Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia de São Paulo
Campus São Paulo

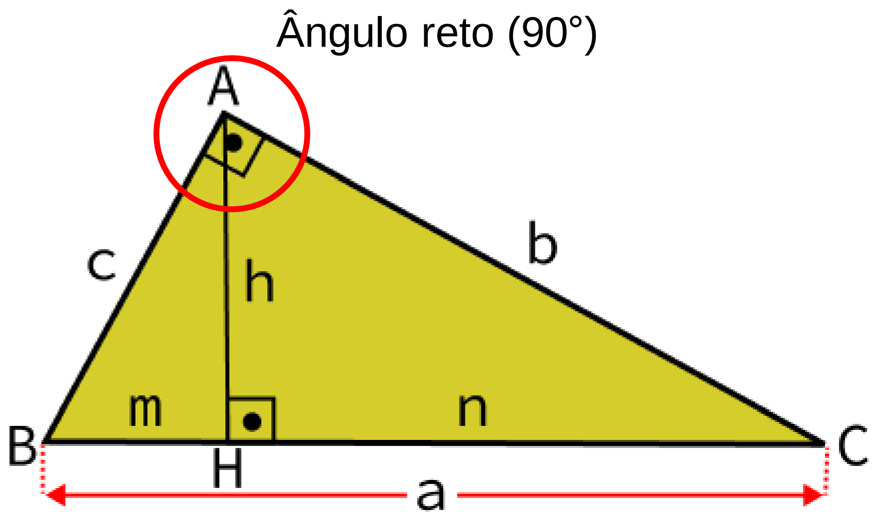
Vetores

LFS 3ª série EMI

André Cipoli

Triângulo Retângulo

• Valores notáveis:



a → hipotenusa

b, c → catetos

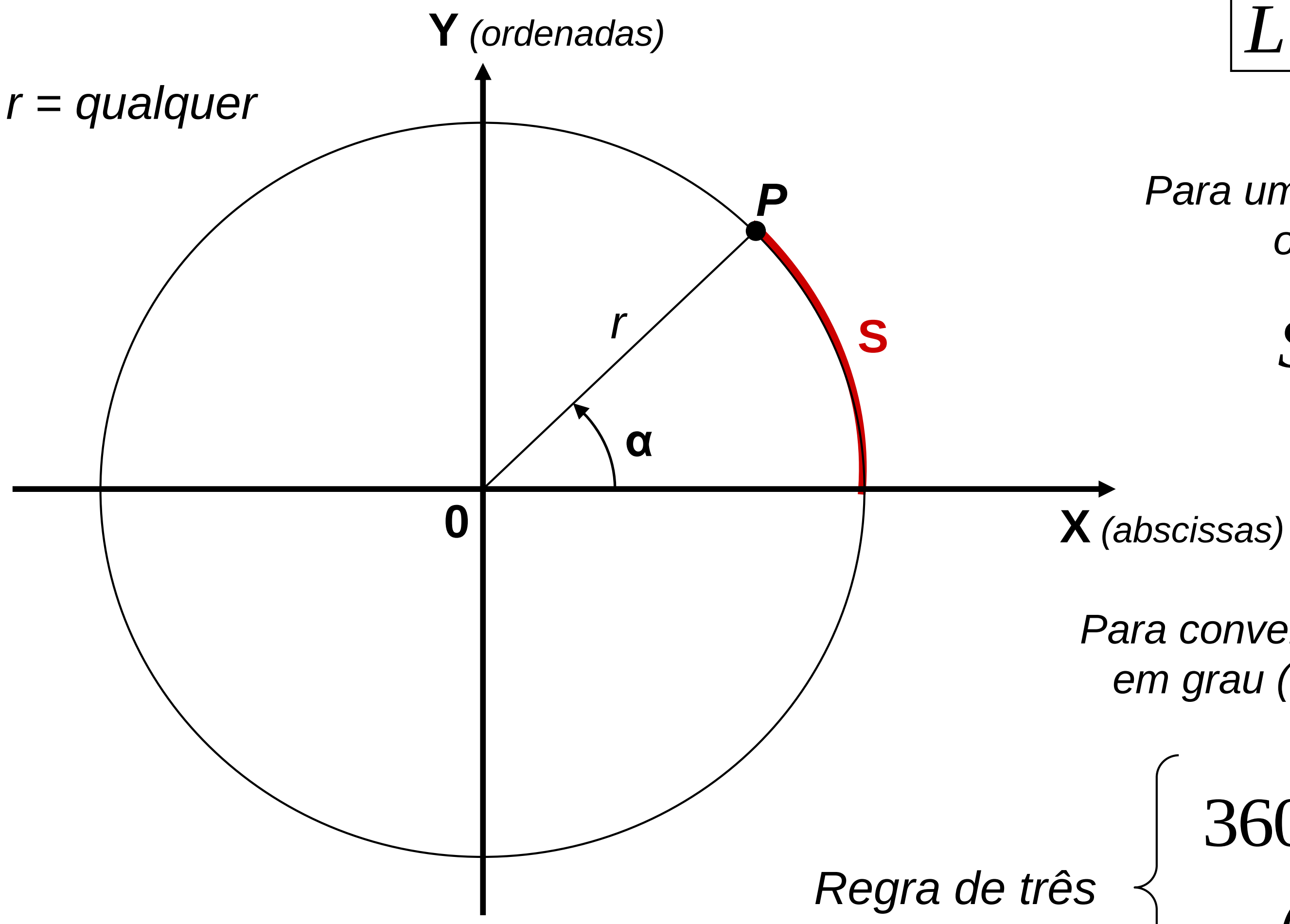
h → altura em relação a BC

b → altura em relação a AB

c → altura em relação a AC

• Teorema de Pitágoras: $\boxed{a^2 = b^2 + c^2}$

Circunferência



Perímetro

$$\boxed{L = 2 \times \pi \times r}$$

*Para um ângulo **α** qualquer, o arco **S** vale:*

$$S = \alpha \times r$$

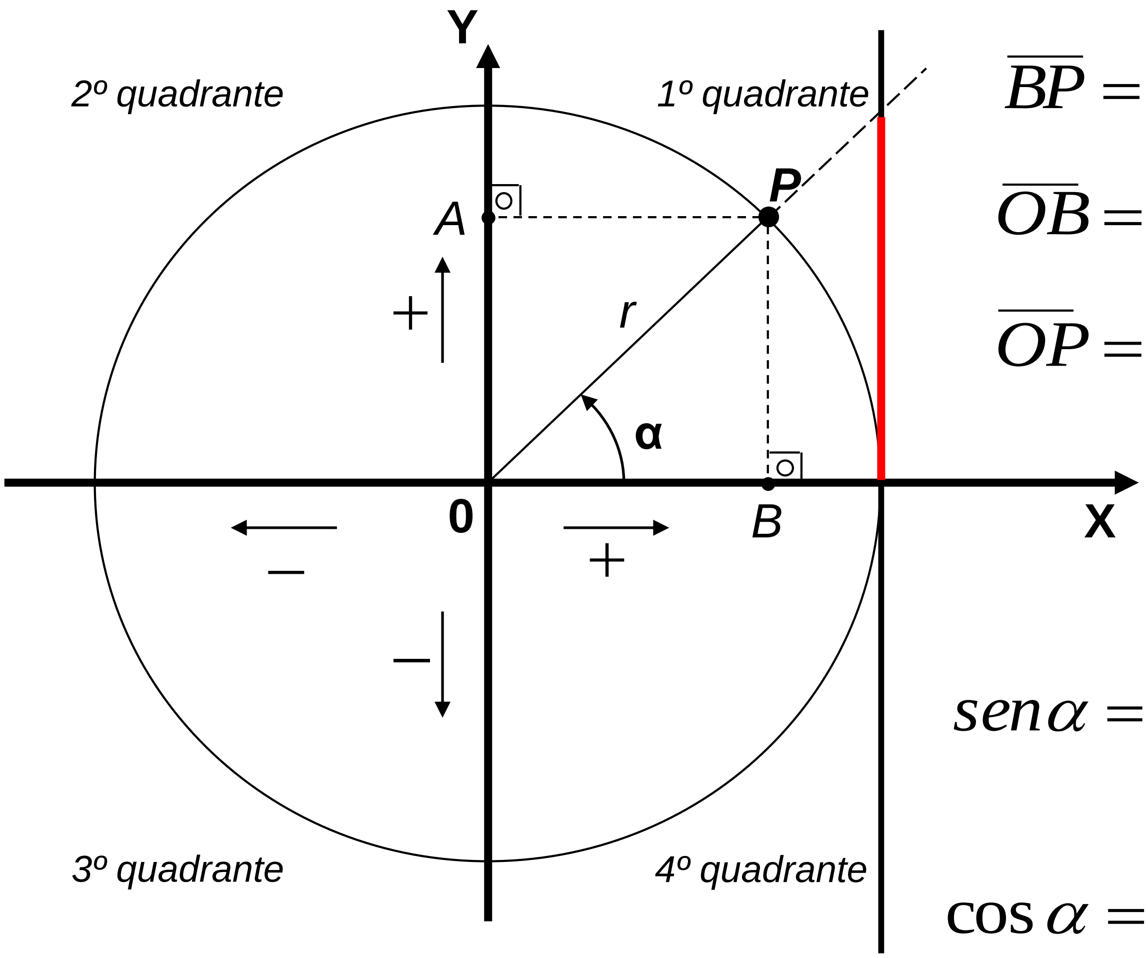
$\alpha \rightarrow$ radiano

*Para converter um ângulo **α** , dado em grau (°), para radiano (rad):*

Regra de três
$$\left\{ \begin{array}{l} 360° \rightarrow 2\pi(rad) \\ \alpha(°) \rightarrow x(rad) \end{array} \right.$$

$$\boxed{\pi = 3{,}1416...}$$

Círculo Trigonométrico



$$\overline{BP} = cateto\,oposto = \overline{OA}$$

$$\overline{OB} = cateto\,adjacente = \overline{AP}$$

$$\overline{OP} = hipotenusa$$

$$sen\,\alpha = \frac{cateto\,oposto}{hipotenusa} = \frac{\overline{OA}}{\overline{OP}}$$

$$\cos\alpha = \frac{cateto\,adjacente}{hipotenusa} = \frac{\overline{OB}}{\overline{OP}}$$

$$tg\,\alpha = \frac{cateto\,oposto}{cateto\,adjacente} = \frac{\overline{OA}}{\overline{OB}}$$

r → raio de curvatura = 1

<u>*Grandezas Físicas*</u>

*São entidades criadas pelo homem, que definem **<u>quantitativamente</u>** as propriedades de um fenômeno ou um corpo.*

- ## <u>*Grandezas Escalares*</u>

São aquelas expressas por um número e uma unidade de medida.

Exemplos: Massa, Temperatura, Energia, Volume, Área, Tempo, Comprimento, Tensão e Corrente Elétricas, Velocidade, Aceleração, Força etc

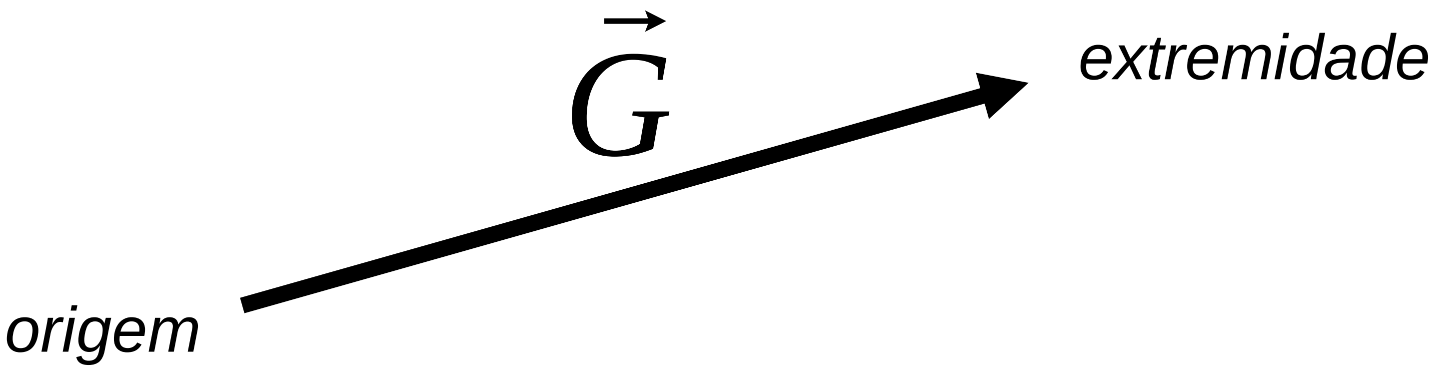
- ## <u>*Grandezas Vetoriais*</u>

*São aquelas que também são expressas por um número e uma unidade de medida, além de um segmento de reta orientado (**<u>vetor</u>**).*

Exemplos: Velocidade, Aceleração, Força, Torque, Posição, Deslocamento, Campos Magnético, Elétrico, Gravitacional etc

Vetor $\rightarrow$ $\boxed{\vec{G}}$

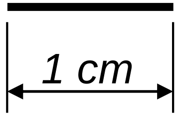
É um segmento de reta orientado, que possui ***módulo*** *(intensidade),* ***direção*** *e* ***sentido****.*



• ***<u>intensidade</u>*** *ou* ***<u>módulo</u>***: é o valor numérico que representa a extensão do segmento de reta, baseado em uma escala de comparação com uma unidade de comprimento.

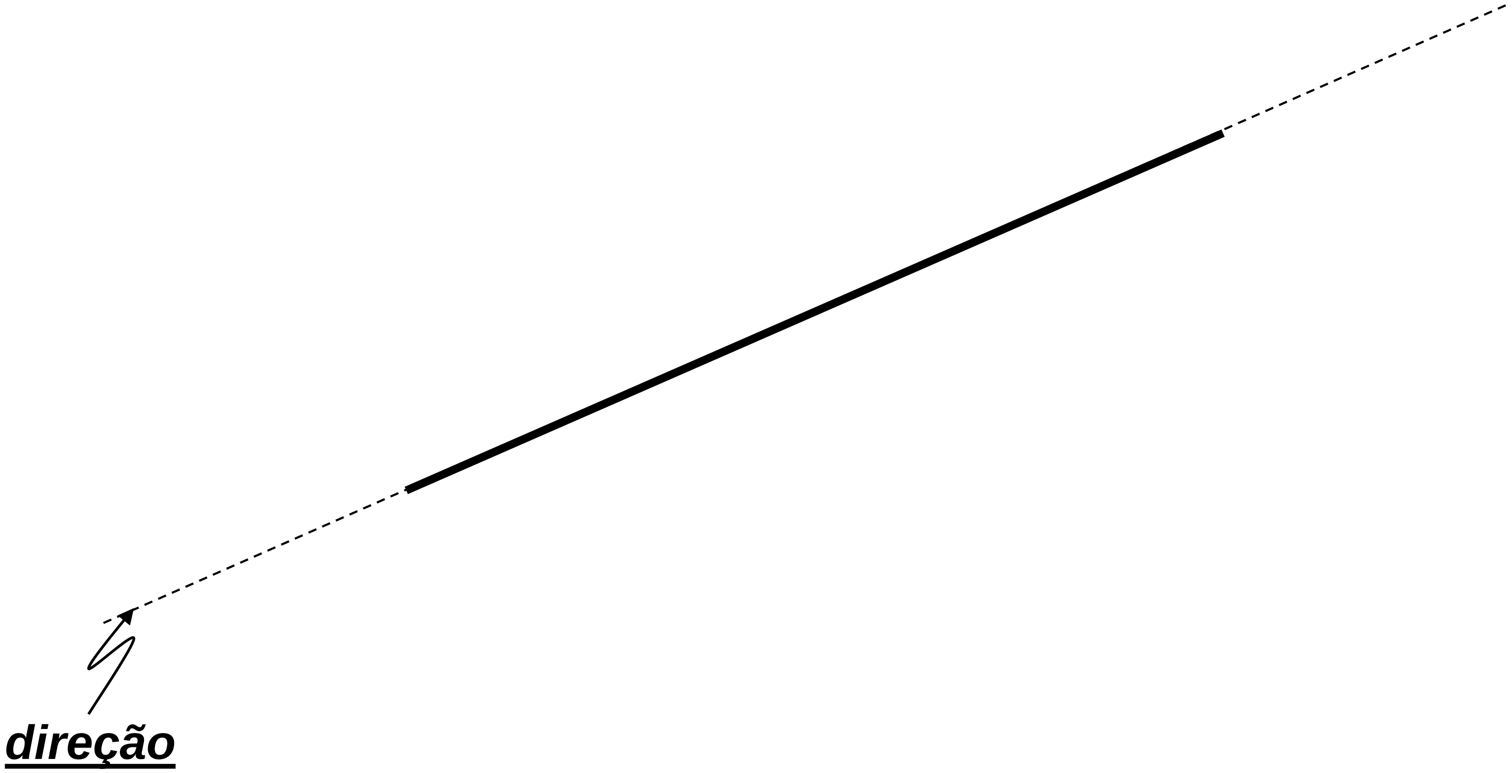
Exemplo: Se a cada *<u>1cm</u>* corresponde a *<u>2N</u>*, com quantos centímetros deve ser desenhado um vetor força de 10N?

$\left|\vec{F}\right| = 2N$

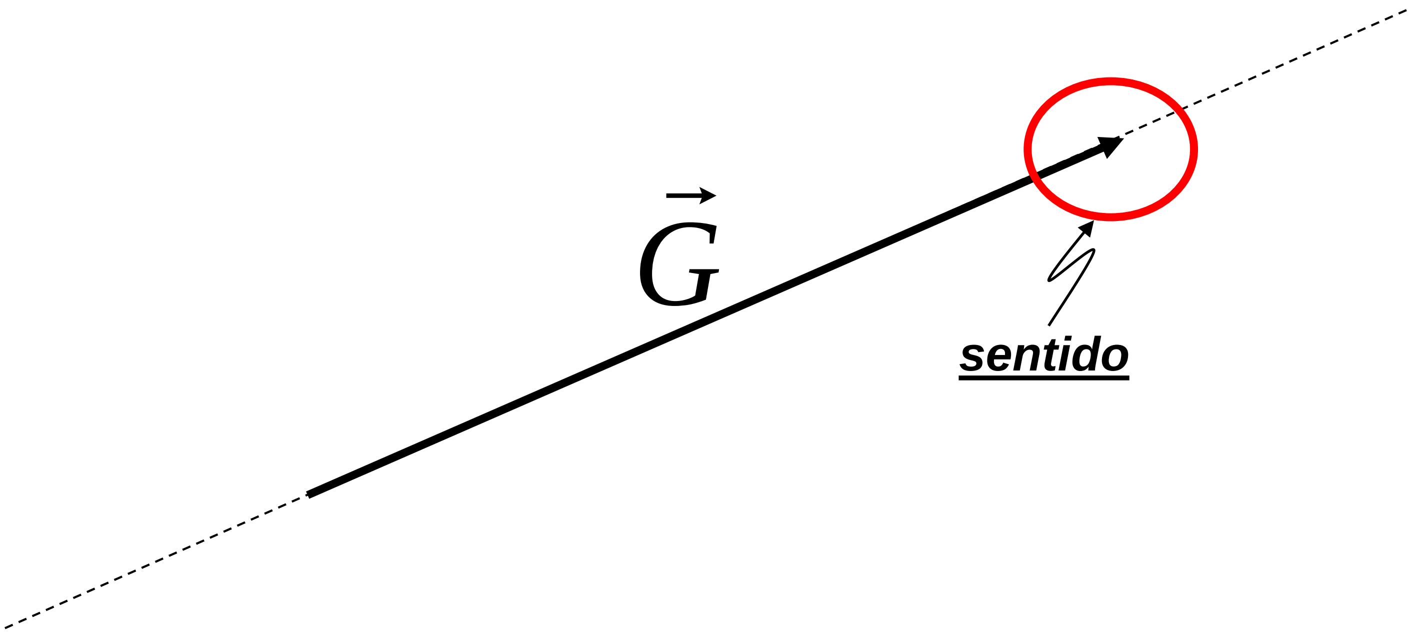


$$\left\{ \begin{array}{l} 2\text{ N} \rightarrow 1\text{ cm} \\ 10\text{ N} \rightarrow \text{X} \end{array} \right\} \text{X} = 5\text{ cm}$$

- ***<u>direção</u>***: é a reta sobre a qual será desenhado o segmento de reta.



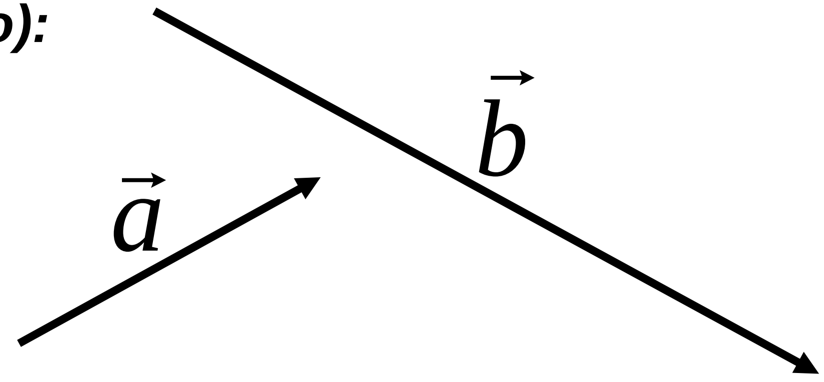
- ***sentido***: é a orientação dada ao segmento de reta para a caracterização completa do vetor.



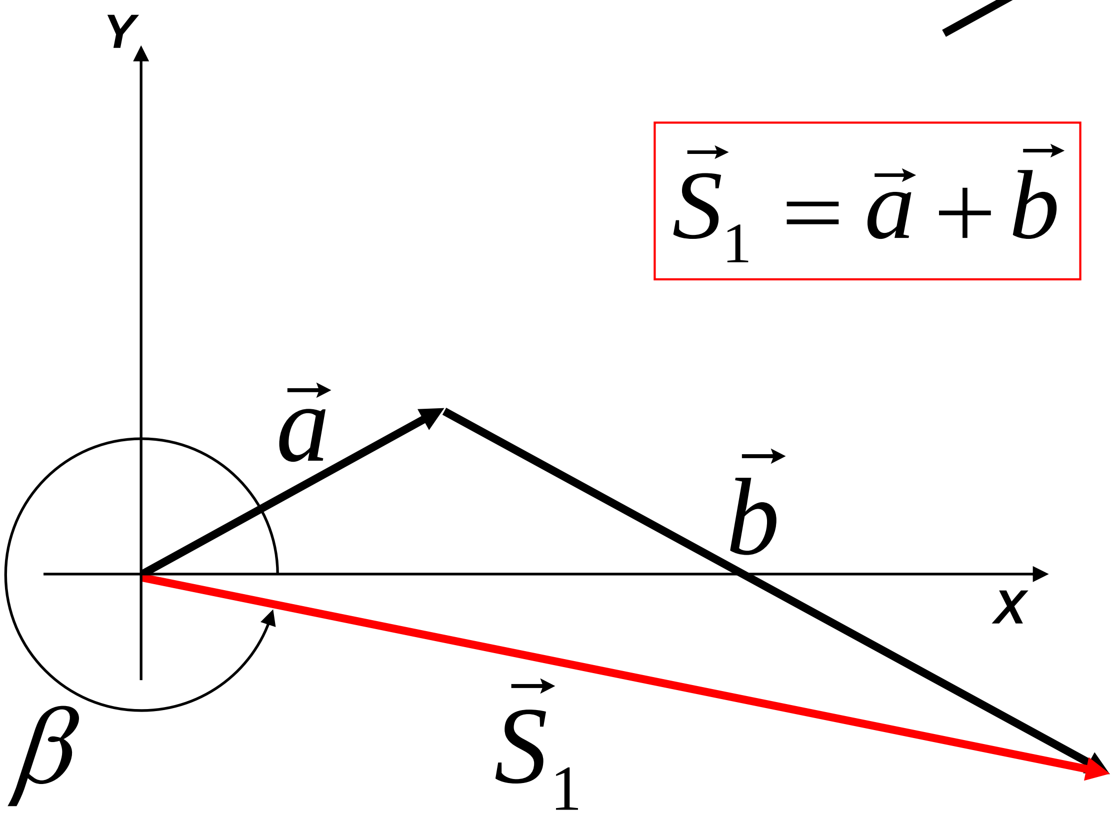
Operações com Vetores

- ***Soma Vetorial (método geométrico):***

  (só vetores da mesma grandeza física)



$$\boxed{\vec{S}_1 = \vec{a} + \vec{b}}$$

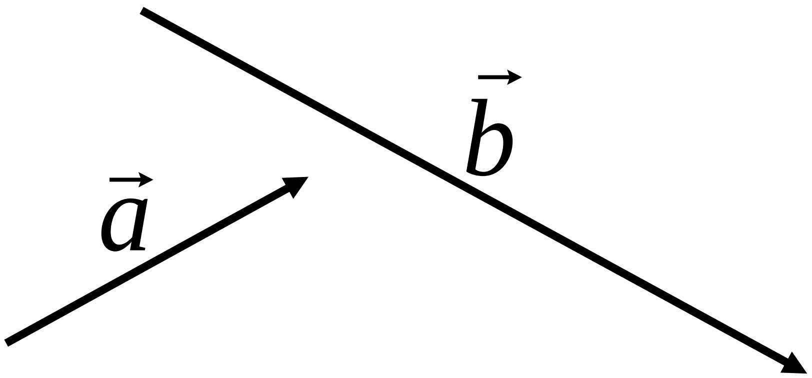


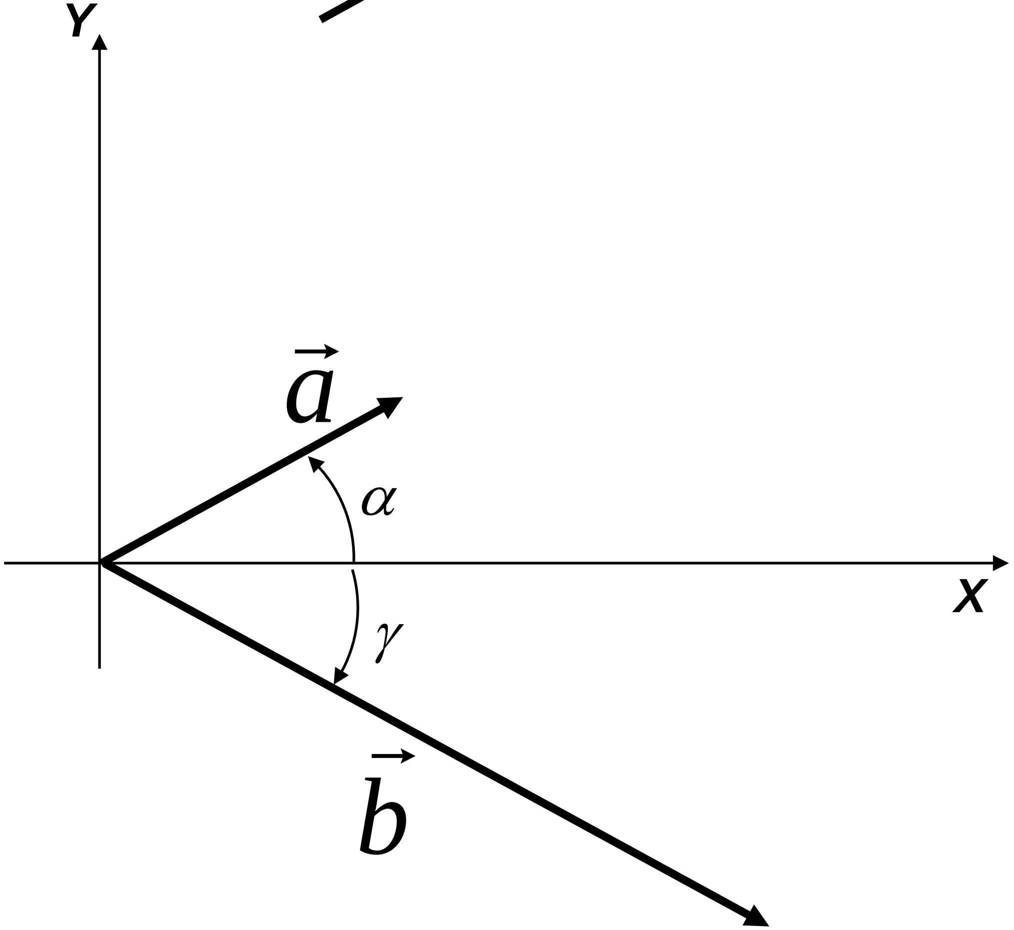
- ***Módulo*** $\rightarrow$ ***<u>Régua</u>*** **+** ***<u>escala</u>***

- ***Direção e sentido*** $\rightarrow$ ***<u>Transferidor</u>***

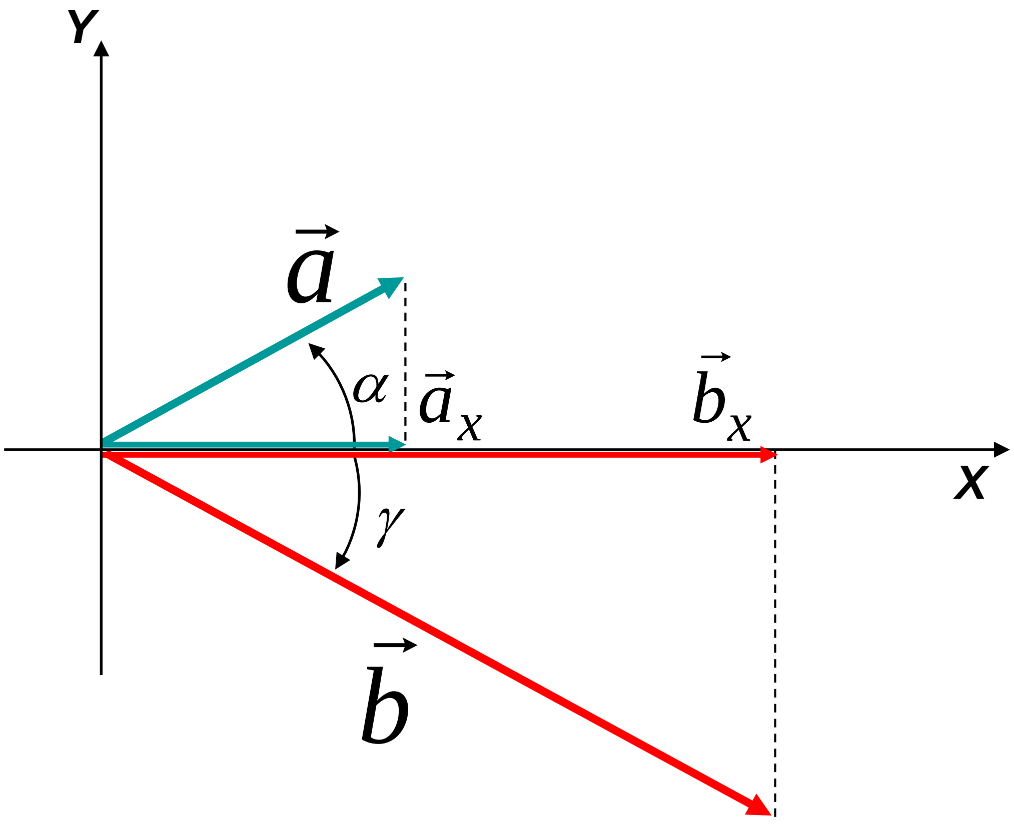
• ***Soma Vetorial (determinação do vetor <u>resultante</u> pelo método analítico ou das Projeções):***

$$\boxed{\vec{S} = \vec{a} + \vec{b}}$$





• ***projeção na direção do eixo X:***



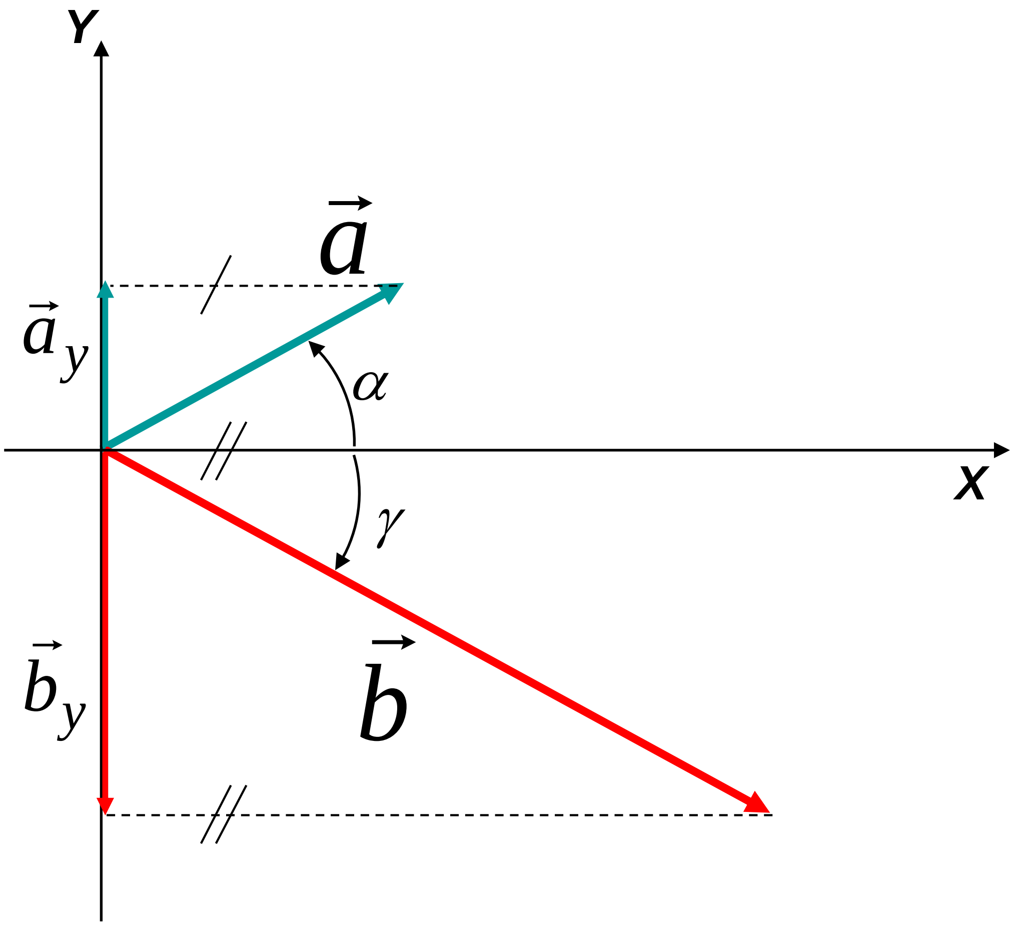
$$a_x = a.\cos\alpha$$

$$b_x = b.\cos\gamma$$

$$\boxed{S_x = +a_x + b_x}$$

"No cálculo de S_x , o sinal algébrico das projeções deve respeitar a orientação do sistema de coordenadas adotado."

• ***projeção na direção do eixo Y:***



$$a_y = a.sen\alpha$$

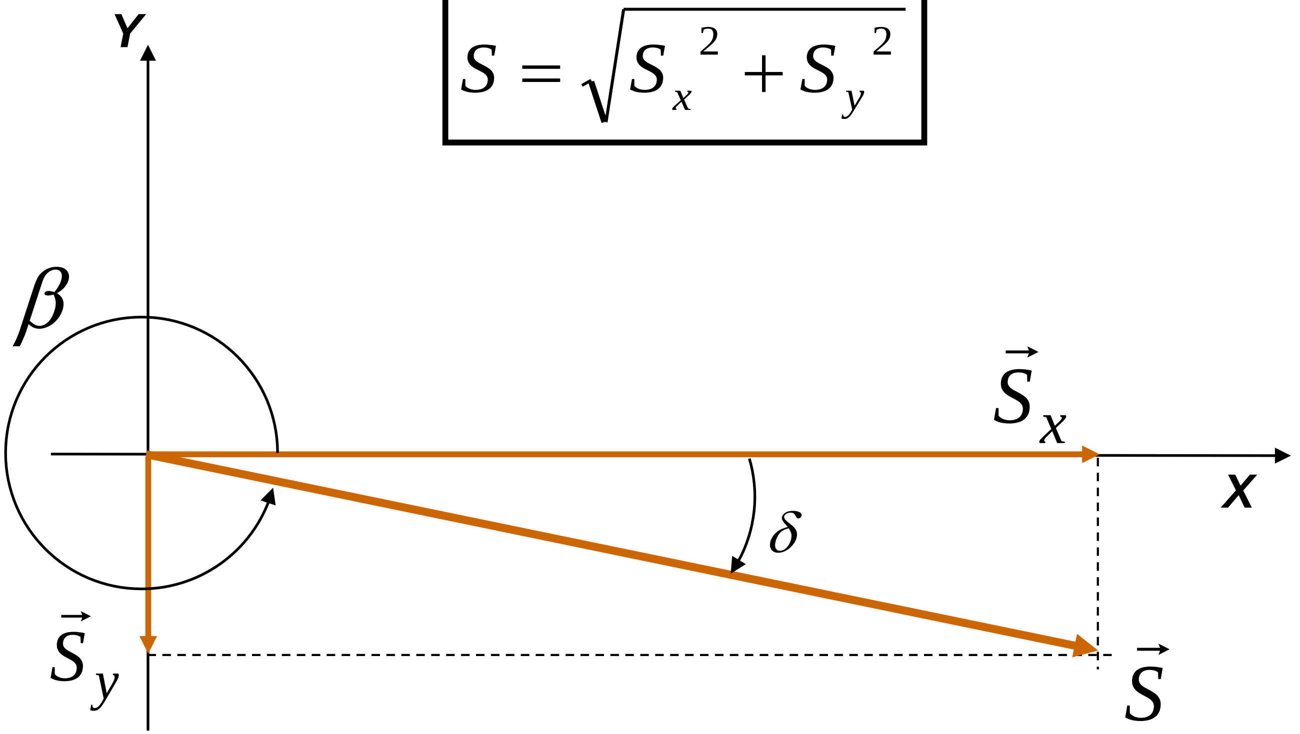
$$b_y = b.sen\gamma$$

$$\boxed{S_y = +a_y + b_y}$$

"No cálculo de S_y, o sinal algébrico das projeções deve respeitar a orientação do sistema de coordenadas adotado."

• ***Determinação das características do vetor S:***

$$\boxed{S = \sqrt{S_x^{\ 2} + S_y^{\ 2}}}$$



Dica: para definir β, calcular o ângulo δ como se fosse de 1º quadrante e depois subtrair de 360º.

$$sen\delta = \frac{S_y}{S} \qquad \cos\delta = \frac{S_x}{S} \qquad tg\,\delta = \frac{S_y}{S_x}$$

Por exemplo, usando-se $$\boxed{sen\delta = \frac{S_y}{S}}$$

Calcula-se $$\boxed{\delta = arcsen\frac{S_y}{S}}$$

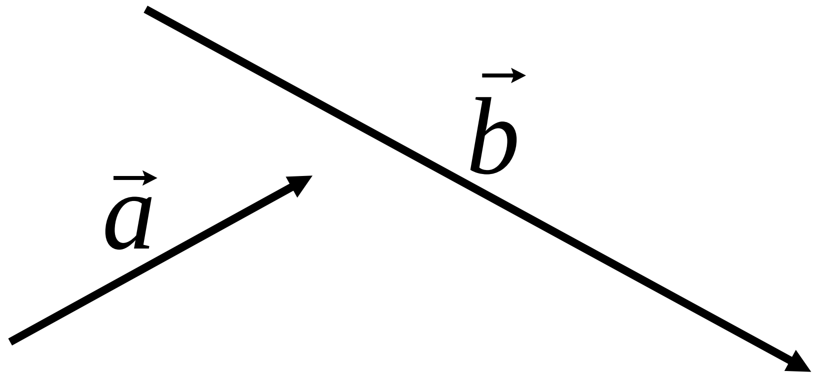
Praticar com a calculadora científica!!

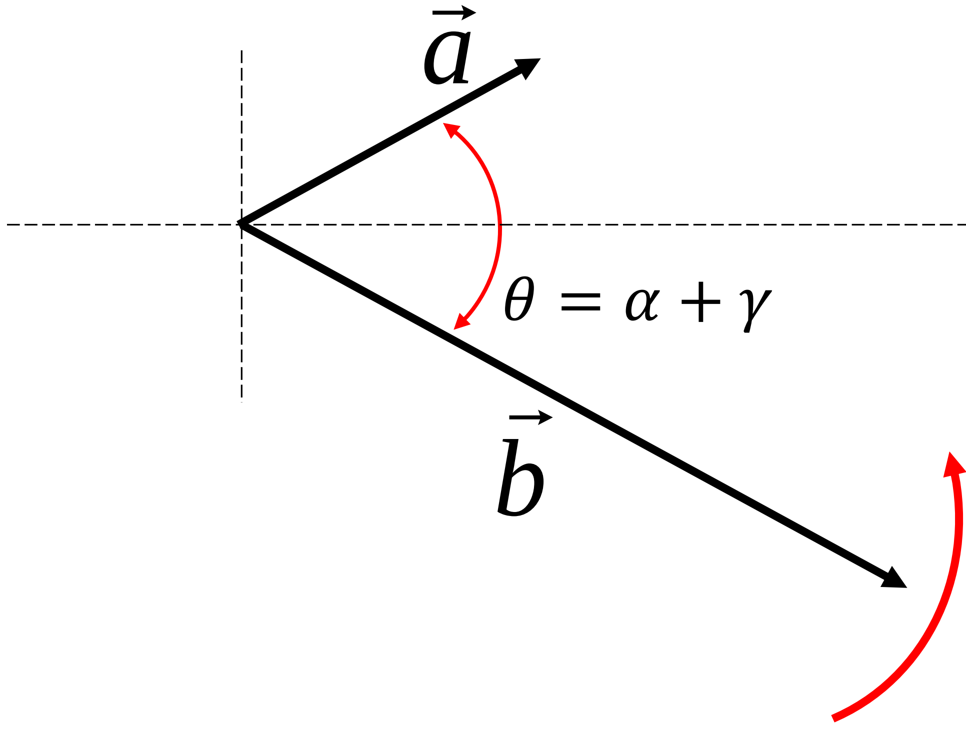
Finalmente, $$\boxed{\beta = 360^o - \delta}$$

Obs.: deve-se observar atentamente o quadrante ao qual pertence o vetor soma ou resultante.

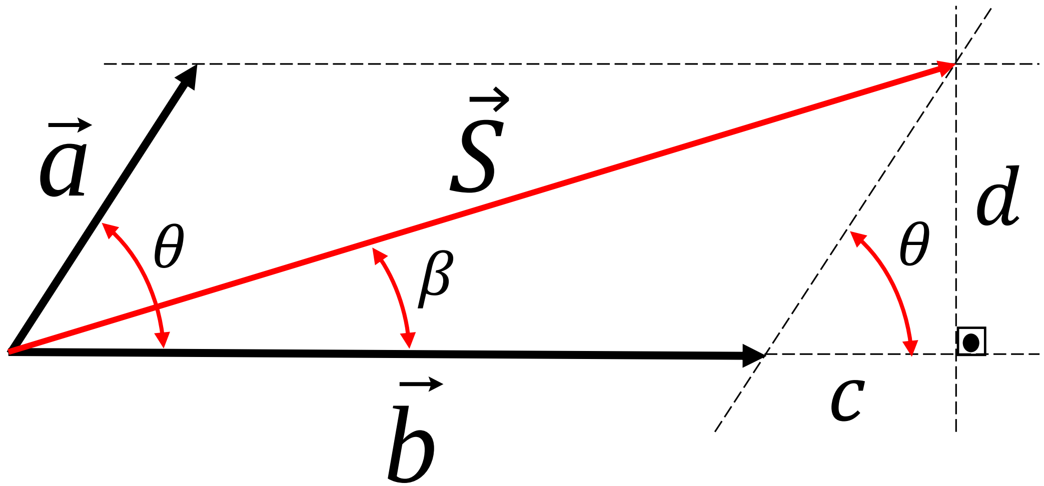
- ***Determinação do vetor S usando a Lei dos Cossenos:***

$$\boxed{\vec{S} = \vec{a} + \vec{b}}$$





$\gamma \rightarrow$ para facilitar a resolução



$$|\vec{a}| = a$$

$$S^2 = d^2 + (b + c)^2$$

$$|\vec{b}| = b$$

$$S^2 = (a.\sin\theta)^2 + (b + a.\cos\theta)^2$$

$$|\vec{S}| = S$$

$$S^2 = (a.\sin\theta)^2 + (b + a.\cos\theta)^2$$

$$c = a.\cos\theta$$

$$S^2 = a^2.(\sin\theta)^2 + b^2 + 2.a.b.\cos\theta + a^2.(\cos\theta)^2$$

$$d = a.\sin\theta$$

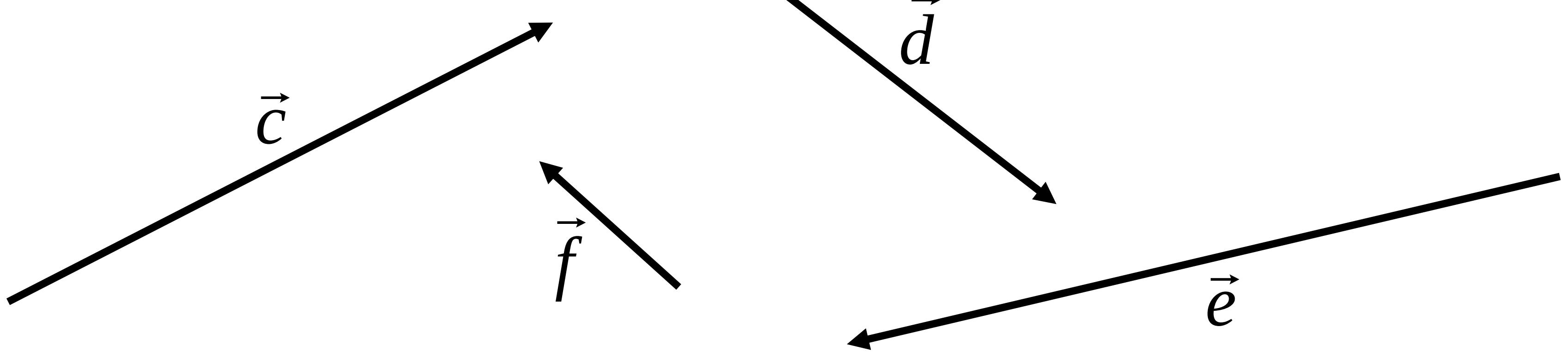
$$S^2 = a^2.[(\sin\theta)^2 + (\cos\theta)^2] + b^2 + 2.a.b.\cos\theta$$

$$\boxed{(\sin\theta)^2 + (\cos\theta)^2 = 1}$$

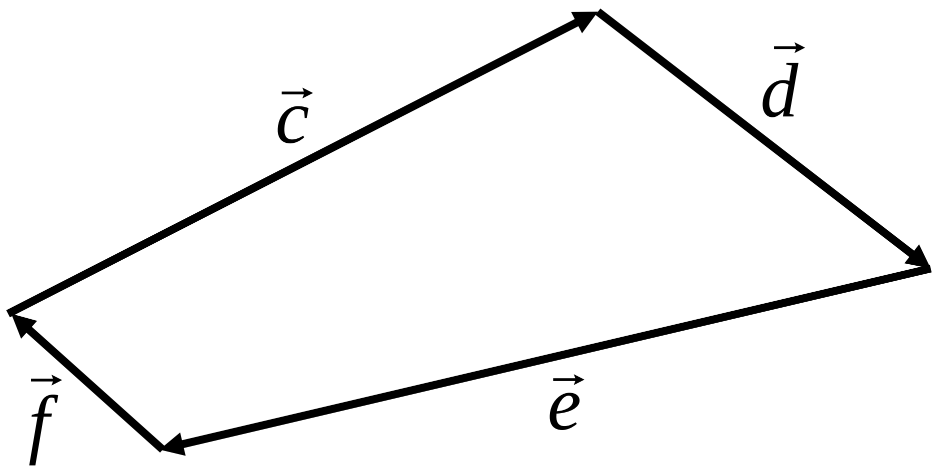
$$\boxed{S^2 = a^2 + b^2 + 2.a.b.\cos\theta}$$

Calcular β e não esquecer de compensar o ângulo girado (γ).

- ***Soma Vetorial:***



$$\boxed{\vec{S}_2 = \vec{c} + \vec{d} + \vec{e} + \vec{f}}$$

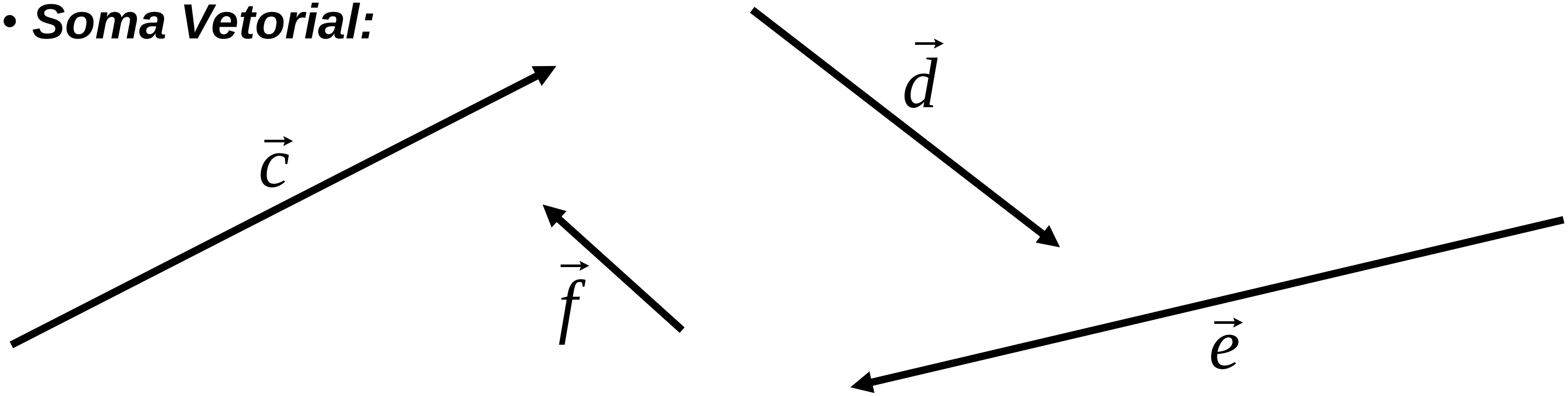


"A ordem da soma vetorial ***<u>não</u>*** alterará o vetor resultante."

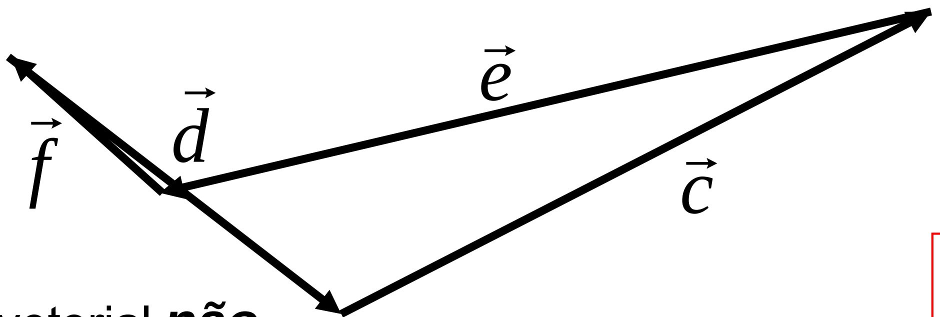
$$\boxed{\vec{S}_2 = \vec{0}}$$

ou *Vetor Nulo*

- ***Soma Vetorial:***



$$\boxed{\vec{S}_3 = \vec{f} + \vec{d} + \vec{c} + \vec{e}}$$



“A ordem da soma vetorial <u>***não***</u> alterará o vetor resultante.”

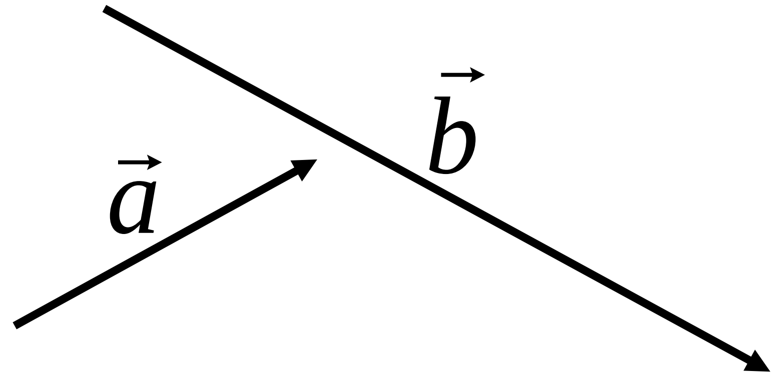
$$\boxed{\vec{S}_3 = \vec{0}}$$

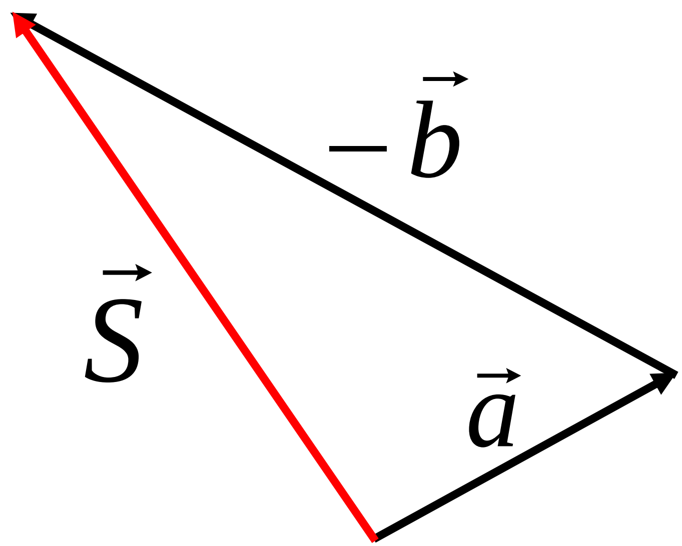
ou *Vetor Nulo*

- ***Diferença Vetorial:***

$$\boxed{\vec{S} = \vec{a} - \vec{b}}$$

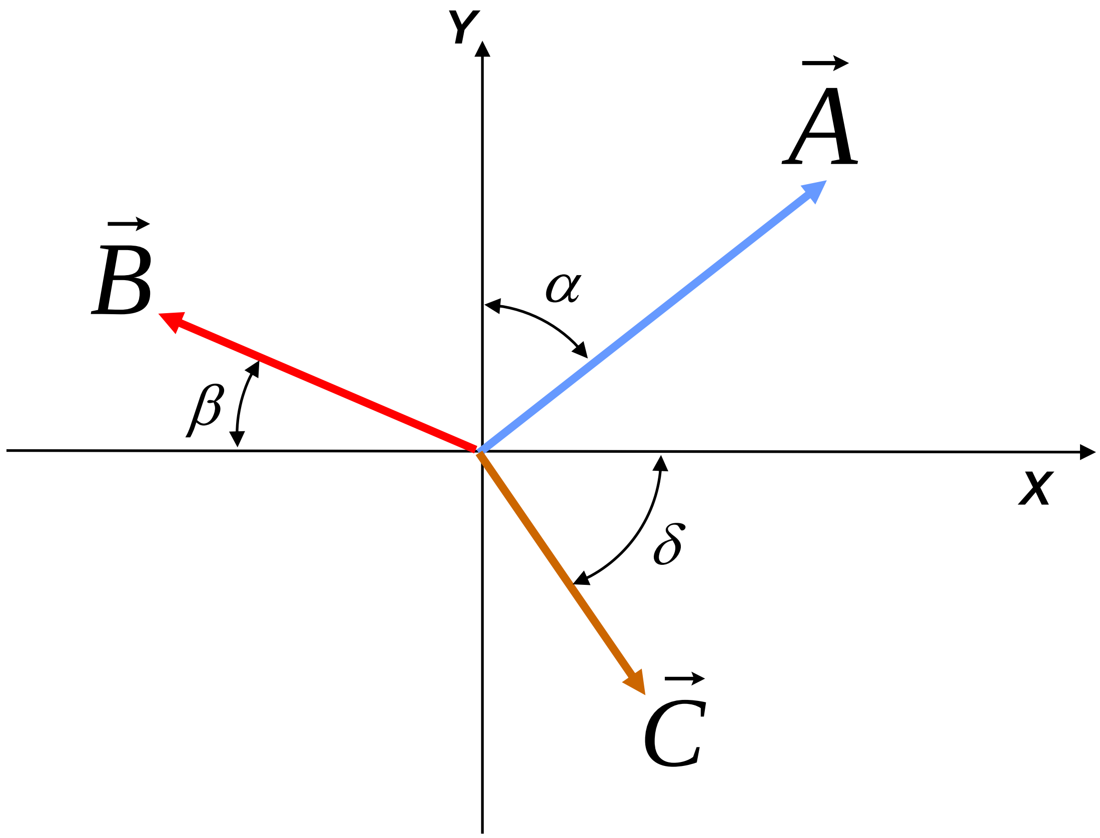
$$\boxed{\vec{S} = \vec{a} + \left(-\vec{b}\right)}$$





Exercício

Determine o vetor soma (ou resultante) para o sistema de vetores dado abaixo.



$$\left|\vec{A}\right| = 5u.$$

$$\left|\vec{B}\right| = 3u.$$

$$\left|\vec{C}\right| = 4u.$$

$$\alpha = 45°$$

$$\beta = 30°$$

$$\delta = 60°$$

Resolução:

- ***projeção na direção do eixo X:***

$$A_x = A.\sin\alpha \rightarrow A_x = 5.\sin 45^\circ \rightarrow A_x = 5.\frac{\sqrt{2}}{2}\ u.$$

$$B_x = B.\cos\beta \rightarrow B_x = 3.\cos 30^\circ \rightarrow B_x = 3.\frac{\sqrt{3}}{2}\ u.$$

$$C_x = C.\cos\delta \rightarrow C_x = 4.\cos 60^\circ \rightarrow C_x = 2\ u.$$

$$S_x = +A_x + B_x + C_x \rightarrow S_x = +\left(+5.\frac{\sqrt{2}}{2}\right) + \left(-3.\frac{\sqrt{3}}{2}\right) + (+2)$$

Sentido oposto ao do referencial

$$\boxed{S_x = +2{,}94\ u.}$$

• ***projeção na direção do eixo <u>Y</u>:***

$$A_y = A.\cos\alpha \;\rightarrow A_y = 5.\cos 45^{\circ} \;\rightarrow A_y = 5.\frac{\sqrt{2}}{2}\,u.$$

$$B_y = B.\sin\beta \;\rightarrow B_y = 3.\sin 30^{\circ} \;\rightarrow B_y = \frac{3}{2}\,u.$$

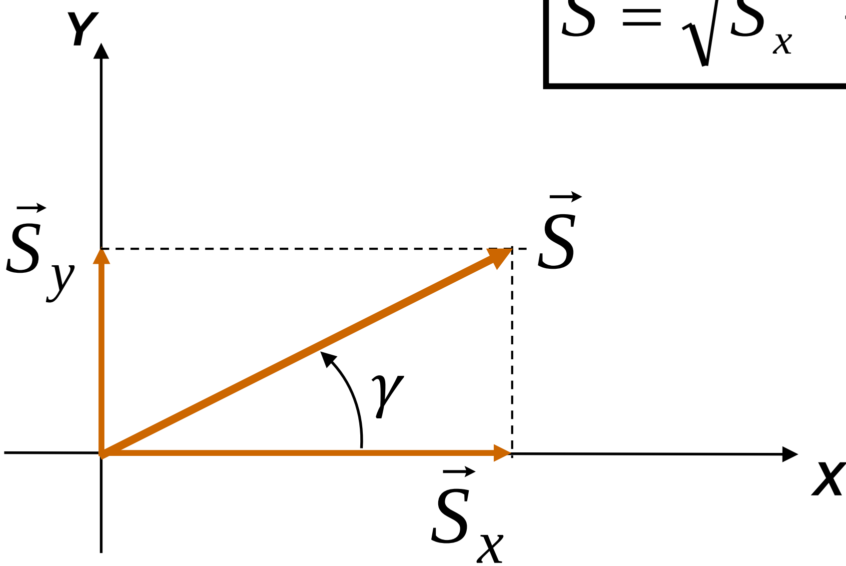
$$C_y = C.\sin\delta \;\rightarrow C_y = 4.\sin 60^{\circ} \;\rightarrow C_y = 2.\sqrt{3}\,u.$$

$$S_y = +A_y + B_y + C_y \;\rightarrow S_y = +\left(+5.\frac{\sqrt{2}}{2}\right) + \left(+\frac{3}{2}\right) + \left(-2.\sqrt{3}\right)$$

Sentido oposto ao do referencial

$$\boxed{S_y = +1{,}57\,u.}$$

- ***Determinação das características do vetor S:***



$$\boxed{S = \sqrt{{S_x}^2 + {S_y}^2}}$$

$$S = \sqrt{(+2{,}94)^2 + (+1{,}57)^2}$$

$$S = \sqrt{11{,}11} \rightarrow \boxed{S = 3{,}33\,u.}$$

Como pode ser visto do gráfico acima, o ângulo da resultante já pertence ao 1º quadrante:

$$\tan\gamma = \frac{S_y}{S_x} \rightarrow \quad \tan\gamma = \frac{1{,}57}{2{,}94} \rightarrow \quad \gamma = arc\tan 0{,}534$$

$$\boxed{\gamma \approx 28{,}1^{\circ}}$$

Não se esqueça de assistir aos seguintes vídeos:

https://www.youtube.com/watch?v=1oZqd52Mqdw - Triângulo retângulo

https://www.youtube.com/watch?v=4sTUs4ll3dI - Trigonometria do triângulo retângulo

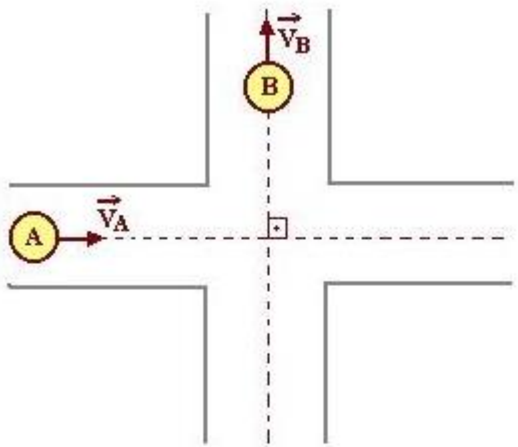
https://www.youtube.com/watch?v=8gwCPpp_Ujo - Circunferência trigonométrica (arcos e quadrantes)

https://www.youtube.com/watch?v=th2Mi82serM - Circunferência trigonométrica (seno e cosseno)

+ ***Exercícios***

1. Um projétil é lançado com uma velocidade de módulo 20 m/s e formando com o plano horizontal um ângulo de 60°. Calcule os componentes horizontal e vertical da velocidade.

2. (INATEL) Dois corpos A e B se deslocam segundo trajetória perpendiculares, com velocidades constantes, conforme está ilustrado na figura adiante.



As velocidades dos corpos medidas por um observador fixo têm intensidades iguais a: V_A = 5,0 (m/s) e V_B = 12 (m/s). Quanto mede a velocidade do corpo A em relação ao corpo B?

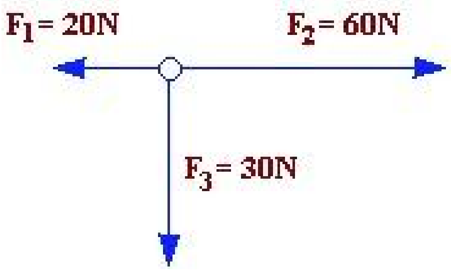
3. (UEPG – PR) Quando dizemos que a velocidade de uma bola é de 20 m/s, horizontal e para a direita, estamos definindo a velocidade como uma grandeza:

   a) escalar   b) algébrica   c) linear   d) vetorial

4. (FESP) Num corpo estão aplicadas apenas duas forças de intensidades 12N e 8,0N. Uma possível intensidade da resultante será:

   a) 22N   b) 3,0N   c) 10N   d) zero   e) 21N

5. (UFAL - adaptada) Uma partícula está sob ação das forças coplanares conforme o esquema ao lado. A resultante delas é uma força, de intensidade, em N, igual a:



   a) 110   b) 70   c) 60   d) 50   e) 30

Referências Sitiográficas

https://www.coladaweb.com/exercicios-resolvidos/exercicios-resolvidos-de-fisica/vetores

Não se esqueça de assistir aos seguintes vídeos:

https://www.youtube.com/watch?v=1oZqd52Mqdw - Triângulo retângulo

https://www.youtube.com/watch?v=OPsqOAgxR4g - Círculo trigonométrico

https://www.youtube.com/watch?v=WqWT1OeVnhY - Vetores 1

https://www.youtube.com/watch?v=a5OOLU122aM - Vetores 2