirapora, no interior do Estado de São Paulo. Uma das turmas foi o chamado grupo controle (GC), composto por 24 sujeitos e a outra, em que eles desenvolveram a intervenção de ensino, foi a chamada grupo experimental (GE), composto por 29 sujeitos. No início e ao final da aplicação proposta, os dois grupos passaram por um teste; o do início foi para diagnosticar os conhecimentos prévios e o do final foi para avaliar o que foi aprendido. Enquanto o GC só realizou esses testes, a intervenção de ensino se deu apenas no GE. Nesse último grupo, a intervenção foi realizada ao longo de cinco encontros e partiu-se de situações-problema que envolviam uma realidade conhecida pelos estudantes, trabalhando com material manipulativo, seguindo para o caminho da abstração. Através de uma conversa com os alunos, escolheu-se um tema para desenvolver: o funcionamento de bombas d'água utilizadas em aquários, pois os alunos já tinham desenvolvido uma atividade da disciplina de Arte sobre isso e se interessaram pelo comportamento. Foi explorada na intervenção a relação funcional entre a quantidade de água jorrada e o tempo decorrido.

Para apontar os resultados, Pires e Magina utilizam um tratamento estatístico a partir dos instrumentos de avaliação adotados. A análise estatística mostrou que no pré-teste não havia diferença significativa entre os grupos, já no pós-teste os grupos apresentaram diferenças

significativas e houve um crescimento do desempenho do GE significativamente maior que o do GC. De acordo com os autores, é razoável supor que o crescimento apresentado pelos alunos do GE está relacionado à intervenção pela qual o grupo passou, revelando que a estratégia tem potencial para o ensino e aprendizagem dos conceitos ligados à função no 7º ano. Os autores apontam ainda os erros cometidos pelos alunos, divididos em tipos, entre eles: erro relativo à proporcionalidade, referente à ideia de variável, relativo à construção de gráficos e erro com a obtenção de informações presentes no gráfico da função. Pires e Magina mostram que, em geral, a diminuição no número de erros foi de aproximadamente 44%, quando compara-se o pré com o pós-teste, porém essa diminuição não ocorreu de forma homogênea. Em particular, os erros com relação à álgebra não diminuíram tanto; isso, de acordo com os autores, é devido ao fato de os alunos não terem familiaridade com o pensamento algébrico no 7º ano. Apesar de noções do uso da letra como incógnita serem trabalhadas nessa etapa, as noções referentes ao seu uso como variável não são.

Pires e Magina concluem, inferindo que a intervenção de ensino contribuiu para a aprendizagem dos alunos e concordando com o argumento de aprendizagem apontado por Bassanezi (2006). De acordo com os autores, o uso da Modelagem Matemática e Resolução de Problemas permitiu trabalhar com sucesso vários aspectos fundamentais e introduzir do conceito de função no 7º ano.

2.2.8. A Metodologia da Resolução de Problemas e o aplicativo Winplot para a construção do conceito de função por alunos do Ensino Médio

O artigo, apresentado na 4ª Escola de Inverno de Educação Matemática, durante o 2º Encontro Nacional Pibid Matemática, foi escrito por Noéli Santos, mestrande do curso de Mestrado Profissionalizante de Física e Matemática da UNIFRA e Silvia Maria Isaia, professora do mesmo curso. O objetivo do artigo é analisar as contribuições da Metodologia de Resoluções de Problemas aliada ao aplicativo Winplot para a construção do conceito de função por alunos do Ensino Médio. Sendo assim, as estratégias desenvolvidas são a Resolução de Problemas e o uso das Tecnologias da Informação e Comunicação (TIC). Como referencial teórico, as autoras se embasam na teoria histórico-cultural de Vygotsky e utilizam principalmente as ideias de Polya (1995) e Onuchic e Allevato (2008) no que se refere à estratégia Resolução de Problemas, além de apontar os PCN e suas recomendações.

Conforme o levantado pelas autoras, os PCN apontam que todas as áreas requerem competências em matemática e é necessário compreender os seus conceitos e procedimentos, para poder tirar conclusões, argumentar e se formar como cidadão, podendo tomar decisões. Baseado no que diz os PCN, Santos e Isaia destacam o uso da metodologia de ensino através da Resolução de Problemas, como forma de despertar o interesse dos alunos e possibilitar uma aprendizagem eficaz e construção de conhecimentos. As autoras destacam ainda a utilização de ferramentas tecnológicas no processo de ensino e aprendizagem, isto é, as TICs. Santos e Isaia afirmam que um dos conteúdos considerado basilar é o estudo das funções. Assim, elas buscam analisar a contribuição das estratégias apontadas para construção do conceito de função por uma turma de alunos do 1º ano do Ensino Médio. Elas apontam ainda que essa educação voltada para a autonomia do aluno pode ser fundamentada na teoria sócio-histórica de Vygotsky (1998) que entende que o processo de aprendizagem ocorre na interação social mediada por instrumentos fornecidos pela cultura, influenciando o desenvolvimento do indivíduo.

Segundo Santos e Isaia, a resolução de problemas passou a ser usada como estratégia de ensino devido ao trabalho de George Polya em 1945. Conforme esse autor, o conhecimento matemático pode ser construído pelos alunos resolvendo os problemas propostos pelo professor. Citando Onuchic e Allevato (2008), as autoras colocam que “problema” é aquilo que não se sabe fazer, mas que se está interessado em fazer e para o qual o aluno não possui métodos prontos a serem aplicados. Essa metodologia pode ser organizada da seguinte forma: a) preparação do problema pelo professor para construir algum conceito; b) leitura individual do problema pelos alunos; c) resolução de problemas em grupos, num trabalho cooperativo e colaborativo; d) observação e incentivo por parte do professor; e) registro das soluções dos alunos na lousa; f) discussão das diferentes resoluções; g) busca de consenso entre as soluções; h) formalização do conteúdo. Os problemas são aplicados antes de ser trabalhado o conteúdo matemático. Sobre o software Winplot, Santos e Isaia dizem que ele permite a construção de gráficos em duas dimensões e visualização de animações, marcação de pontos e segmentos.

As autoras apresentam o conceito de função segundo Caraça (1998) como sendo uma correspondência unívoca entre variáveis que podem ser representadas por gráficos, em particular, o gráfico cartesiano. Sobre a teoria desenvolvida por Vygotsky, Santos e Isaia mostram que ele foi o primeiro a sugerir que o desenvolvimento do indivíduo ocorre da interação dele com o meio e com os outros indivíduos. Assim, o desenvolvimento do aluno é produzido pelo processo de internalização da interação com o meio através de instrumentos fornecidos pela cultura; dessa forma, o aluno poderá elaborar e construir os conceitos. As

autoras dizem que através dos passos da metodologia de Resolução de Problemas os alunos podem se apropriar do conceito de função por meio do processo de internalização. Com relação ao trabalho em grupo, a interação social, as discussões e argumentações entre os alunos se relacionam com a abordagem de Vygotsky e podem contribuir para aprendizagem dos alunos.

A pesquisa teve natureza qualitativa e foi desenvolvida dentro da sala de aula, sendo que o pesquisador foi o próprio professor, inserido no ambiente da pesquisa. Alguns problemas foram direcionados aos alunos e a abordagem se deu segundo a organização anteriormente vista. Ao seguir esses passos, as autoras observaram dificuldades enfrentadas pelos alunos principalmente no que se refere à leitura e a interpretação de gráficos. A maioria dos alunos tem o hábito de realizar uma leitura rápida e recorrer ao professor para tirar suas dúvidas. Os alunos se envolveram com os recursos tecnológicos e se motivaram com aulas mais diversificadas. O ambiente informatizado e a metodologia adotada exigiram participação e discussões mudando o cenário tradicional de sala de aula. Conforme as ideias de Vygotsky, a relação do homem com o mundo é mediada por sistemas simbólicos; o instrumento é o aplicativo Winplot que foi um elemento mediador entre as duplas e as resoluções das atividades. Os alunos foram construindo o conceito de função de acordo com cada atividade que foi realizada.

Santos e Isaia concluem dizendo que a experiência de aplicar uma nova metodologia provou ser válida, embora houvesse algumas dificuldades, pois a turma não estava acostumada a interagir entre eles, quebrando o paradigma quanto à forma de ler atentamente um problema, extrair seus dados e resolvê-los. Elas destacam que o uso do computador enfatiza o componente visual e o trabalho em dupla permite a troca de experiências, argumentações e construção do conhecimento de modo colaborativo.

2.2.9. Abordagem do conceito de função no ensino fundamental partindo da aproximação com o cotidiano

O artigo, publicado na Revista Brasileira de Ensino de Ciências e Matemática, foi escrito por Arieli dos Santos, mestranda em Ensino de Ciências e Matemática, Cleci T. Werner da Rosa, doutora em Educação Científica e Tecnológica, e Marivane de Oliveira Biazus, doutoranda em Educação. O estudo tem o objetivo de apresentar uma proposta para abordar a introdução e a exploração de conceitos no estudo de funções, no 9º ano do Ensino Fundamental. Como estratégia adotada, as autoras utilizam a contextualização e o uso de ferramentas

didáticas como o Tracker e vídeos para que haja uma aprendizagem significativa. Como referencial teórico, os autores embasam seu trabalho na teoria sociointeracionista, de Vygotsky (1999), bem como utilizam os PCNs e alguns autores que discutem o porquê das dificuldades enfrentadas pelos alunos em Matemática, como Bessa (2007) e Sanchez (2004).

Santos, Rosa e Biazus apresentam a Matemática como ferramenta essencial em várias áreas do conhecimento e apontam que no contexto escolar têm sido apontadas diversas dificuldades nos processos de ensinar e aprender, desinteresse, falta de motivação e um alto índice de reprovações na disciplina. De acordo com as autoras, há um número expressivo de estudantes que não gostam da disciplina e têm dificuldade de aprendizado. Com base no recomendado pelos PCNs, Santos, Rosa e Biazus sugerem que o uso de diferentes estratégias pode contribuir para superação da situação, permitindo que os conteúdos façam sentido para os alunos. Isso, conforme apontado, só acontece quando os alunos conseguem estabelecer relações entre a Matemática e as demais disciplinas e entre a Matemática e o seu cotidiano. Assim, as autoras apresentam o uso de uma alternativa para abordar o conceito de função, recorrendo a situações contextualizadas e interdisciplinares.

Como perspectiva teórica, as autoras adotam a teoria sociointeracionista de Vygotsky (1999), para nortear a discussão acerca da construção dos conhecimentos no processo de aprendizagem da matemática. Segundo a teoria, a interação ocorre por meio de relações estabelecidas com os contextos social, histórico e cultural no qual o sujeito está imerso. Essas relações são espontâneas, quando ele não tem consciência sobre aquilo que está fazendo, mas, conforme toma consciência, abstrai sobre seus atos e sobre o meio. Para Vygotsky, é a partir da interação social entre sujeitos e objetos que os processos de aprendizagem ocorrem e proporcionam o aprimoramento das estruturas mentais existentes no sujeito. Dentro dessa perspectiva, Santos, Rosa e Biazus acreditam que a interação, a reflexão e o diálogo entre aluno e professor, durante a realização de atividades em sala de aula, podem promover e ampliar sentidos e significados dos conceitos abordados em aula, especialmente em matemática. Assim, buscam nessa perspectiva referencial para o desenvolvimento de estratégias de ensino para abordar o conceito de função.

No artigo, as autoras trazem uma sequência didática construída para abordar o conceito de função com o objetivo de apontar uma possibilidade de trabalhar o tema de forma contextualizada e apoiada em diferentes recursos didáticos. Para isso, consideraram situações cotidianas e o movimento de queda livre estudado na Física para discutir o conceito de função, no nono ano do Ensino Fundamental. A sequência didática foi aplicada com duas turmas de

nonos anos, com aproximadamente 35 alunos cada, de uma escola pública estadual do município de Passo Fundo, RS. Foram realizados oito encontros de 45 minutos dentro da perspectiva sociointeracionista de Vygotsky.

Na sequência proposta, as primeiras ideias de função são vistas a partir de questionamentos aos alunos, usando um vídeo que apresenta situações funcionais e fazendo uma discussão; no segundo encontro, propõe-se uma abordagem através de situações-problema relacionados ao vídeo anterior e discussões com a turma para se chegar a um consenso sobre o que é função; no terceiro encontro, dedica-se a apresentar as diferentes representações de uma função: gráficos, tabelas, lei algébrica etc.; no quarto encontro, propõe-se fazer uma relação com a Física, estudando o movimento de queda livre através da visualização de vídeos sobre o assunto e da elaboração em grupos de um vídeo da queda de um objeto; no quinto e sexto encontro, ocorre o uso do software Tracker para marcar as posições do objeto na queda durante o tempo analisado, fazendo relações entre o tempo decorrido, a posição e a velocidade e respondendo perguntas de um questionário, permitindo a relação do movimento com o conceito de função; no sétimo encontro, os conceitos construídos durante a sequência são sistematizados pelo professor e modelos teóricos para fenômenos são abordados; por fim, no último encontro, ocorre uma avaliação para o encerramento da sequência, com questões que permitam indícios de validade ou não das atividades desenvolvidas.

Como resultados, as autoras observam que os estudantes, ao realizarem a atividade, passam a se envolver de forma mais efetiva com o objeto do conhecimento, nesse caso a noção função. O uso de ferramentas didáticas como vídeos e softwares, assim como a contextualização com situações presentes em outras áreas do conhecimento foram bem proveitosas na visão das autoras, evidenciado pelo interesse dos alunos e pelos questionamentos levantados durante a realização. Santos, Rosa e Biazus dizem ainda que houve uma participação significativa dos alunos, o que também pôde ser evidenciado na avaliação pela melhora no rendimento de boa parte dos alunos. Porém, eles destacam que nem todos os alunos se envolveram e realizaram as tarefas propostas, mostrando a necessidade de se avaliar e refletir de modo mais aprofundado sobre a aplicação e sobre o contexto dela.

Santos, Rosa e Biazus concluem dizendo que a proposta mostrou ser possível abordar o conceito de funções recorrendo a situações contextualizadas e interdisciplinares, com o objetivo de proporcionar interação entre os estudantes e deles com os materiais e com a professora. Diante disso, as autoras afirmam que os estudantes do nono ano se envolveram e demonstraram interesse pelo trabalho, assim como mostraram compreender melhor o conceito de função,

validando a sequência didática. Entretanto, elas apontam que há necessidade de se realizar outras aplicações, visto que o conhecimento é dinâmico.

2.2.10. Produção artesanal de chocolate & modelagem matemática: compreensão do conceito de função por estudantes do ensino fundamental

O artigo, publicado nos anais do XVIII Encontro Baiano de Educação Matemática, foi escrito por Jonas dos Santos e Zulma Elizabete de Freitas Madruga, ambos da Universidade Estadual de Santa Cruz. O objetivo do artigo é apresentar a análise dos resultados de uma proposta de ensino fundamentada na etnomodelagem para a construção de um etnomodelo capaz de modelar a produção artesanal de chocolate, através do conceito de funções, por estudantes do 9º Ano do Ensino Fundamental. Assim, as estratégias de ensino e aprendizagem da noção de função presentes nesse artigo são a Etnomatemática, a Modelagem Matemática e a chamada Etnomodelagem. Como referencial teórico, os autores apontam principalmente os materiais de Ubiratan D'Ambrosio para as ideias da Etnomatemática, Bassanezi e Biembengut para as ideias da Modelagem Matemática e Rosa e Orey para as ideias da Etnomodelagem.

Santos e Madruga justificam a relevância da pesquisa, apontando que a universidade e cidade onde ela foi realizada estão localizadas na região sul da Bahia, local em que a lavoura cacaueteira se expandiu no final do século XIX, sofreu diversas crises, mas permaneceu através do regime de agricultura familiar. E, no dia a dia da sala de aula das cidades da região, o professor costuma ter um ou mais alunos que são filhos de produtores rurais ou tenham alguma relação com o espaço rural. Diante dessa situação, Santos e Madruga mostram que é necessário que as aulas de Matemática dialoguem com a realidade desses alunos. Daí, foi construída uma proposta de ensino para trabalhar o conceito de função por meio da produção artesanal de chocolate, utilizando a etnomodelagem, ao verificar que várias comunidades na região valorizam e produzem chocolates artesanais que são vendidos em feiras livres, eventos e estabelecimentos comerciais da região. Para embasar o uso da estratégia, os autores apresentam os PCN e a Base Nacional Comum Curricular (BNCC), documentos que reforçam que os conteúdos matemáticos ajudam a construir as experiências de vida do estudante, levando em consideração o seu meio social, bem como contribuem para a formação do indivíduo crítico e consciente de suas responsabilidades. Ambos os documentos apontam o uso de estratégias como a Etnomatemática e a Modelagem Matemática como forma de ensinar e aprender Matemática.

Segundo Santos e Madruga, embasados por Bassanezi (2010) e Biembengut (2016), a Modelagem Matemática permite um ensino de matemática dinâmico vinculado à prática e a teoria, em que o estudante deixa de ser um agente passivo no processo de ensino e aprendizagem e torna-se um ser ativo que contribui na construção de seu próprio conhecimento. Ela possibilita ao professor mostrar ao estudante a matemática com uma aplicação prática construída a partir de dados obtidos de uma realidade. Ela envolve obtenção de dados, seleção das variáveis, problematização, formulação de hipótese e simplificação da situação, obtenção de um modelo e validação do modelo. Sobre a Etnomatemática, os autores afirmam, embasados por Ubiratan D'Ambrosio (2001), que ela procura compreender como um determinado grupo social utiliza os conhecimentos matemáticos construídos ao longo dos anos e como esses conhecimentos são utilizados para solucionar os seus problemas do dia a dia. É a matemática associada a uma cultura. O seu uso como estratégia pode consistir em usar situações do cotidiano dos alunos para o ensino de matemática, tornando o ensino mais prazeroso e permitindo um melhor entendimento. Já sobre a Etnomodelagem, Santos e Madruga comentam, baseado em Rosa e Orey (2017), que ela estuda os conhecimentos matemáticos de um determinado grupo social, usando como apoio metodológico a Modelagem Matemática e a Etnomatemática e, por meio da pesquisa, estuda as manifestações matemáticas dentro de uma realidade local.

A pesquisa realizada teve natureza qualitativa, envolvendo coleta e análise de dados. Os dados foram coletados em 10 aulas de 50 minutos cada, na escola do Instituto Municipal de Educação de Arataca no município de Arataca no sul da Bahia, em uma turma de 9º do Ensino Fundamental com 28 alunos. Como meio de coleta, o pesquisador usou diário de campo, áudio-gravação, questionários e uma proposta de ensino. Os passos realizados foram: a) os estudantes fizeram uma visita ao assentamento para coletar os dados sobre a produção artesanal de chocolate; b) o professor pesquisador aplicou a proposta de ensino cujo objetivo era levar a construção do conceito de função por meio dos dados coletados; c) foram trabalhados os conceitos de funções com os estudantes a partir dos dados coletados; d) os estudantes foram convidados a construir um modelo matemático sobre os dados; e) os estudantes foram convidados a avaliar a proposta de ensino.

Como resultados, Santos e Madruga dizem que os estudantes conheceram um pouco do cotidiano da fábrica e puderam entrar em contato com a etnomatemática utilizada pelos funcionários. Na conversa com os estudantes, percebeu-se que eles conseguiram notar a importância de sistematizar a produção de chocolate por meio de dados para se ter entendimento dos possíveis lucro ou prejuízo que podem ser gerados na produção de chocolate. Após a

discussão, os estudantes sistematizaram a produção de chocolate da fábrica utilizando conhecimentos matemáticos como regra de três, razão e porcentagem, manifestando um pouco de dificuldade e sendo necessário fazer uma revisão de algumas ideias. Através da visita, dos diálogos e da proposta, os autores apontam que os alunos puderam compreender o conceito de função, através das relações entre número de chocolates vendidos, custo e lucro.

Os autores concluem, apontando que, a partir dos dados obtidos, os estudantes tiveram a oportunidade de conhecer a realidade de uma fábrica de chocolate da região e como o conhecimento matemático é usado nesse ambiente. Assim, tem-se uma aplicação da etnomatemática, pelo fato de os alunos investigarem a forma como os funcionários usam o conhecimento matemático nas tarefas diárias. Por meio da matemática escolar, eles sistematizaram os lucros em tabelas e fórmulas algébricas, utilizando as ferramentas da Modelagem Matemática, podendo compreender o conceito de função presente na produção de chocolate e vendo sua aplicação para modelar os lucros e custos.

2.2.11. Proposta pedagógica: a interdisciplinaridade da matemática com a biologia para o ensino de funções por meio do jogo

O artigo, publicado na revista *Ciência em Foco*, foi escrito por Dayene Ferreira dos Santos, da Universidade de São Paulo, e outros autores. O objetivo do artigo é apresentar uma proposta pedagógica, um jogo educativo que visa explorar os conceitos de níveis tróficos e funções. Como referenciais teóricos, os autores se embasam em estudos que tratam do ensino de funções e da importância da interdisciplinaridade para o ensino e aprendizagem, como Boyer (1996), Begon (2007), Vazquez, Rey e Boubée (2008), Lopes e Rosso (2010) e Umbelino e Zabini (2014), além da proposta da BNCC.

Os autores iniciam o trabalho apresentando a temática da interdisciplinaridade. Embasados por Umbelino e Zabini (2014), Santos e outros apontam que a importância da interdisciplinaridade se encontra na possibilidade de trabalhar com mais de uma Ciência para que haja apropriação e produção de conhecimento. Eles apontam que o artigo é o resultado da elaboração de uma atividade de interface entre a Biologia e a Matemática da Educação Básica, proposta numa das disciplinas do curso de Licenciatura em Matemática do Instituto Federal de São Paulo (IFSP). Na elaboração dessa atividade, os autores optaram pelo estudo do conceito de função, ao perceberem dificuldades dos alunos com relação a esse conceito, em suas

experiências nos estágios obrigatórios. Assim, elaboraram um jogo dentro do tema Cadeias Tróficas.

Com base principalmente em Boyer (1996), Eves (2004), Vazquez, Rey e Boubée (2008) e Silva e Rezende (1999), Santos e outros mostram um pouco da história do conceito de função, apontando que o início de sua formação se deu quando o homem passou a associar objetos aos animais e outros seres que precisavam ser contados. Posteriormente, o ser humano relacionou as unidades dos objetos nas situações cotidianas e passou a fazer marcações para representar elementos que precisavam ser contabilizados. Com o tempo, diversos povos da Antiguidade começaram a perceber relações de dependência entre grandezas. Conforme se deu o desenvolvimento da Álgebra, o conceito foi formalizado, com contribuições de diversos matemáticos e hoje pode-se entender função como uma correspondência entre dois conjuntos de modo que cada elemento de um conjunto está associado a um único elemento do outro conjunto. Já com respeito à Biologia, Santos e outros apontam que num ecossistema, os seres vivos podem ser autótrofos e heterótrofos e isso gera as cadeias alimentares, com um ser vivo se alimentando de outro para obter energia. Segundo os autores do artigo, embasados por Lopes e Rosso (2010) e pela BNCC, esses conceitos são vistos na parte de Ecologia durante a Educação Básica. Com base nessas temáticas, os autores afirmam que a interdisciplinaridade se trata de um diálogo entre duas ou mais disciplinas e permite que os alunos adquiram outras visões sobre o mesmo assunto, contribuindo para romper a fragmentação do ensino.

Utilizando as ideias da interdisciplinaridade, Santos et al. propõem uma atividade lúdica – um jogo educativo, sobre a criação de animais, vinculando a noção de função com o funcionamento das cadeias alimentares, contribuindo para o aprendizado dessa noção a partir da interdisciplinaridade e de forma lúdica. O objetivo geral do jogo é compreender o conceito de função por meio das relações existentes entre as grandezas plantas, carneiros, lobos e homens, presentes no jogo. O jogo é formado por cartas com as grandezas mencionadas e cartas de fenômenos que podem ocorrer durante o jogo: nascimento, invasão ou morte dos indivíduos. Ele deve ser jogado em duplas ou trios e, a cada jogada, um fenômeno ocorre e as equipes devem decidir como colocar suas cartas para equilibrar a situação. Ganha a dupla que mantiver o maior número de jogadas possíveis, mantendo a fazenda funcionando por mais tempo.

Como sugestão dos autores, o professor que aplicar a atividade poderá orientar as jogadas de forma que os alunos percebam as relações de dependência presentes. Durante o jogo, os alunos devem anotar suas jogadas para que, após o jogo, os alunos organizem os dados e esbocem gráficos representando as situações. Com os gráficos, os alunos devem discutir as

observações feitas e a discussão deve ser conduzida pelo professor até que os estudantes percebam relações de dependência entre as quantidades. Através de apontamentos, a ideia de função pode ser construída.

Santos e outros concluem seu artigo esperando que o jogo facilite o processo de aprendizagem dos conteúdos de Matemática e Biologia de forma lúdica e inovadora, permitindo que os alunos se sintam motivados. Embasados por referencial teórico, eles acreditam que a abordagem dos conceitos por meio da interdisciplinaridade e através do jogo contribui para uma aprendizagem significativa. O uso do jogo, em particular, facilita e engaja os alunos no processo de ensino e aprendizagem.

2.2.12. O conceito de função através da modelagem matemática sobre a produção do espaço urbano em Manaus

O artigo, publicado na revista ARETÉ – Revista Amazônica do Ensino de Ciências, foi escrito por Joelma Bezerra da Silva, Licencianda em Matemática, e Helisângela Ramos da Costa, Mestranda em Ensino de Ciências da Amazônia. O objetivo do artigo é discutir a utilização da modelagem matemática na construção do conhecimento matemático relacionado ao conceito de função. Como referencial teórico, foram adotadas as teorias construtivistas de Ausubel, Piaget e Vygotsky, e Biembengut e Hein (2003), Barbosa (2003) e Bassanezi (2004), autores que apontam os princípios que norteiam a modelagem matemática como estratégia de ensino e aprendizagem, além de materiais que trazem o contexto histórico de Manaus, como Silva (2008) e Oliveira (2003). O tema escolhido para explorar o conceito de função no artigo foi “A produção do espaço urbano em Manaus”.

Através da análise dos resultados de provas de Matemática como o Exame Nacional do Ensino Médio (ENEM), o Sistema de Avaliação da Educação Básica (SAEB) e o Programme for International Student Assessment (PISA), verificou-se que o ensino de Matemática no Brasil está numa situação desfavorável, principalmente nas escolas públicas. Silva e Costa apontam que a dificuldade dos estudantes com a Matemática ocorre em virtude de como, na maioria das vezes, ela é ensinada, de modo sequencial e conteudista. Muitas pessoas questionam sobre o papel da Matemática na formação dos alunos, na forma de questões como “para que serve esta matéria?”. De acordo com os autores, com respeito ao ensino da noção de função, uma forma de superar essa situação é utilizar a Modelagem Matemática como estratégia de ensino dessa noção, uma vez que a modelagem matemática tem como objetivo interpretar e compreender os

mais diversos fenômenos do cotidiano, permitindo descrevê-los, analisá-los e interpretá-los com o propósito de gerar discussões reflexivas. Segundo os autores, as funções de modo geral compreendem os conceitos de tabelas, gráficos de vários tipos e expressões algébricas que podem ser aplicadas nos mais variados contextos.

As autoras apresentam Biembengut e Hein (2003), que definem a modelagem matemática como instrumento de expressão da realidade utilizando a linguagem matemática, a partir da formulação de um modelo que envolve a noção de função. A utilização dessa estratégia no ensino de Matemática ainda é nova e veio principalmente após a década de 90, com os PCNs. Para que seja utilizada em sala de aula, os autores citam Barbosa (2003), que apresenta cinco argumentos destacando a importância do seu uso no currículo: a) motiva os alunos a aprenderem matemática ao verem sua aplicabilidade; b) facilita a aprendizagem, pois permite conexões com outras áreas; c) prepara para utilizar a matemática em diferentes áreas; d) desenvolve habilidades gerais de exploração; e) permite uma compreensão do papel sociocultural da Matemática. Conforme o apontado pelos autores, podem ser utilizadas 3 etapas para desenvolver a modelagem matemática em sala de aula: a) Interação – que compreende o reconhecimento da situação-problema e a familiarização; b) Matematização – que compreende a formulação e a resolução do problema; c) Modelo matemático – que compreende a interpretação e a validação da solução obtida. Ao analisarem as teorias da aprendizagem dos teóricos da educação Piaget e Vygotsky, Silva e Costa observam uma relação entre suas teorias construtivistas e o recurso metodológico da Modelagem, pois esta tem princípios comuns as teorias de aprendizagem construtivistas, visto que busca construir o conhecimento matemático a partir da definição de estratégias de ação que oferecem condições de análise global da realidade investigada.

A proposta presente no artigo é o uso de uma situação-problema envolvendo o tema “A produção do espaço urbano de Manaus” para que o professor aborde e construa as ideias sobre função, através da modelagem matemática a ser feita pelos alunos diante do problema. Para que os alunos compreendam o tema, o professor pode fornecer um texto sobre o crescimento do espaço urbano em Manaus relacionado ao seu processo histórico de desenvolvimento econômico influenciado pelo período áureo da borracha e da Zona Franca de Manaus. A partir desta problemática que envolve a realidade vivenciada por grande parte da população amazonense é que se busca utilizar a modelagem matemática como estratégia de ensino e aprendizagem capaz de não apenas facilitar o entendimento dos alunos sobre os conceitos matemáticos, mas chamá-los a atenção, e assim, motivá-los para a discussão de temas sócio-

político-econômico-culturais. A situação-problema proposta pergunta sobre as variáveis envolvidas, os gráficos, as relações entre as variáveis, o que ocorre em determinados pontos etc.. É uma questão que incentiva os alunos na modelagem de um fenômeno.

Como resultados, Silva e Costa concluem apontando que a partir dos estudos realizados sobre a Modelagem Matemática e as atividades propostas a partir do tema “A produção do espaço urbano em Manaus” verificou-se que é possível aproximar a realidade do estudante através da interdisciplinaridade, neste caso, revelada entre a Matemática e a Geografia, pois para resolver os problemas sugeridos o aluno precisa compreender e analisar informações. A aplicação das atividades permite ainda que o aluno compreenda e analise as consequências da queda da produção da borracha para a economia, aplicando conceitos matemáticos sobre função. Dessa forma, permite que o ensino de Matemática ocorra a partir de assuntos do cotidiano e a Matemática é vista como um conhecimento acessível a todos e relacionado a situações cotidianas e de outras áreas do conhecimento. Assim, o tema “A produção do espaço urbano em Manaus” revela-se como um tema capaz de propiciar a aprendizagem significativa do conceito de função, além de despertar no aluno o interesse em conhecer o processo histórico de desenvolvimento econômico do estado.

2.2.13. Jogos pedagógicos para o ensino de funções no primeiro ano do Ensino Médio

O artigo, publicado na revista *Bolema*, foi elaborado por Lísie Pippi Reis Strapason, Mestre em Ensino de Matemática, e Eleni Bisognin, Doutora em Matemática. O objetivo do artigo é relatar e analisar os resultados da aplicação de um produto educacional a alunos do 1º ano do Ensino Médio de uma escola pública do Estado do Rio Grande do Sul. O produto educacional desenvolvido é constituído por quatro jogos que abordam o conteúdo de funções e em particular a noção de função. As autoras buscam verificar se a estratégia de ensino do uso de jogos facilita a aprendizagem dos alunos diante do tema das funções. Como referencial teórico, elas adotam Borin (1995), Grandó (1995), Flemming e Collaço de Mello (2003), Lara (2003), Ortiz (2005) e Smole et al. (2008) para tratar do uso de jogos no ensino de Matemática, além do que é apontado nos Parâmetros Curriculares Nacionais (PCNs).

Strapason e Bisognin constatam que as taxas de evasão e reprovação na disciplina de Matemática no Ensino Médio sobem a cada ano e grande parte dos estudantes que permanecem na escola não têm muito interesse pelas aulas, além de haver uma grande falta de pré-requisitos mínimos. As autoras destacam a falta de habilidades dos alunos quanto à escrita, leitura e

interpretação, necessária para a aprendizagem do conteúdo de funções. Um dos motivos levantados pelas autoras é a inadequação de atividades escolares. Sendo assim, elas apontam que o uso de estratégias de ensino diferentes pode servir para motivar os alunos e contribuir para superar o quadro. Nesse intuito, Strapason e Bisognin escolheram a estratégia do uso de jogos e desenvolveram um produto educacional composto de quatro jogos, contendo atividades e situações-problema sobre funções.

Strapason e Bisognin apresentam Smole et al. (2008), para caracterizar os jogos. O jogo é uma atividade e deve ter um significado para quem joga, seja de entretenimento ou com uma finalidade educativa. Em geral, o jogo deve ser para dois ou mais jogadores, contendo um objetivo a ser alcançado, permitindo que os jogadores tenham papéis interdependentes. Deve possuir também regras pré-estabelecidas e ter a possibilidade de se utilizar estratégias. As autoras, embasadas em Ortiz (2005), apontam que o jogo está presente desde os primórdios da humanidade, sendo um gerador de cultura entre os povos. Segundo os referenciais teóricos adotados, elas afirmam que o uso de jogos como estratégia de ensino tem sido apresentado em diversas pesquisas, pois propiciam aprendizagens motivadoras, lúdicas e interessantes, além de contribuir no desenvolvimento de habilidades matemáticas como o raciocínio lógico e a reflexão. Entre as vantagens do uso de jogos, tem-se: a motivação visual; a motivação pela oportunidade de ganhar o jogo; a mudança de rotina da sala de aula; a chance que o aluno tem de manifestar suas dificuldades e receber ajuda num momento mais livre de pressões; o desenvolvimento o raciocínio lógico e da concentração; a elevação da autoestima dos alunos; a redução do medo e a ansiedade para aprender Matemática. Entre os desafios no uso de jogos, está a quantidade de aulas necessárias para utilizar essa estratégia, que demanda tempo e preparo.

O produto educacional desenvolvido é formado por quatro jogos. Foram escolhidos jogos conhecidos pela professora e pelos alunos e foram feitas as adaptações necessárias. Os jogos foram: trilha do conceito de função; dominó com situações-problema sobre função polinomial do 1º grau; jogo de memória sobre a função polinomial do 2º grau; e jogo de memória com situações-problema. Em particular, destaca-se o 1º jogo, sobre a noção de função. No jogo há um tabuleiro com “casas” para percorrer, conforme os alunos acertam as perguntas. Na aplicação desse jogo, o aluno teve a oportunidade de resolver situações-problema e esperava-se que o aluno fosse capaz de reconhecer as diferentes representações de funções: escrita, numérica, tabular, gráfica, algébrica, e utilizar as diferentes representações para tornar mais claro o conceito de função. Sobre os outros jogos, tem-se que o segundo é uma variação

do dominó envolvendo a função polinomial de 1º grau, contendo situações-problema. O terceiro é uma variação de jogo de memória envolvendo noções da função polinomial do 2º grau a fim de revisar os principais tópicos relacionados a esse conteúdo. O último jogo é também uma variação de jogo de memória com situações-problema, servindo para aprofundamento. O produto foi aplicado em três turmas do 1º ano do Ensino Médio de uma escola pública do interior do Rio Grande do Sul. Para análise dos resultados foi escolhida uma turma como amostra, composta de 30 alunos. Durante a aplicação do produto, a professora-pesquisadora coletou dados por meio de observações das atitudes e das estratégias dos grupos, anotadas em um diário de campo. As aulas foram gravadas para analisar o comportamento dos alunos e solicitou-se a eles que registrassem a resolução das situações-problema e suas opiniões a respeito dos jogos.

Como resultados, Strapason e Bisognin afirmam que a aplicação dos jogos apresentou vantagens; uma delas foi a motivação dos alunos para aprendizagem do conteúdo, conforme opinião emitida pelos grupos em seus relatórios. Outras vantagens foram que os jogos contribuíram no desenvolvimento do raciocínio, ajudaram para que os alunos entendessem a matéria de uma forma interessante, lúdica e divertida. No ponto de vista da professora, as dificuldades foram pequenas e, dentre elas, uma se relaciona à quantidade de aulas necessárias para utilizar essa estratégia, o que pode trazer complicações, a depender do planejamento escolar para o ano letivo. As autoras concluem, dizendo que a aplicação desse produto educacional contribuiu para o processo de ensino e aprendizagem do conteúdo de funções. Strapason e Bisognin observam que, após a conclusão das atividades, grande parte dos alunos teve suas dificuldades sanadas em relação ao conteúdo trabalhado, evidenciando que essa prática pedagógica é eficaz e relevante para ser aplicada em sala de aula.

Figura 4: Jogo “Trilha do Conceito de Função”



Fonte: Strapason e Bisognin, 2013, p. 583.

3. SÍNTESE DAS DESCRIÇÕES E ESTRATÉGIAS ENCONTRADAS

No capítulo anterior, apresentamos descrições de artigos acadêmicos sobre as estratégias metodológicas para o ensino e aprendizagem de função na disciplina de Matemática na Educação Básica. Neste capítulo, sintetizamos as descrições, com objetivo de apontar as estratégias encontradas, assim como suas potencialidades e desafios.

3.1. Breve comentário sobre os artigos descritos

Os 13 artigos acadêmicos, descritos no capítulo anterior, tratam de propostas para o uso de estratégias metodológicas em sala de aula, para o ensino e aprendizagem do conceito de função, embasados por referenciais teóricos. Em grande parte, as propostas foram aplicadas e pôde-se obter resultados favoráveis ao seu uso. Alguns dos artigos não tiveram propostas aplicadas, entretanto apresentam considerações a respeito dos possíveis resultados e vantagens e desafios das estratégias, embasados por referencial teórico. Destacamos o fato de que os artigos não se reduzem à exposição teórica das estratégias e do seu embasamento, mas trazem uma relação entre a teoria e a prática, mostrando a aplicação das propostas em sala de aula e/ou possibilidades de aplicação, com potencialidades e desafios, o que torna enriquecedor o estudo destes materiais para professores de Matemática formados ou em formação.

3.2. As estratégias encontradas

A Tabela 3 a seguir resume as estratégias encontradas nos artigos acadêmicos descritos.

Tabela 3: Estratégias apontadas nos artigos acadêmicos

Estratégias apontadas nos artigos	
Artigos	Estratégias
Proposta de estudo de função mediada pelo GeoGebra (ABAR e SILVA, 2018)	Tecnologias da Informação e Comunicação (TICs)
Aprendizagem significativa: resolução de problemas e implicações para aprendizagem de função (ASSUNÇÃO, MOREIRA e SAHELICES, 2018)	Resolução de Problemas

A história do conceito de função em vídeo: uma proposta para a aprendizagem (MACIEL e CARDOSO, 2014)	História da Matemática e TICs
Domínio e imagem de uma função: uma abordagem por meio do jogo bingo das funções (MADRUGA e SANTANA, 2012)	Uso de Jogos
Uma proposta para a introdução do ensino de Funções através da utilização do programa Tracker (MAGARINUS, BULIGON e MARTINS, 2015)	Interdisciplinaridade, Resolução de Problemas e TICs
Experiência com modelagem matemática com uma turma do 1º ano do Ensino Médio (PEREIRA et al., 2021)	Modelagem Matemática
Introduzindo o conceito de função de maneira significativa: a modelação do funcionamento de uma bomba d'água (PIRES e MAGINA, 2012)	Resolução de Problemas e Modelagem Matemática
A Metodologia da Resolução de Problemas e o aplicativo Winplot para a construção do conceito de função por alunos do Ensino Médio (SANTOS e ISAIA, 2014)	Resolução de Problemas e TICs
Abordagem do conceito de função no ensino fundamental partindo da aproximação com o cotidiano (SANTOS, ROSA e BIAZUS, 2018)	Contextualização, TICs e Interdisciplinaridade
Produção artesanal de chocolate & modelagem matemática: compreensão do conceito de função por estudantes do ensino fundamental (SANTOS e MADRUGA, 2019)	Etnomatemática, Modelagem Matemática e Etnomodelagem
Proposta pedagógica: a interdisciplinaridade da matemática com a biologia para o ensino de funções por meio do jogo (SANTOS et al., 2020)	Uso de Jogos e Interdisciplinaridade

O conceito de função através da modelagem matemática sobre a produção do espaço urbano em Manaus (SILVA e COSTA, 2017)	Modelagem Matemática
Jogos pedagógicos para o ensino de funções no primeiro ano do Ensino Médio (STRAPASON e BISOGNIN, 2013)	Uso de Jogos

Fonte: elaborado pelo autor.

Alguns dos materiais apontaram apenas uma estratégia desenvolvida e outros apontaram mais de uma, sendo algumas consideradas principais e outras secundárias. Dentre as estratégias apontadas, temos:

- a) Tecnologias da Informação e Comunicação (TICs), que aparecem em 5 artigos, sendo que em 1 como estratégia principal e em 4 como estratégia secundária;
- b) Modelagem Matemática, que está presente em 4 artigos;
- c) Resolução de Problemas, que é indicada claramente em 4 artigos, porém há aspectos dela em outros, ao trabalharem com situações-problema;
- d) Interdisciplinaridade, que está em 3 artigos;
- e) Uso de Jogos, que aparece em 3 artigos;
- f) Contextualização, que está presente claramente em 1 artigo, muito embora tenha aspectos dela em todos os artigos;
- g) Etnomatemática, que está em 1 artigo;
- h) Etnomodelagem, que aparece em 1 artigo;
- i) História da Matemática, que aparece em 1 artigo;

3.3. As potencialidades e desafios

3.3.1. As Tecnologias da Informação e Comunicação (TIC)

Conforme visto anteriormente, a estratégia que mais apareceu foi o uso das Tecnologias da Informação e Comunicação (TIC), seja como estratégia principal ou como estratégia secundária. Ela está presente nos artigos de Abar e Silva (2018), Maciel e Cardoso (2014), Magarinus, Buligon e Martins (2015), Santos e Isaia (2014) e Santos, Rosa e Biazus (2018). As potencialidades apontadas para o uso dessa estratégia são que elas tem se tornado de fácil acesso e compra e contribuem para a melhoria do ensino de Matemática, propiciando: (a) memorização eficiente; (b) interpretação com maior clareza; (c) facilitação da compreensão; (d)

aprendizagem rápida, eficaz e duradoura; (e) aquisição de novos conhecimentos; (f) contribuições no desenvolvimento do aspecto visual e intuitivo da Matemática; e (g) interesse, envolvimento e motivação para os alunos aprenderem Matemática.

No artigo de Abar e Silva (2018), a estratégia foi utilizada através de atividades usando o software GeoGebra. Podemos notar que o uso dessa estratégia contribuiu para visualização e percepção pelos alunos de relações de dependência entre grandezas. Com o uso das TIC, foi possível trabalhar o aspecto visual da noção de função, levando o entendimento intuitivo e das ideias mais abstratas. Isso foi a base que o professor utilizou para construção da noção junto com os alunos. No artigo de Maciel e Cardoso (2014), a estratégia foi utilizada através do vídeo sobre a história do conceito de função. Podemos verificar que o uso dessa estratégia contribuiu para promover nos alunos o interesse e motivação para aprender Matemática, além de promover a compreensão desse conceito.

O artigo de Magarinus, Buligon e Martins (2015) trabalha com essa estratégia ao utilizar o software Tracker como auxílio nas atividades propostas. As ferramentas de análise de vídeos do Tracker e os gráficos e tabelas que podem ser obtidos são um fator relevante para seu uso como estratégia, visto que pode contribuir para que os alunos visualizem a Matemática presente nos movimentos físicos, em particular, as relações de dependência entre grandezas físicas, isto é, funções.

O artigo de Santos e Isaia (2014) utiliza a estratégia das TIC ao trabalhar com o software Winplot, principalmente para construção de gráficos. Esse software contribuiu no envolvimento e motivação dos alunos com as atividades, além de desenvolver o componente visual da noção de função. Por fim, no artigo de Santos, Rosa e Biazus (2018), a estratégia é utilizada através de vídeos e o uso do software Tracker, que se mostraram ferramentas proveitosas, gerando interesse e motivação nos alunos, contribuindo no aspecto visual da noção de função e na exploração dessa noção a partir do estudo de movimentos físicos do cotidiano.

Em alguns artigos com a estratégia das TIC, algumas dificuldades foram apresentadas pelos alunos, entretanto elas dizem respeito, principalmente, ao conhecimento prévio deles e o uso de outras estratégias e nada tem a ver com o uso das TIC em si. Entretanto, podemos apontar algumas desvantagens e desafios na aplicação dessa estratégia, como a enorme quantidade de ferramentas presentes em alguns dos softwares que podem atrapalhar e confundir os alunos, possíveis dificuldades técnicas que os alunos podem ter ao realizar os procedimentos e despreparo de docentes com relação ao uso das tecnologias.

Conforme Melo (2021), é quase um consenso entre pesquisadores e educadores matemáticos o fato de que as TIC podem contribuir para uma melhora na educação. Segundo Ponte *apud* Melo (2021), elas colaboram para aprendizagem de diversos conteúdos, possibilitam a criação de espaços de interação e comunicação, permitem novas formas de expressão criativa, de realização de projetos e de reflexão crítica. Além disso,

Ponte, Oliveira e Varandas (2003) compreendem que o espaço ocupado pela Matemática nas escolas deve ser bem aproveitado e que, nesse sentido, as TIC podem oferecer uma grande contribuição, à medida que: reforçam o papel da linguagem gráfica e de novas formas de representação; relativizam a importância do cálculo; permitem a manipulação simbólica. (PONTE, OLIVEIRA e VARANDAS *apud* MELO, 2021, p. 7688)

3.3.2. Modelagem Matemática

Como outra estratégia apontada, temos a Modelagem Matemática que está presente nos artigos de Pereira et al. (2021), Pires e Magina (2012), Santos e Madruga (2019) e Silva e Costa (2017). Conforme visto nos artigos, a modelagem pode ser pensada como a arte de transformar problemas da realidade em problemas matemáticos e resolvê-los, interpretando suas soluções na linguagem do mundo real. Trata-se de um processo de obtenção e validação de modelos para variadas situações da realidade. Ela pode ser adaptada e utilizada como estratégia de ensino e aprendizagem. As vantagens apresentadas para o seu uso são: (a) leva os alunos a perceberem a importância de estudar Matemática, motivando-os ao verem sua aplicabilidade e a sua presença no cotidiano; (b) permite um ensino de Matemática dinâmico vinculado à prática e à teoria; (c) facilita a aprendizagem, ao permitir conexões com outras áreas; (d) contribui no desenvolvimento de atitudes dos estudantes, tornando-os explorativos, criativos e habilidosos; (e) contribui na formação dos alunos como cidadãos críticos; (f) contribui para que o estudante saiba utilizar a Matemática como ferramenta em diferentes áreas; (g) contribui para que o aluno entenda e interprete a Matemática em suas facetas; (h) ajuda o estudante a compreender os argumentos matemáticos, guardar os conceitos e resultados e valorizar a Matemática; e (i) permite uma compreensão do papel sociocultural da Matemática.

No artigo de Pereira et al. (2021), eles utilizaram a estratégia através de atividades que envolviam a modelagem do preço a ser pago em contas de água. A utilização da metodologia levou os alunos a perceberem a importância de estudar Matemática, relacionando-a com a vida cotidiana, além de mantê-los motivados ao serem desafiados a construir modelos. A estratégia permitiu uma aula prática, exploratória, dinâmica, motivadora, interativa, divertida, com participação ativa dos alunos. Os autores destacaram como pontos negativos que a situação-

problema escolhida não se relacionava com a realidade dos alunos, além de que eles poderiam utilizar melhor o quadro na aula, para que os alunos apresentassem suas resoluções.

O artigo de Pires e Magina (2012) apresenta um trabalho com a Modelagem Matemática através da modelação do funcionamento de bombas d'água utilizadas em aquários. A utilização dessa estratégia contribuiu para a aprendizagem do conceito de função, ajudando principalmente os alunos a compreenderem os argumentos matemáticos, guardar os conceitos e resultados e valorizar a Matemática, que está presente no cotidiano.

No artigo de Santos e Madruga (2019), os autores trabalham uma proposta usando a Modelagem Matemática para modelar a produção de chocolate artesanal de uma fábrica local. Através da proposta, os alunos conseguiram notar a importância de sistematizar a produção de chocolate por meio de dados para se ter entendimento dos possíveis lucro ou prejuízo que podem ser gerados na produção e, por meio da matemática escolar, eles sistematizaram os lucros em tabelas e fórmulas algébricas, utilizando as ferramentas da Modelagem Matemática, podendo compreender o conceito de função presente e vendo sua aplicação para modelar os lucros e custos.

Por fim, o artigo de Silva e Costa (2017) aponta uma proposta de modelagem da produção do espaço urbano de Manaus. O uso dessa estratégia se revela capaz de facilitar o entendimento dos alunos sobre os conceitos matemáticos, chamá-los a atenção e motivá-los para a discussão de temas sócio-político-econômico-culturais.

Como desafios do uso da estratégia, Bassanezi *apud* Pires e Magina (2012, p. 3) apresenta os seguintes obstáculos: 1) instrucionais: a modelagem pode ser um processo demorado, podendo atrapalhar o cumprimento de um programa anual de uma escola; 2) aos estudantes: o uso da modelagem foge da rotina que os estudantes estão acostumados e eles podem se perder no processo e ficar apáticos; 3) para os professores: muitos professores não se sentem preparados para utilizar a modelagem em suas aulas, por falta de conhecimento ou por medo de encontrarem situações não habituais. Diante desses desafios, uma recomendação, apontada em Pires e Magina (2012), é que sejam feitas adaptações que tornem possível a aplicação da estratégia sem perder suas ideias principais, que são a pesquisa e formulação de modelos.

A modelagem como estratégia permite tratar de problemas reais com os alunos ou ao menos adaptações da realidade. Sobre isso, Melo (2021) apresenta que a modelagem leva à solução de um problema real e não apenas de um problema artificial. De acordo com ele,

[...] modelagem matemática é um modo privilegiado de desenvolvimento da matemática em sala de aula mobilizando valores e atitudes, produzindo significados de conceitos matemáticos culturalmente produzidos por nossos antepassados, buscando produzir novos conceitos e conhecimentos. (MELO, 2021, p. 7687)

3.3.3. Resolução de Problemas

A estratégia da Resolução de Problemas é indicada nos artigos de Assunção, Moreira e Sahelices (2018), Magarinus, Buligon e Martins (2015), Pires e Magina (2012) e Santos e Isaia (2014), porém há aspectos dela em outros artigos, ao trabalharem com situações-problema. Nessa estratégia, os estudantes aprendem e constroem conceitos por meio de problemas – situações que não possuem soluções evidentes e exigem que o aluno investigue, explore e combine seus conhecimentos, decidindo a maneira de usá-los em busca de uma solução. Conforme apontado nos materiais, a Resolução de Problemas tem as seguintes potencialidades: (a) ajuda o estudante na apreensão de significados; (b) contribui no desenvolvimento do raciocínio lógico; (c) contribui no preparo para enfrentar diversas situações, colaborando na formação do estudante; (d) promove aos alunos um ambiente de investigação e exploração; (e) estimula a criatividade na busca de estratégias de resolução; (f) trabalha a comunicação e o registro; e (g) desperta o interesse dos alunos e os motiva a aprender Matemática.

No artigo de Assunção, Moreira e Sahelices (2018), os autores apresentam uma proposta de sequência didática para o ensino da noção de função a partir da resolução de problemas. A grande maioria dos alunos tiveram um grande avanço através dessa estratégia, assimilando o conceito de função de modo significativo. Como dificuldades, os autores apontam que alguns alunos apresentaram um menor rendimento em algumas partes, por compreenderem parcialmente o problema, terem dificuldades ao interpretar os dados e cometerem erros em pequenos cálculos. Mas ainda assim, eles concluem que a resolução de problemas como metodologia de ensino alcançou o objetivo apresentado na proposta.

O artigo de Magarinus, Buligon e Martins (2015) trabalha com a estratégia ao utilizar situações-problema interdisciplinares para o desenvolvimento da noção de função. Eles afirmam que a proposta apresentada é apropriada para introdução do estudo de funções, permitindo uma construção de conhecimentos a partir de questões de exploração.

No artigo de Pires e Magina (2012), os autores usam a abordagem através de problemas que envolvem a modelagem de um fenômeno. O grupo que recebeu a intervenção demonstrou um crescimento em relação ao outro grupo, sendo razoável supor que isso está relacionado à

intervenção, revelando que a estratégia tem potencial para o ensino e aprendizagem dos conceitos ligados à função no 7º ano.

O artigo de Santos e Isaia (2013) apresenta a estratégia através da abordagem a partir de problemas. Santos e Isaia dizem que a experiência de aplicar uma nova metodologia provou ser válida, embora houvesse algumas dificuldades, pois a turma não estava acostumada a interagir entre eles e lidar com problemas de modo exploratório, investigativo e criativo.

Conforme as ideias presentes nos artigos, temos como desafios dessa estratégia o fato dos alunos não estarem acostumados com ela e apresentarem dificuldades na interação e resolução de problemas. Pelo fato de a estratégia ser uma “fuga do tradicional”, os alunos não estão acostumados com ela e, por isso, podem apresentar dificuldades na interação entre eles, na leitura atenta e interpretação dos problemas. Essas dificuldades podem ser superadas, através do papel mediador do professor e do uso mais recorrente dessa estratégia durante as aulas, para que os alunos se acostumem.

De acordo com Melo (2021, p. 7687),

A utilização da resolução de problemas na prática pedagógica da matemática pode ser concebida e recomendada por especialistas e pesquisadores da Educação Matemática, como uma metodologia que deve merecer atenção por parte de todos os professores. É a partir deles que se pode envolver o aluno em situações da vida real que possam ser tematizadas na sala de aula, motivando-o para o desenvolvimento do modo de pensar matemático. A motivação natural está no estudo de problemas reais, que de alguma forma possam fazer parte do contexto dos alunos e, em grande parte, em problemas físicos.

3.3.4. Interdisciplinaridade

A estratégia da Interdisciplinaridade é apresentada nos artigos de Magarinus, Buligon e Martins (2015), Santos, Rosa e Biazus (2018) e Santos et al. (2020). Segundo os materiais lidos, a interdisciplinaridade trata-se de um diálogo entre duas ou mais disciplinas e permite que os alunos adquiram outras visões sobre o mesmo assunto, contribuindo para romper a fragmentação do ensino.

No artigo de Magarinus, Buligon e Martins (2015), é explorada a interdisciplinaridade entre a Física e a Matemática, através de questões que envolvem fenômenos físicos sendo estudadas e analisadas do ponto de vista matemático. Os autores acreditam que a proposta é apropriada para introdução do estudo de funções, permitindo uma construção de conhecimentos a partir de situações da Física. Eles apontam como ressalva que é necessário trabalhar melhor

a relação entre Matemática e Física, desenvolvendo os conteúdos das disciplinas a partir dos mesmos problemas, contribuindo para o rompimento da visão fragmentada do conhecimento.

No artigo de Santos, Rosa e Biazus (2018), a interdisciplinaridade também é explorada entre a Física e a Matemática, através de uma contextualização usando situações presentes na Física. As autoras observaram que os estudantes, ao realizarem a atividade, passam a se envolver de forma mais efetiva com a noção de função. A contextualização feita foi bem proveitosa na visão delas e isso se evidencia pelo interesse dos alunos e pelos questionamentos levantados durante a realização. Houve uma participação significativa dos alunos, o que também pôde ser evidenciado na avaliação pela melhora no rendimento. Eles se envolveram e demonstraram interesse pelo trabalho, assim como mostraram compreender melhor o conceito de função.

Por fim, no artigo de Santos e outros autores, é explorada a interdisciplinaridade entre a Biologia e a Matemática, entre a noção de função e as cadeias alimentares. Os autores acreditam que a proposta pode trazer motivação aos alunos e a interdisciplinaridade pode contribuir para uma aprendizagem significativa.

Após a leitura e estudo dos materiais, podemos apontar como desafios da estratégia a falta de conhecimento de outras áreas por parte dos professores de Matemática. Isso pode ser o fator que leva a não propor atividades interdisciplinares, pois eles mesmos não têm conhecimento de como a Matemática se aplica em outras ciências. Um outro desafio possível é a mobilização de conceitos: os alunos apresentam dificuldades em mobilizar os conceitos vistos em outras disciplinas para utilizar na Matemática, provavelmente como efeito da fragmentação do conhecimento.

3.3.5. Uso de Jogos

O uso de jogos como estratégia de ensino aparece nos artigos de Madruga e Santana (2012), Santos et al. (2020) e Strapason e Bisognin (2013). Como potencialidades dessa estratégia, temos o aprendizado de forma dinâmica, lúdica, descontraída e divertida, o fato de os jogos facilitarem, motivarem e engajarem os alunos no processo de ensino e aprendizagem, além de que os jogos podem ajudar a identificar dificuldades dos alunos.

No artigo de Madruga e Santana (2012), a estratégia se dá através do jogo “Bingo das funções”. Esse jogo permitiu identificar as dificuldades que os alunos possuem na compreensão do tema, além de ser uma forma de relembrar e/ou abordar o conceito de função de forma lúdica,

sendo um grande aliado ao ensino e aprendizagem de Matemática, ao possibilitar uma aula atrativa, divertida e envolvente.

Já no artigo de Santos et al. (2020), os autores propõem um jogo educativo sobre a criação de animais, vinculando a noção de função com o funcionamento das cadeias alimentares. Os autores esperam que o jogo facilite o processo de aprendizagem dos conteúdos de Matemática e Biologia de forma lúdica e inovadora, permitindo que os alunos se sintam motivados. Na visão dos autores, embasada por referenciais, o uso do jogo facilita e engaja os alunos no processo de ensino e aprendizagem.

Como possível desafio está o número de aulas necessário para desenvolver uma atividade com jogos. Geralmente, são necessárias mais de uma aula e isso pode gerar um problema no planejamento anual escolar.

3.3.6. Contextualização

A estratégia do uso da contextualização está claramente indicada no artigo de Santos, Rosa e Biazus (2018). Entretanto, apesar de não estar totalmente indicada em outros, essa é uma estratégia recorrente nos artigos, principalmente nos que trabalham com a Resolução de Problemas e a Modelagem Matemática, ao usarem situações-problemas contextualizadas. Conforme visto nos artigos, contextualizar significa estabelecer um contexto e, dentro do ensino de Matemática, isso se trata de usar situações reais ou próximas da realidade para explorar os conceitos matemáticos. Como benefícios do uso dessa estratégia, temos principalmente a percepção por parte do aluno da presença da Matemática em situações reais e do cotidiano, contribuindo para o seu interesse e motivação em aprender Matemática, bem como facilitando sua aprendizagem.

No artigo mencionado, de Santos, Rosa e Biazus (2018), as autoras trabalham com situações-problema contextualizadas. Elas observam que os estudantes, ao realizarem a atividade, passam a se envolver de forma mais efetiva com o objeto do conhecimento, nesse caso a noção de função. A contextualização pode gerar o interesse dos alunos e levá-los a participar significativamente da atividade, mostrando compreender melhor o conceito de função.

Como possível desafio dessa estratégia temos a forma de se fazer uma contextualização. Muitas vezes a proposta de contextualização não dialoga com o cotidiano do aluno, sendo uma situação muito distante da realidade dele. Ou também, a proposta de contextualização pode

trazer uma situação mais próxima do cotidiano do aluno, mas que, de fato, não está presente na realidade ou na prática humana. Esses dois casos podem levar a desanimar os alunos ao invés de motivá-los.

3.3.7. Etnomatemática e Etnomodelagem

As estratégias da Etnomatemática e Etnomodelagem estão presentes no artigo de Santos e Madruga (2019). Sobre a Etnomatemática, temos que ela procura compreender como um determinado grupo social utiliza os conhecimentos matemáticos construídos ao longo dos anos e como esses conhecimentos são utilizados para solucionar os seus problemas do dia a dia. Já a Etnomodelagem estuda os conhecimentos matemáticos de um determinado grupo social, usando como apoio metodológico a Modelagem Matemática e a Etnomatemática e, por meio da pesquisa, estuda as manifestações matemáticas dentro de uma realidade local. Como vantagens do uso dessas estratégias, podemos citar que elas tornam o ensino mais prazeroso, ao conectá-lo à realidade e ao cotidiano dos alunos, permitindo um melhor entendimento.

No artigo de Santos e Madruga (2019), os autores trabalham uma proposta usando a Etnomatemática e a Etnomodelagem para modelar a produção de chocolate artesanal de uma fábrica local. De acordo com os autores, o uso da estratégia permitiu aos estudantes conhecer um pouco do cotidiano da fábrica local e poder entrar em contato com a etnomatemática utilizada pelos funcionários. A fábrica fazia parte da realidade e do contexto cultural dos estudantes. Santos e Madruga notam que os alunos conseguiram ver a importância de sistematizar a produção de chocolate por meio de dados para se ter entendimento dos possíveis lucro ou prejuízo que podem ser gerados na produção de chocolate. Através da visita, dos diálogos e da proposta, os autores apontam que os alunos puderam compreender o conceito de função.

Conforme nos diz Melo (2021), cada grupo social “têm sua própria maneira de entender, explicar, lidar com o ambiente natural, social e cultural em que vive. Daí a necessidade de alternativas que facilitem o processo ensino-aprendizado de cada grupo” (MELO, 2021, p. 7686). Ele aponta ainda que

A etnomatemática surgiu no início da década de 1970 com base em críticas sociais acerca do ensino tradicional da matemática, fundamentalmente em função da análise das práticas matemáticas em seus diferentes contextos culturais. Em sua evolução, o conceito passou a designar as diferenças culturais nas diferentes formas de conhecimento. Conceitualmente, a etnomatemática parte do pressuposto de que o ensino de matemática deve levar em consideração o contexto social e, a realidade

sócio-cultural do aluno, o ambiente em que ele vive e o conhecimento matemático que ele traz de suas experiências cotidianas. (MELO, 2021, p. 7686)

3.3.8. História da Matemática

A estratégia do uso da História da Matemática aparece no artigo de Maciel e Cardoso (2014). Como potencialidades apontadas para essa estratégia, temos que ela contribui para o ensino por: (a) motivar e atrair alunos; (b) humanizar a matéria; (c) promover uma melhor compreensão dos conceitos científicos; (d) haver um valor intrínseco na compreensão de certos episódios da História da Ciência; (e) demonstrar que a ciência é mutável e instável; (f) auxiliar na construção dos significados dos conceitos matemáticos; (g) contextualizar a construção dos conceitos matemáticos; e (h) permitir ao aluno desenvolver atitudes e valores favoráveis diante do conhecimento matemático.

No artigo de Maciel e Cardoso (2014), a estratégia foi utilizada através do vídeo sobre a história do conceito de função. Os autores mostram que a utilização da História da Matemática através vídeo promoveu nos alunos o interesse e motivação para aprender Matemática, além de permitir a compreensão do conceito de função, a partir da sua construção histórica, desde a Pré-história. A estratégia trouxe um ganho significativo com respeito a desenvolver competências e habilidades como trabalho colaborativo e iniciação à pesquisa histórica. Além disso, despertou o interesse dos alunos para a participação em sala e demonstrou potencial transformador da dinâmica do processo de ensino e aprendizagem, incentivando os alunos a pesquisarem e explorarem os conceitos.

Melo (2021) nos mostra que a história da matemática vem sendo recomendada por educadores matemáticos como estratégia de ensino na escola básica. Ele diz que

Nos PCN constam argumentações e recomendações no sentido de que os professores, em sua formação, precisam conhecer a história dos conceitos matemáticos, precisamente “para que tenham elementos que lhes permitam mostrar aos alunos a matemática como ciência que não trata de verdades eternas, infalíveis e imutáveis, mas como ciência dinâmica, sempre aberta à incorporação de novos conhecimentos” (PCNs, 1997, p. 38). (MELO, 2021, p. 7688-7689)

Além disso, Melo (2021) mostra que

A história da matemática como prática pedagógica vem se constituindo nos últimos anos como de grande relevância para o processo de atribuição de significados aos conceitos matemáticos, vem se tornando importante também como um entre outros recursos metodológicos que está à disposição dos educadores matemáticos e que poderia atender à sua constante expectativa em relação ao desenvolvimento de um trabalho mais satisfatório. (MELO, 2021, p. 7689)

CONSIDERAÇÕES FINAIS

Neste Trabalho de Conclusão de Curso, tivemos como objetivo explorar a noção de função e conhecer diferentes estratégias de ensino e aprendizagem desse conteúdo na Educação Básica, destacando suas potencialidades e desafios. Como objetivos específicos, apontamos: (1) Explorar a noção matemática de função, por meio de uma apresentação dessa noção, do seu desenvolvimento histórico e das principais definições; (2) Apontar justificativas gerais para a presença da noção de função no ensino de Matemática na Educação Básica; (3) Reunir, descrever e estudar diferentes estratégias metodológicas de ensino e aprendizagem do tema; e (4) Apontar quais são as diferentes estratégias encontradas, suas potencialidades e desafios. Para atingir os dois primeiros objetivos, adotamos como metodologia uma pesquisa bibliográfica; já para os dois últimos, utilizamos a revisão bibliográfica sistemática, em que levantamos e estudamos artigos acadêmicos sobre as estratégias.

A noção de função trata-se de uma das mais importantes da Matemática e, como visto, houve um longo processo histórico para sua construção, delimitação e definição. Atualmente, podemos definir função conforme Stewart (2013) e Lima et. al. (2000) em que, dados dois conjuntos A e B , uma função do conjunto A no conjunto B é uma lei ou uma regra que associa cada elemento de A com exatamente um elemento de B . Numa outra formulação possível, de acordo com Iezzi e Murakami (2013), uma função é uma relação binária estabelecida entre dois conjuntos, em que cada elemento do primeiro conjunto forma um par ordenado com um, e somente um, elemento do segundo conjunto. O poder dessa noção é a relação de dependência que ela estabelece, permitindo que a ideia seja aplicada em diversas situações práticas em que grandezas dependem umas das outras.

Como visto no trabalho, essa temática está presente no ensino de Matemática na Educação Básica, conforme direcionam os PCN e a BNCC. Os PCN apontavam que o estudo das funções permite que o aluno assimile a linguagem algébrica como a linguagem das ciências. Na BNCC, o tema também aparece relacionado à Álgebra, estando presente na unidade temática “Álgebra” no E.F. Anos Finais e na unidade “Números e Álgebra” no E.M., contribuindo na capacidade de abstração e generalização, auxiliando na resolução de problemas. Com relação às habilidades, esse tema está presente em 18 delas ao total, diretamente ou indiretamente.

Conforme mencionado, a forma como o tema tem sido ensinado segue a chamada abordagem tradicional, caracterizada pela apresentação de algumas ideias e técnicas matemáticas e a posterior resolução de exercícios pelos alunos como forma de treinamento e aplicação das ideias apresentadas. Embasados por referencial teórico, afirmamos que essa

forma de ensino não consegue responder às necessidades da Educação Básica e uma abordagem diferenciada se faz necessária, com o uso de diferentes estratégias. Assim, fizemos um levantamento de modo organizado por artigos acadêmicos que apontam estratégias de ensino da noção de função. Esse levantamento levou a 13 artigos, que descrevemos no Capítulo 2 e sintetizamos no Capítulo 3. Na descrição, destacamos o objetivo dos artigos, referencial teórico utilizado, as justificativas, a fundamentação feita, os resultados apontados e as considerações. Na síntese, destacamos as estratégias, com suas potencialidades e desafios. As estratégias encontradas foram: as Tecnologias da Informação e Comunicação (TIC), a Modelagem Matemática, a Resolução de Problemas, a Interdisciplinaridade, o Uso de Jogos, a Contextualização, a Etnomatemática, a Etnomodelagem e a História da Matemática.

Como potencialidades, destacamos que, em geral, cada uma das estratégias contribui para motivar e engajar os alunos a aprenderem Matemática. Elas ajudam a criar um ambiente favorável para a aprendizagem, permitindo e facilitando a aquisição dos conhecimentos pelos alunos, desenvolvimento dos diferentes aspectos da Matemática – visual, intuitivo, abstrato, entre outros, desenvolvimento de habilidades e competências, além de atitudes favoráveis diante do conhecimento matemático, contribuindo para formação dos alunos como cidadãos críticos e responsáveis. Como desafios, temos principalmente a quantidade de aulas que as estratégias demandam, a falta de preparo e conhecimento dos professores diante delas e a falta de costume dos alunos com atividades não tradicionais. Porém, todos esses desafios podem ser superados: as estratégias podem ser adaptadas conforme a realidade da escola e dos alunos; os professores podem buscar um conhecimento maior sobre as estratégias; e, por fim, o uso delas pode ser cada vez mais recorrente, levando os alunos a se acostumarem.

Como toda pesquisa acadêmica, este trabalho tem suas limitações. Algumas delas podem ser os recortes feitos na busca por artigos e a generalidade da busca por diversas estratégias. Como recomendações de continuidade dessa pesquisa, indicamos que podem ser feitas buscas mais amplas por artigos acadêmicos, que englobem uma maior quantidade de materiais, com descrições mais sucintas. Uma outra recomendação é a pesquisa mais específica por alguma das estratégias apontadas, mostrando mais profundamente seus benefícios e desafios. Feitas essas ressalvas, cremos que os objetivos aqui propostos foram atingidos e concluímos afirmando que este trabalho atingiu suas expectativas e nele pudemos explorar a noção de função, bem como as estratégias para o ensino e aprendizagem desse tema, com suas potencialidades e desafios.

REFERÊNCIAS

Referências gerais

ALKIMIM, E.; PAIVA, M. A. V. A transposição didática e o conceito de função. **Revista Eletrônica Debates em Educação Científica e Tecnológica**, Vitória – ES, v. 2, n. 02, p. 39-51., dez., 2012. Disponível em: <<https://ojs.ifes.edu.br/index.php/dect/article/view/35>>. Acesso em out. de 2021.

BRASIL. Ministério da Educação. Secretaria de Educação Média e Tecnológica. **Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN) – Ensino Médio**, Brasília-DF: editora, 1999.

BRASIL. Ministério da Educação. Base Nacional Comum Curricular. Brasília, 2018. Disponível em: <http://basenacionalcomum.mec.gov.br/images/BNCC_EI_EF_110518_versaofinal_site.pdf>. Acesso em out. de 2021.

BRASIL. Parecer CNE/CES 1.302/2001. Ministério da Educação: Conselho Nacional de Educação. Brasília, 2001. Disponível em: <<http://portal.mec.gov.br/cne/arquivos/pdf/CES13022.pdf>>. Acesso em out. de 2020.

DANTE, Luiz Roberto. Matemática: contexto e aplicações. **São Paulo: Ática**, v. 1, 2016. Disponível em: <https://saber.com.br/obras/Aplicacoes/Edocente/plugins/pdfjs-sem-download-e-print/web/viewer.html?file=https://saber.com.br/obras/PNLD/PNLD_2018/MatematicaContAplc/1o%20Ano/MatematicaContAplc_1_MP_0008P18023_PNLD2018.pdf>. Acesso em dez. de 2021.

FREIRE, P. **Pedagogia do oprimido**. 17ª Ed. Rio de Janeiro: Paz e Terra, 1987.

GALVÃO, M. C. B.; RICARTE, I. L. M. Revisão sistemática da literatura: conceituação, produção e publicação. **LOGEION: Filosofia da informação**, Rio de Janeiro, v. 6, n. 1, p.57-73, set.2019/fev. 2020. Disponível em: <<http://revista.ibict.br/fiinf/article/view/4835>>. Acesso em nov. de 2021.

GARCIA, V. C. **Múltiplos significados para o conceito de função**, 2004. 8 p. Disponível em: <http://mat.ufrgs.br/~vclotilde/disciplinas/laboratorio/texto_funcoes.pdf>. Acesso em nov. de 2021.

GIL, A. C. **Métodos e técnicas de pesquisa social**. 6. Ed. São Paulo: Atlas, 2008.

HJORLAND, B. Concept theory. **Journal of the American Society for Information Science and Technology**, v. 60, n. 8, p. 1519-1536, 2009.

IEZZI, G.; MURAKAMI, C. **Fundamentos de Matemática Elementar**. Vol 1. 9ª ed. São Paulo: Atual, 2016.

LEITE, L. R. **Considerações sobre o processo ensino-aprendizagem de funções**. 2016, 78 f. Dissertação de Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional. UEPG – Ponta Grossa, 2016. Disponível em: <<https://tede2.uepg.br/jspui/handle/prefix/1508>>. Acesso em out. de 2021.

LIMA, E. L. et al. **A Matemática do Ensino Médio** – vol. 1. 5ª ed. Rio de Janeiro: SBM, 2000.

MACULAN, B. C. M. dos S.; LIMA, G. A. B. de O. Buscando uma definição para o conceito de “conceito”. **Perspectivas em Ciência da Informação**, v. 22, p. 54-87, 2017. Disponível em: <<https://www.scielo.br/j/pci/a/5F7BjgVMJnBFsNHnsMTCMzM/?format=pdf&lang=pt>>.

Acesso em dez. de 2021.

MELO, J. R. Ensino e aprendizagem de matemática, seus fundamentos filosófico-científicos, suas estratégias e possibilidades. **Brazilian Journal of Development**, p.7680-7691, 2021. Disponível em: <<https://brazilianjournals.com/ojs/index.php/BRJD/article/view/23496>>.

Acesso em nov. de 2021.

MENEGHETTI, R. C. G.; REDLING, J. P. Tarefas Alternativas para o Ensino e a Aprendizagem de Funções: análise de uma intervenção no Ensino Médio. **Bolema**, Rio Claro (SP), v. 26, n. 42ª, p. 193-229, abr. 2012. Disponível em: <<https://www.periodicos.rc.biblioteca.unesp.br/index.php/bolema/article/view/5803>>. Acesso em nov. de 2021.

OLIVEIRA, M. de S. Uma reflexão sobre a ideia de superação do ensino tradicional na educação matemática: a dicotomia entre a abordagem clássica e abordagens inovadoras em foco. **BoEM**, Joinville, v. 7, n. 14, p. 79-93, dez. 2019. Disponível em: <<https://www.revistas.udesc.br/index.php/boem/article/view/16816>>. Acesso em nov. de 2021.

OLIVEIRA, N. **Conceito de função: uma abordagem do processo ensino-aprendizagem**. 1997. 174 f. Dissertação de Mestrado em Ensino da Matemática. PUC –São Paulo. 1997. Disponível em:

<http://www.educadores.diaadia.pr.gov.br/arquivos/File/2010/artigos_teses/MATEMATICA/Oliveira.pdf>. Acesso em nov. de 2021.

PONTE, J. P. da. O conceito de função no currículo de Matemática. **Educação e Matemática**, n. 15, p. 3-9, 1990. Disponível em: <<https://em.apm.pt/index.php/em/article/view/222>>. Acesso em dez. de 2021.

ROSSINI, R. **Saberes docentes sobre o tema função: uma investigação das praxeologias**. 2006, 383 f. Tese (Doutorado em Educação Matemática) – PUC/SP, São Paulo, 2006.

SANTOS, M. E. de O.; SANTOS, E. C. dos. O Google Acadêmico como mecanismo de auxílio na construção de trabalhos científicos e correlato ao letramento informacional. In: **VIII Seminário de Saberes Arquivísticos**. 2017. Disponível em: <<http://www.ufpb.br/evento/index.php/viii/sesa/paper/view/4594>>. Acesso em nov. de 2021.

SÃO PAULO. Secretaria da Educação do Estado de São Paulo. União dos Dirigentes Municipais de Educação do Estado de São Paulo. Currículo Paulista. São Paulo: SEE-SP/UNDIME-SP, 2019. Disponível em: <<https://efape.educacao.sp.gov.br/curriculopaulista/wp-content/uploads/2019/09/curriculo-paulista-26-07.pdf>>. Acesso em nov. de 2021.

SÃO PAULO. Secretaria da Educação do Estado de São Paulo. União dos Dirigentes Municipais de Educação do Estado de São Paulo. Currículo Paulista. São Paulo: SEE-SP/UNDIME-SP, 2020. Disponível em: <<https://efape.educacao.sp.gov.br/curriculopaulista/wp-content/uploads/2020/08/CURR%C3%8DCULO%20PAULISTA%20etapa%20Ensino%20M%C3%A9dio.pdf>>. Acesso em nov. de 2021.

STEWART, James. **Cálculo** – vol. 1. 7ª ed. São Paulo: Pioneira Thompson Learning, 2013.

ZUFFI, E. M. Alguns aspectos do desenvolvimento histórico do conceito de função. **Hipátia: Revista Brasileira de História, Educação e Matemática**, Campos do Jordão, v. 1, n. 1, p. 1-10, 2016. Disponível em: <<http://ojs.ifsp.edu.br/index.php/hipatia/article/view/436>>. Acesso em nov. de 2021.

Referências dos artigos para revisão sistemática

ABAR, C. A. A. P.; SILVA, H. N. Proposta de estudo de função mediada pelo GeoGebra. **Acta Scientiae**, v. 20, n. 1, p. 75-94, 2018. Disponível em: <<http://www.periodicos.ulbra.br/index.php/acta/article/view/3831/2818>>. Acesso em nov. de 2021.

ASSUNÇÃO, J. A.; MOREIRA, M. A.; SAHELICES, C. C. Aprendizagem significativa: resolução de problemas e implicações para aprendizagem de função. **Aprendizagem Significativa em Revista**, v.8, p. 30-44, 2018. Disponível em: <http://www.if.ufrgs.br/asr/artigos/Artigo_ID157/v8_n2_a2018.pdf>. Acesso em nov. de 2021.

MACIEL, P. R. C.; CARDOSO, T. F. L. A História do Conceito de Função em Vídeo: uma proposta para a aprendizagem. **Bolema: Boletim de Educação Matemática**, v. 28, p. 1348-1367, 2014. Disponível em: <<https://www.scielo.br/j/bolema/a/6RW5T7phdxhyHdWMjQZp7nL/?format=pdf&lang=pt>>. Acesso em nov. de 2021.

MADRUGA, A. C.; SANTANA, A. L. L. S. de. Domínio e imagem de uma função: uma abordagem por meio do jogo bingo das funções. In: ENCONTRO PARAIBANO DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA (EPBEM), 7., 2012, João Pessoa, Paraíba. **Anais...** Campina Grande: Realize Editora, 2012. Disponível em: <https://www.editorarealize.com.br/editora/anais/epbem/2012/Relato_17.pdf>. Acesso em nov. de 2021.

MAGARINUS, R.; BULIGON, L.; MARTINS, M. M. Uma proposta para a introdução do ensino de Funções através da utilização do programa Tracker. **Ciência e Natura**, v. 37, n. 3, p. 481-498, 2015. Disponível em: <<https://www.redalyc.org/pdf/4675/467547643041.pdf>>. Acesso em nov. de 2021.

PEREIRA, A. F. R. et al. Experiência com modelagem matemática com uma turma do 1º ano do Ensino Médio. **Editora da Universidade do Estado do Pará**, v.1, p. 10-23, 2021. Disponível em: <https://web.archive.org/web/20210612013642id_/https://paginas.uepa.br/eduepa/wp-content/uploads/2021/06/praticas_colaborativas.pdf#page=10>. Acesso em nov. de 2021.

PIRES, R. F.; MAGINA, S. Introduzindo o conceito de função de maneira significativa: a modelação do funcionamento de uma bomba d'água. **Simpósio Internacional de Pesquisa em Educação Matemática (SIPEMAT)**, 3., 2012, Fortaleza, Ceará. Disponível em: <<https://proativa.virtual.ufc.br/sipemat2012/papers/125/submission/director/125.pdf>>. Acesso em nov. de 2021.

SANTOS, N. F. dos; ISAIA, S. M. Metodologia da Resolução de Problemas e o aplicativo Winplot para a construção do conceito de função por alunos do Ensino Médio. In: ESCOLA

DE INVERNO DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA (EIEMAT), 4., 2014, Santa Maria, Rio Grande do Sul. **Anais...** Santa Maria, 2014. Disponível em: <https://www.ufsm.br/app/uploads/sites/534/2020/03/CC_Santos_Noelli.pdf>. Acesso em nov. de 2021.

SANTOS, A. dos; ROSA, C. T. W. da; BIAZUS, M. de O. Abordagem do conceito de função no ensino fundamental partindo da aproximação com o cotidiano. **Revista Brasileira de Ensino de Ciências e Matemática**, v. 1, n. 2, p. 198-213, 2018. Disponível em: <<http://seer.upf.br/index.php/rbecm/article/view/8982/114114414>>. Acesso em nov. de 2021.

SANTOS, J.; MADRUGA, Z. E. F. Produção Artesanal de chocolate & Modelagem Matemática: compreensão do conceito de função por estudantes do Ensino Fundamental. Encontro Baiano de Educação Matemática, 18.,2019. **Anais...** Ilhéus, BA, 2019. Disponível em: <https://casilhero.com.br/ebem/mini/uploads/anexo_final/71d30269bb6e487829d13d3fd7ad80ef.pdf>. Acesso em nov. de 2021.

SANTOS, D. F. dos et al. Proposta pedagógica: a interdisciplinaridade da matemática com a biologia para o ensino de funções por meio do jogo. **Ciências em Foco**, v. 13, p. 1-15, 2020. Disponível em: <<https://econtents.bc.unicamp.br/inpec/index.php/cef/article/view/9827/9329>>. Acesso em nov. de 2021.

SILVA, J. da.; COSTA, H. da. O conceito de função através da modelagem matemática sobre a produção do espaço urbano em Manaus. **Revista Areté | Revista Amazônica de Ensino de Ciências**, v. 2, n. 2, p. 44-57, 2017. Disponível em: <<http://periodicos.uea.edu.br/index.php/arete/article/view/299>>. Acesso em nov. de 2021.

STRAPASON, Lísie Pippi Reis; BISOGNIN, Eleni. Jogos pedagógicos para o ensino de funções no primeiro ano do Ensino Médio. **Bolema: Boletim de Educação Matemática**, v. 27, p. 579-595, 2013. Disponível em: <<https://www.scielo.br/j/bolema/a/yhvTDGQ5pVg6DFszxFhWsvJ/?format=pdf&lang=pt>>. Acesso em nov. de 2021.