# FUNÇÕES CONSTANTE, DE PRIMEIRO E DE SEGUNDO GRAUS.

## DEFINIÇÕES :

### FUNÇÃO CONSTANTE :

Uma função f: R $\rightarrow R$ é chamada constante se puder ser escrita na forma y = f(x) = a, onde a é um número real fixo. Como exemplos, podemos escrever f(x) = 6, y = -2, y = 0. Note que a variável x nem aparece na representação algébrica desta função.

### FUNÇÃO POLINOMIAL DE PRIMEIRO GRAU, OU FUNÇÃO DE PRIMEIRO GRAU :

Uma função f: R$\rightarrow R$ é chamada de primeiro grau na variável x se puder ser escrita na forma y=f(x) = ax + b, onde a e b são números reais denominados coeficientes, e a é não nulo.

Assim, as igualdades f(x) = 2x -5 (coeficientes a = 2 e b = -5 ) , y = -3x +8 ( coeficientes a = -3 e b = 8) , y = 4x + 1 ( a = 4 e b = 1) , e f(x) = -9x (a=-9 e b=0) são funções polinomiais de primeiro grau na variável x . Note que “a” nunca é zero, pois senão a função deixaria de ser de primeiro grau.

### FUNÇÃO POLINOMIAL DE SEGUNDO GRAU, OU FUNÇÃO DE SEGUNDO GRAU :

Uma função f: R $\rightarrow R$ é chamada de segundo grau ou quadrática na variável x se puder ser escrita na forma y = f(x) = $ax^2 + bx + c$, onde os coeficientes a, b e c são números reais e $a \neq 0$.

Conforme a definição, as igualdades f(x) = $2x^2 + 3x - 4$ (coeficientes a=2, b=3, c=-4), y = $-x^2 + 8x$ ( a = -1, b=8, c=0), y = $3x^2 - 12$ ( a=3,b=0, c=-12) são funções polinomiais de segundo grau na variável x . Aqui também, é importante notar que o coeficiente “a” nunca é nulo.

## OBSERVAÇÕES :

Estas funções não são novidade para você, pois já deve tê-las estudado no Ensino Fundamental., e vamos partir do fato de você já saber que a representação gráfica de uma função constante ser sempre uma reta paralela ao eixo das abscissas, pois, para qualquer valor que se atribua a x, a função não muda (já que ela é constante). Vamos supor também que você saiba que a representação gráfica de uma função de primeiro grau seja também uma reta não paralela a nenhum dos eixos , e que o gráfico da função de segundo grau seja uma parábola cujo eixo de simetria seja sempre perpendicular ao eixo x.

Além disso, sabemos que para determinarmos uma reta, necessitamos ou de um ponto e uma direção, ou de dois pontos distintos. No caso da função constante f(x) = a, utilizamos o ponto (0,a) e seu paralelismo com o eixo das abscissas, e no caso da função de 1º grau, utilizamos seus interceptos (cruzamentos com os eixos x e y), e, caso eles sejam coincidentes, acrescentamos um outro qualquer de seus pontos, chutando (escolhendo) um valor para x.

Para determinarmos uma parábola, serão utilizados seus interceptos e seu Vértice. Se houver coincidências, o mínimo de pontos que devemos ter é três, e, se for o caso, para chegar a eles, podemos usar o eixo de simetria, que é a perpendicular ao eixo x que passa pelo Vértice (último ponto da tabela), calcular e desenhar pontos simétricos convenientes.

Passemos então ao traçado das representações gráficas de tais funções:

PROCEDIMENTOS :

Para traçarmos os gráficos destas funções, utilizaremos sempre as tabelas a seguir, que se baseiam nas definições e nas propriedades das figuras que as representam. Assim, temos :

FUNÇÃO CONSTANTE

y = a

| x | y |
|---|---|
| 0 | a |

FUNÇÃO DE 1° GRAU

y = ax + b

| x | y |
|---|---|
| 0 | b |
| $-\frac{b}{a}$ | 0 |

FUNÇÃO DE 2º GRAU

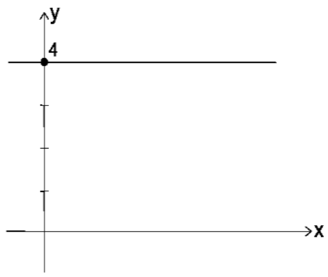
$y = ax^2 + bx + c$

| x | y |
|---|---|
| 0 | c |
| x\` | 0 |
| x\`\` | 0 |
| $-\frac{b}{a}$ | $-\frac{\Delta}{4a}$ |

EXEMPLOS : Representar gráficamente as seguintes funções :

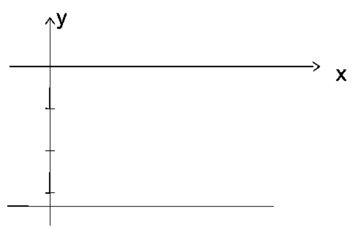
1)f (x) = 4

| x | y |
|---|---|
| 0 | 4 |



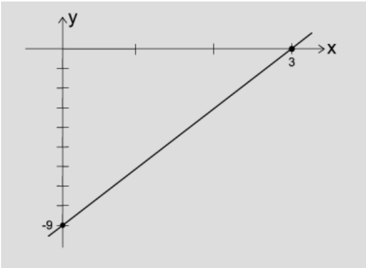

2) $y = -2\sqrt{3}$

| x | y |
|---|---|
| 0 | $-2\sqrt{3}$ |



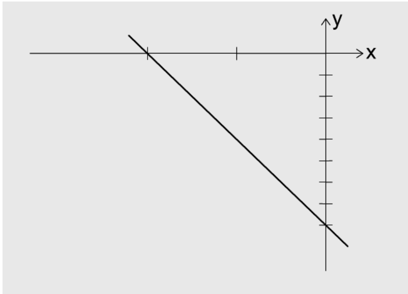
3) $y = 3x - 9$

| x | y |
|---|---|
| 0 | -9 |
| 3 | 0 |



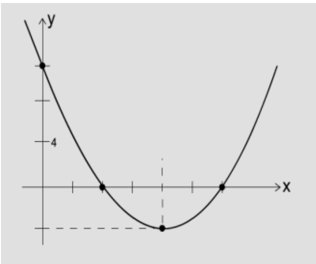

4) $f(x) = -4x - 8$

| x | y |
|---|---|
| 0 | -8 |
| -2 | 0 |



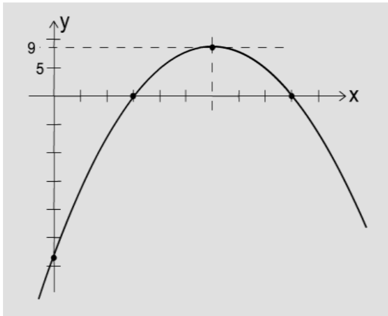

5) $f(x) = x^2 - 8x + 12$

| x | y |
|---|---|
| 0 | 12 |
| 2 | 0 |
| 6 | 0 |
| 4 | -4 |




6) $y = -x^2 + 12x - 27$

| x | y |
|---|---|
| 0 | -27 |
| 3 | 0 |
| 9 | 0 |
| 6 | 9 |




<u>CONCEITO :</u>

Já vimos que os pontos onde uma função corta o eixo x ou o eixo y são seus Interceptos. Fica fácil perceber que os pares ordenados que representam tais pontos possuem ou a abscissa ou a ordenada nula.

Então você deve ter notado que todos os pares ordenados das tabelas apresentadas para as funções constante e de primeiro grau se referem aos seus interceptos, e os da função de segundo grau também, com exceção do último , que vem a ser o seu ponto mais alto ou mais baixo, ou Vértice da parábola.

<u>OBSERVAÇÕES :</u>

Os exemplos que acabamos de ver nos permitem algumas conclusões :

a) Função constante f(x) = a : Sua Imagem é sempre o conjunto unitário {a}
b) Função de 1º grau f(x) = ax + b, com $a \neq 0$ : Sua Imagem é o conjunto R e ela é crescente quando a >0 e decrescente quando a < 0.

c) Função de 2º grau $f(x) = ax^2+bx+c$, com $a \neq 0$: Possui concavidade voltada para cima quando $a > 0$, e $Im(f) = \{y \in R \mid y \geq -\frac{\Delta}{4a}\}$. Quando a<0, sua concavidade é voltada para baixo e ela possui Imagem tal que $Im(f) = \{y \in R \mid y \leq -\frac{\Delta}{4a}\}$.

<u>EXERCÍCIOS :</u>

Representar graficamente as funções e escrever suas Imagens :

a) $f(x) = \sqrt{2}$　　b) $y = 4x + 8$　　c) $y = x^2 - 12x + 32$　　d) $y = -6x-5$

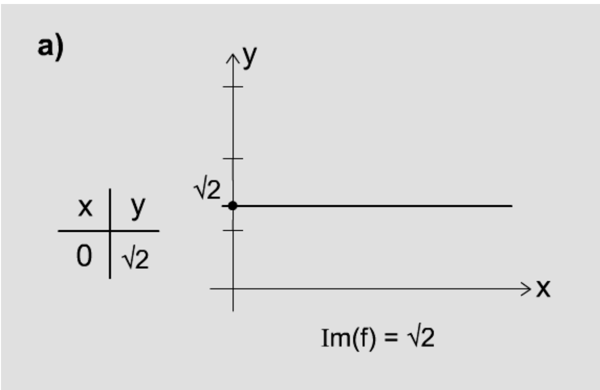
e) $y = 2x-\sqrt{2}$　　f) $g(x) = -8x + 6$　　g) $h(x) = -x^2+6x+7$　　h) $y = 9-4x^2$

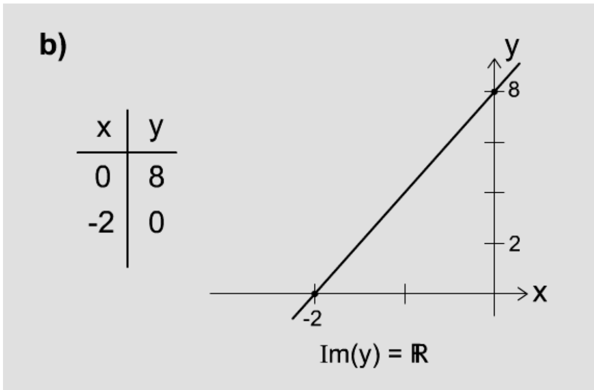
i) $y = x\sqrt{3}$　　j) $f(x) = 2x^2-9x$　　k) $f(t) = \sqrt{2}t - 3\sqrt{6}$　　l) $f(x) = -3\pi$

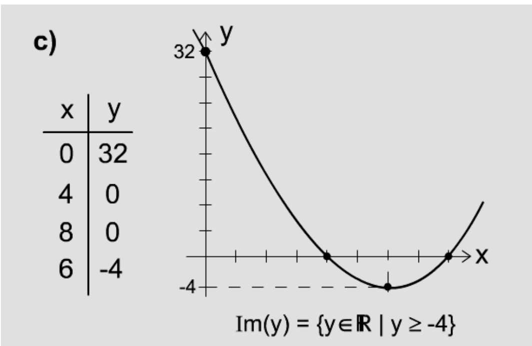
m) $f(t) = t$　　n) $f(x) = x^2+9$　　o) $f(x) = x^2-6x+9$　　p) $y = -x^2-2x-1$

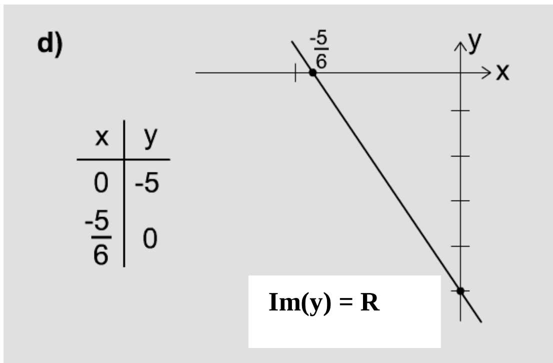
q) $g(t) = -t^2+16$　　r) $y = 3$　　s) $y = 3x$　　t) $y = 3x^2$

**<u>RESPOSTAS</u>**



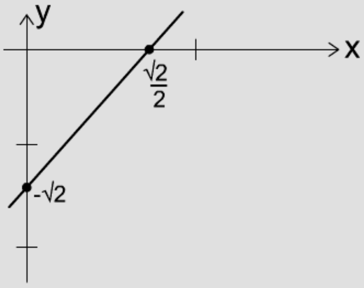



**e)**

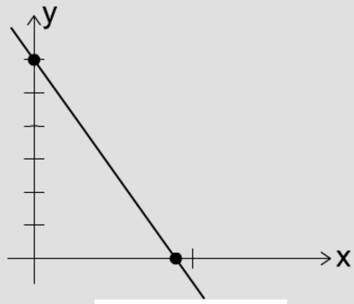
| x | y |
|---|---|
| 0 | $-\sqrt{2}$ |
| $\frac{\sqrt{2}}{2}$ | 0 |




**Im(y) = R**

**f)**

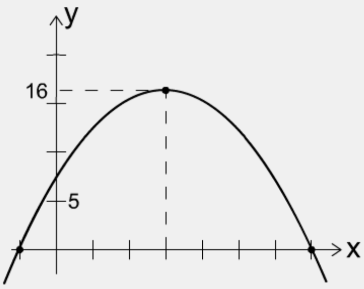
| x | y |
|---|---|
| 0 | 6 |
| $\frac{3}{4}$ | 0 |




**Im(y) = R**

**g)**

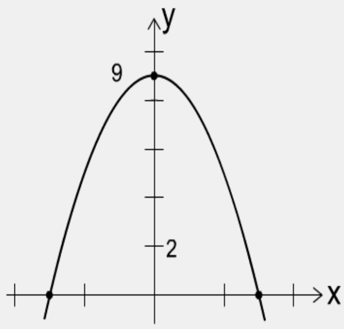
| x | y |
|---|---|
| 0 | 7 |
| -1 | 0 |
| 7 | 0 |
| 3 | 16 |




$\text{Im}(y) = \{y \in \mathbb{R} \mid y \leq 16\}$

**h)**

| x | y |
|---|---|
| 0 | 9 |
| $\frac{-3}{2}$ | 0 |
| $\frac{3}{2}$ | 0 |
| 0 | 9 |

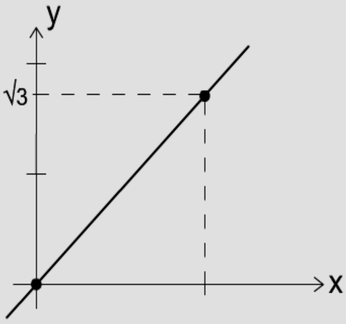



$\text{Im}(y) = \{y \in \mathbb{R} \mid y \leq 9\}$

**i)**

| x | y |
|---|---|
| 0 | 0 |
| 1* | $\sqrt{3}$ |

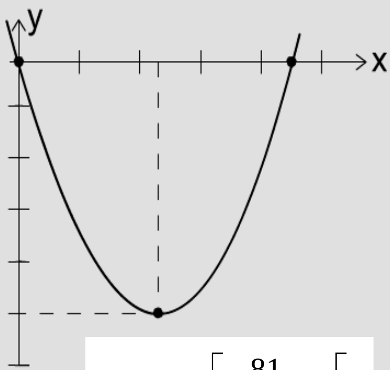
*Chute




$\text{Im}(y) = \mathbb{R}$

**j)**

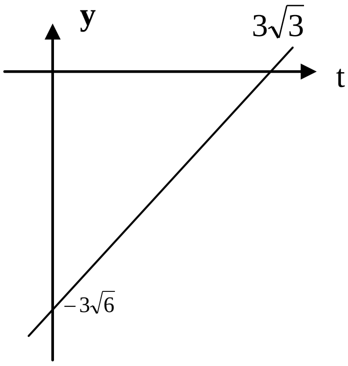
| x | y |
|---|---|
| 0 | 0 |
| 0 | 0 |
| $\frac{9}{2}$ | 0 |
| $\frac{9}{4}$ | $\frac{-81}{4}$ |




$\text{Im}(y) = \left[-\frac{81}{4}, +\infty\right[$

**k)**

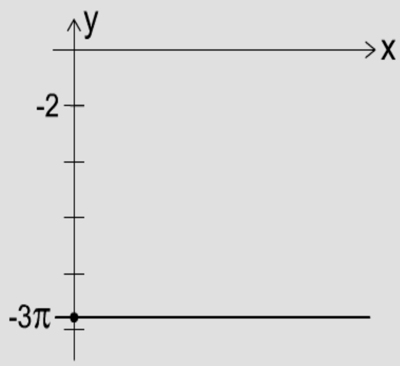
| t | y |
|---|---|
| 0 | $-3\sqrt{6}$ |
| $3\sqrt{3}$ | 0 |




**Im (y) = R**

**ℓ)**

| x | y |
|---|---|
| 0 | $-3\pi$ |

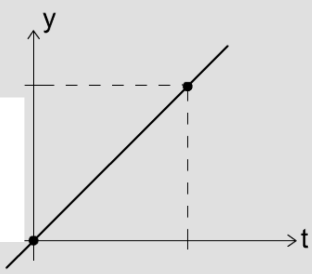



Im(f) = {$-3\pi$}

**m)**

| t | y |
|---|---|
| 0 | 0 |
| 1* | 1 |

*Chute

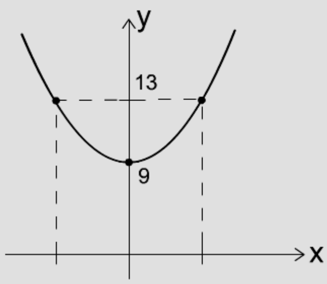



Im(y) = ℝ

**n)**

| x | y |
|---|---|
| 0 | 9 |
| ∉ℝ | 0 |
| ∉ℝ | 0 |
| 0 | 9 |
| -2* | 13 |
| 2* | 13 |

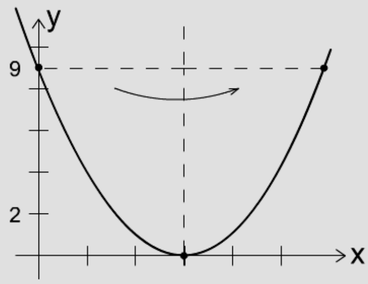
*Chute




Im(y) = {y∈ℝ | y ≥ 9}

**o)**

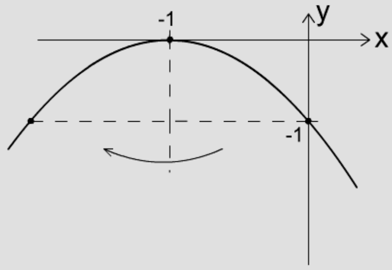
| x | y |
|---|---|
| 0 | 9 |
| 3 | 0 |
| 3 | 0 |
| 3 | 0 |




Im(y) = ℝ+

**p)**

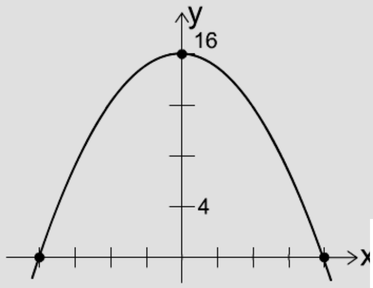
| x | y |
|---|---|
| 0 | -1 |
| -1 | 0 |
| -1 | 0 |
| -1 | 0 |




Im(y) = ℝ-

**q)**

| t | y |
|---|---|
| 0 | 16 |
| -4 | 0 |
| 4 | 0 |
| 0 | 16 |

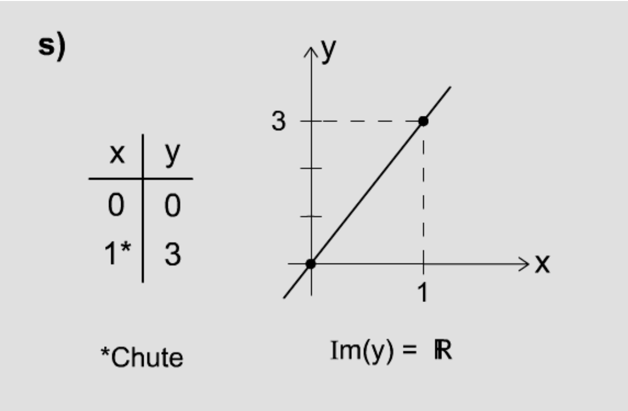


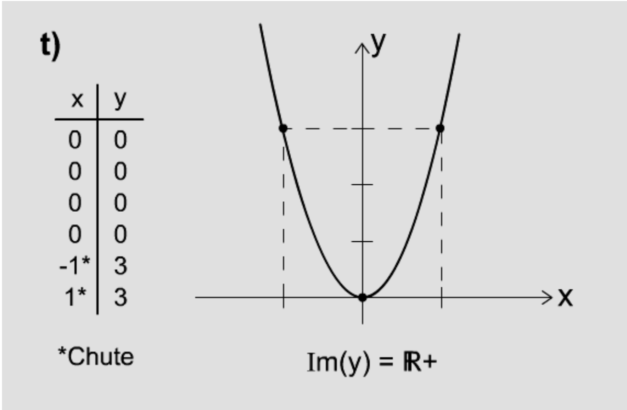

Im(y) = {y∈ℝ | y ≤ 16}

**r)**

| x | y |
|---|---|
| 0 | 3 |


Im(f) = {3}



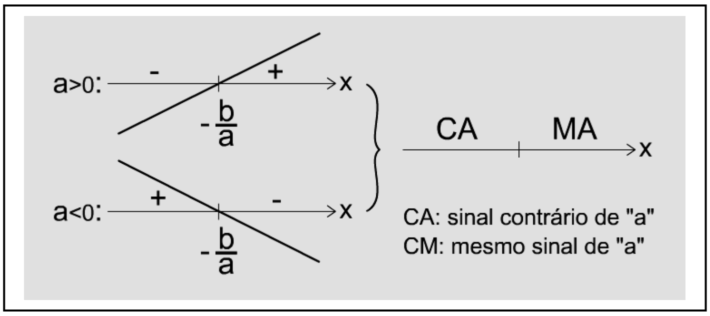




OBSERVAÇÕES :

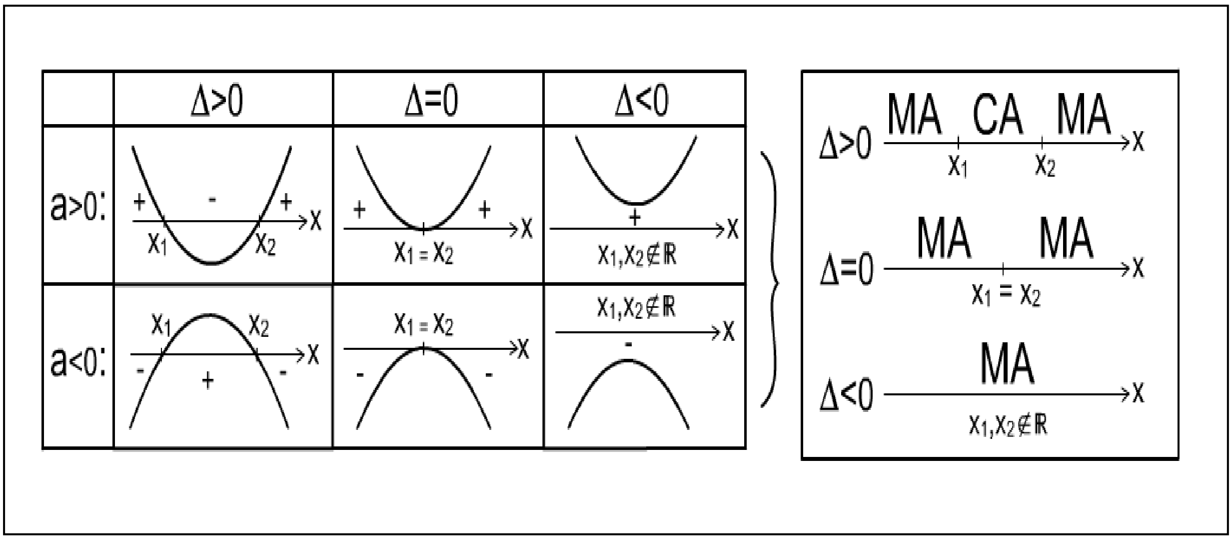
Sinais das funções

Os gráficos que acabamos de traçar nos permitem algumas conclusões a respeito dos sinais destas funções :

a) A função constante f(x) = a tem sempre o mesmo sinal de “a” (MA).
b) A função de 1º grau f(x) = ax+b (a $\neq$ 0) tem os sinais conforme a figura :




c) A função quadrática f(x) = $ax^2+bx+c(a \neq 0)$ tem os sinais obedecendo a tabela :

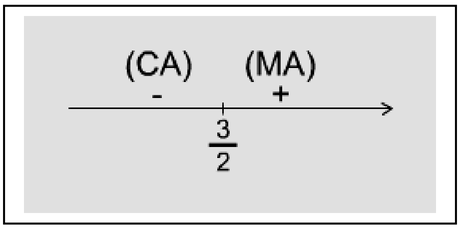


EXEMPLO : Estudar os sinais das seguintes funções :

1) f(x) = -5 . Esta função, que é constante, tem sempre o mesmo sinal de "a". Como a = -5, então ela é sempre negativa , e devemos escrever :

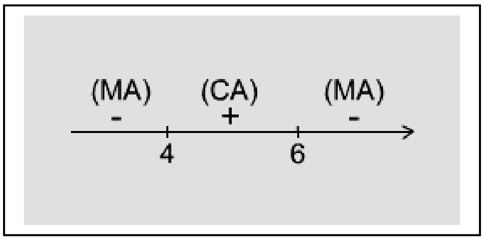
$$\begin{cases} f(x) = 0 \text{ , então } x \notin R \\ f(x) < 0 \text{ para qualquer } x \in R \\ f(x) > 0 \text{ , então } x \notin R \end{cases}$$

2) f(x) = 4 x – 6 . Esta função é de 1º grau. Conforme o esquema da página anterior, seus sinais são CA e MA, ou, como a é positivo, -, +, e devemos escrever :




$$\begin{cases} f(x) = 0\text{, para } x \in R \mid x = \frac{3}{2} \\ f(x) > 0 \text{ , para } x \in R \mid x > \frac{3}{2} \\ f(x) < 0 \text{ , para } x \in R \mid x < \frac{3}{2} \end{cases}$$

3) f(x) = $-x^2+10x-24$. As raízes desta função de 2º grau são 4 e 6. Logo, como seus sinais são MA, CA e MA, ou, como a é negativo, -, +, -, teremos :




$$\begin{cases} f(x) = 0\text{, para } x \in R \mid x = 4 \text{ ou } x = 6 \\ f(x) > 0 \text{ , para } x \in R \mid 4<x<6 \\ f(x) < 0 \text{ , para } x \in R \mid x<4 \text{ ou } x>6 \end{cases}$$

]

EXERCÍCIOS : Estudar os sinais das funções :

a) y = 4x-2 b) f(x) = -x-6 c) f(t ) = -3t +11 d) y = $-x^2+2x+35$

e) f(x) = $-\frac{2}{3}$ f) y = $4x^2-9$ g) f(w) = $-w^2-6w$ h) f(x) = $-\sqrt{2}x^2$

i) $y = x^2+3x+6$ j) $f(x) = x^2+6x+9$ k) $g(t) = 3\pi$ l) $g(x) = 3\pi x$

(Resp.: a) $\begin{cases} y>0 \text{ para } x>\frac{1}{2} \\ y=0 \text{ para } x=\frac{1}{2} \\ y<0 \text{ para } x<\frac{1}{2} \end{cases}$ b) $\begin{cases} f(x) = 0 \text{ para } x=-6 \\ f(x) >0 \text{ para } x<-6 \\ f(x)<0 \text{ para } x>-6 \end{cases}$ c) $\begin{cases} f(t)=0 \text{ p/ } t=\frac{11}{3} \\ f(t)>0 \text{ p/}t<\frac{11}{3} \\ f(t)<0 \text{ p/}t>\frac{11}{3} \end{cases}$

d) $\begin{cases} y=0 \text{ p/}x =-5 \text{ou } x=7 \\ y>0 \text{ p/ } -5<x< 7 \\ y<0 \text{ p/ } x< -5 \text{ ou } x>7 \end{cases}$ e) $\begin{cases} f(x)<0 \text{ p/ } \forall x \in R \\ f(x)\geq 0 \text{, } x\notin R \end{cases}$ f) $\begin{cases} y=0 \text{ p/}=\pm\frac{3}{2} \\ y>0 \text{ p/}x<-\frac{3}{2} \text{ ou } x>\frac{3}{2} \\ y<0 \text{ p/ } -\frac{3}{2} < x < \frac{3}{2} \end{cases}$

g) $\begin{cases} f(w) =0 \text{ p/}w=-6 \text{ ou } w=0 \\ f(w) <0 \text{ p/}w<-6 \text{ ou } w>0 \\ f(w)>0 \text{ p/ } -6<w<0 \end{cases}$ h) $\begin{cases} f(x)=0 \text{ p/ } x=0 \\ f(x)<0 \text{ p/}x\neq 0 \\ f(x)>0 \text{ ,}x\notin R \end{cases}$ i) $\begin{cases} y\leq 0 \text{ , } x\notin R \\ y>0 \text{ p/ } \forall x \in R \end{cases}$

j) $\begin{cases} f(x) =0 \text{ p/}x=-3 \\ f(x)> 0 \text{ p/}x\neq -3 \\ f(x) <0\text{,}x\notin R \end{cases}$ k) $\begin{cases} g(t) \leq 0, t \notin R \\ g(t) >0 \text{ p/ } \forall t \in R \end{cases}$ l) $\begin{cases} g(x)=0 \text{ p/}x=0 \\ g(x)>0 \text{ p/}x>0 \\ g(x)<0 \text{ p/}x<0 \end{cases}$ )

CONCEITO :

Inequações :

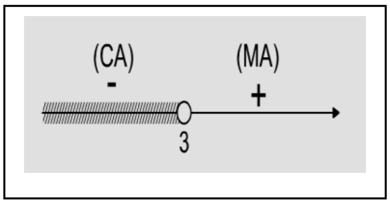
Toda inequação é uma desigualdade aberta, o que significa que ela contém ao menos uma incógnita. Trabalharemos a seguir com inequações de 1º e de 2º graus com uma só incógnita, e para isso utilizaremos os estudos de sinais das funções que acabamos de fazer.

EXEMPLOS :

Resolva as inequações em R :

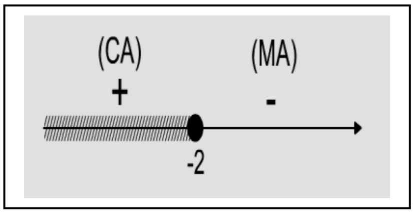
1) 2x-6 < 0

A função y = 2x-6, de primeiro grau, tem os sinais -,+ ( CA,MA)



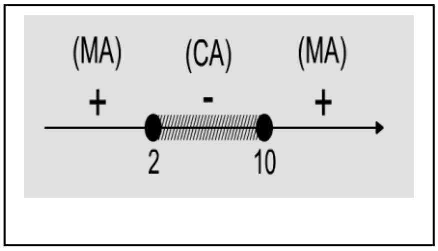

e raiz $-\frac{b}{a}=\frac{6}{2}=3$. Como a inequação pede que a função 2x-6 seja menor que zero, hachuraremos a região do eixo x onde o sinal seja negativo, e veremos que a solução é x < 3. Assim, V = $\{x \in R \mid x < 3\}$.

2) -3x-6 $\geq 0$




A função y - -3x-6, de 1º grau, tem os sinais +,- (CA,MA) e raiz igual a -2. A função -3x-6 deve ser maior ou igual a zero. Então vamos hachurar a raiz, além da região onde o sinal é positivo, e a solução da inequação será: V = $\{x \in R \mid x \leq -2\}$.

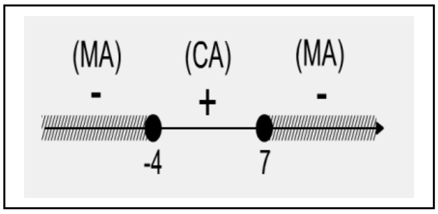
3) $x^2 - 12x + 20 \leq 0$




Os sinais da função y = $x^2 - 12x + 20$, de 2º grau, são +,-,+ (MA, CA,MA) e suas raízes são 2 e 10. Como a função dada deve ser menor ou igual a zero, hachuraremos as raízes e a região onde o sinal é negativo, e a solução será: $V = \{x \in R \mid 2 \le x \le 10\}$.

4) $-x^2 + 3x + 28 \le 0$

Sinais da função : -,+,- (MA,CA,MA). Raízes -4 e 7. A função deve ser menor ou igual a zero. Hachuraremos então as raízes e a região do eixo x onde o sinal é negativo, e teremos o seguinte Conjunto Verdade : $V = \{x \in R \mid x \le -4 \text{ ou } x \ge 7\}$.




EXERCÍCIOS : Resolva as inequações em R :

a) $4x+6<0$ b) $5x+7>0$ c) $3-10x<6-8x$ d) $x^2-7x+6<0$

e) $2-5x>-3x+12$ f) $-x^2+10x-9\ge 0$ g) $81-25x^2\le 0$ h) $-x^2+6x-9<0$

i) $x^2+4\ge 0$ j) $-x^2-100\ge 0$ k) $-4x^2<0$ l) $-x^2+\sqrt{12}\le 0$

(Resp.: a) $V=\{x \in R \mid x < -\frac{3}{2}\}$; b) $V=\{x \in R \mid x > -\frac{7}{5}\}$; c) $V=\{x \in R \mid x > -\frac{3}{2}\}$; d) $V = [1,6]$ ;

e) $V=\{x \in R \mid x < -5\}$; f) $V=\{x \in R \mid 1 \le x \le 9\}$; g) $V = \{x \in R \mid x \le -\frac{9}{5} \text{ ou } x \ge \frac{9}{5}\}$; h) $V=R-\{3\}$;

i) $V= R$ ; j) $V = \phi$; k) $V = R$; l) $V = \{x \in R \mid x \le -2\sqrt{3} \text{ ou } x \ge 2\sqrt{3}\}$.)

CONCEITO :

Sistemas de inequações : Consideramos que um conjunto de inequações com a mesma variável constitui um sistema se a sua solução contemplar a todas as inequações que dele fazem parte. Para tanto, o Conjunto Verdade do sistema deverá ser a interseção dos Conjuntos Verdade de todas as inequações que o formam.

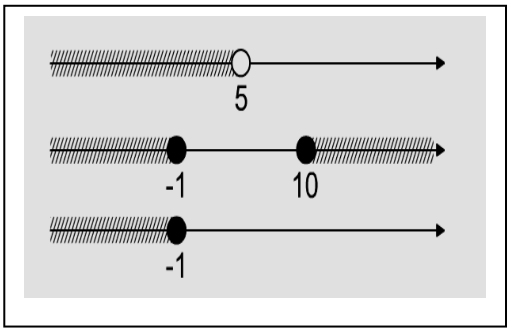
EXEMPLO : Resolva o sistema $\begin{cases} 3x-6 < 9 \\ x^2 - 9x \geq 10 \end{cases}$

Inicialmente vamos resolver cada inequação :

a) $3x-15 < 0$ (CA,MA) (-,+) $\rightarrow$ $x<5$ $\rightarrow$

b) $x^2 - 9x - 10 \geq 0$ (MA,CA,MA) (+,-,+) $\rightarrow x \leq -1$ ou $x \geq 10$ $\rightarrow$

c) Em seguida , a interseção dos conjuntos anteriores : $\cap \rightarrow$




Conclusão : V = $\{ x \in R \mid x \leq -1 \}$.

<u>EXERCÍCIOS :</u> Resolva os seguintes sistemas de inequações :

a) $\begin{cases} 4x + 3 < 2 - 3x + 8 \\ 2x + 9 \geq 3 + 5x \\ -3x - 7 < 2 + 4x \end{cases}$

(Resp.: V = $]-\frac{9}{7},1[$ )

b) $\begin{cases} x^2 + 2x - 8 < 0 \\ -x^2 + 6x \geq 0 \\ x^2 - 9 < 0 \end{cases}$

(Resp.: V = [0,2[ )

c) $\begin{cases} x^2 - 3x - 28 \leq 0 \\ -4x + 28 > 0 \\ 6x + 24 > 0 \end{cases}$

(Resp.: V = ]-4,7[

d) $\begin{cases} x + 4 > -1 \\ -x - 6 < 5 \\ 2x + 7 < 19 \\ x^2 - 2x - 35 \leq 0 \end{cases}$

(Resp.: V=]-5,6[ )

e) $\begin{cases} x^2 - 10x + 25 < 0 \\ 4 - 2x > 0 \end{cases}$

(Resp.: V = $\phi$)

f) $\begin{cases} 9 - 4x^2 \leq 0 \\ x^2 - 4 \leq 0 \end{cases}$

(Resp.: V= $[-2,-\frac{3}{2}] U [\frac{3}{2},2]$

CONCEITO :

Inequações simultâneas : A sentença algébrica $-3 < 2x - 5 \leq 4$ nos apresenta duas inequações. Uma delas é $-3 < 2x - 5$ e a outra, $2x - 5 \leq 4$. Por estarem escritas em uma única sentença, elas devem ter uma solução única, que será a interseção das soluções das inequações separadas. Para isso, devemos tratá-las como sendo um sistema de inequações, conforme estudamos no conceito anterior.

EXEMPLO : Resolva as inequações simultâneas : $-3 < 2x - 5 \leq 4$.

Conforme você acabou de ler, devemos resolver o sistema $\begin{cases} -3 < 2x - 5 \\ 2x - 5 \leq 4 \end{cases}$

cuja solução é $V = \{x \in R \mid 1 < x \leq \frac{9}{2}\}$.

EXERCÍCIOS : Resolva as inequações :

a) $4 < 3x - 2 \leq 15$; b) $2x \leq x^2 - 10x \leq 2x^2$ ; c) $4 < 3x - 2 < 1$ ; d) $x^2 \leq 2x^2 + 6x \leq 3x$

( Resp.: a) $V = [2, \frac{17}{3}]$ ; b) $V = \{x \in R \mid x \leq -10$ ou $x = 0$ ou $x \geq 12\}$ ; c) $V = \phi$ ; d) $V = \{0\}$.)

CONCEITO :

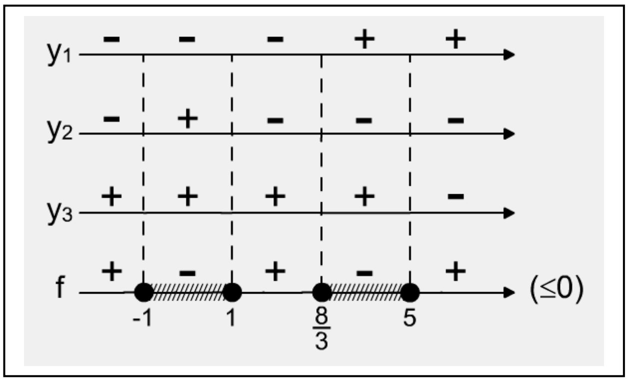
Inequações formadas por produtos ou quocientes de funções :

Para resolvermos este tipo de inequação, devemos estudar os sinais das funções que a compõem, multiplicá-los e verificar os intervalos onde estes produtos obedecem ao sinal que a inequação pede.

EXEMPLOS: Resolva as inequações em R :

1) $(3x - 8).(-x^2+1).(10-2x) \leq 0$

Esta inequação é formada pelas funções $y_1 = 3x - 8$, $y_2 = -x^2 + 1$ e $y_3 = 10 - 2x$, cujos sinais representaremos em 3 eixos paralelos, e utilizaremos um quarto eixo para os sinais do produto desses sinais e para hachurar o Conjunto Verdade.

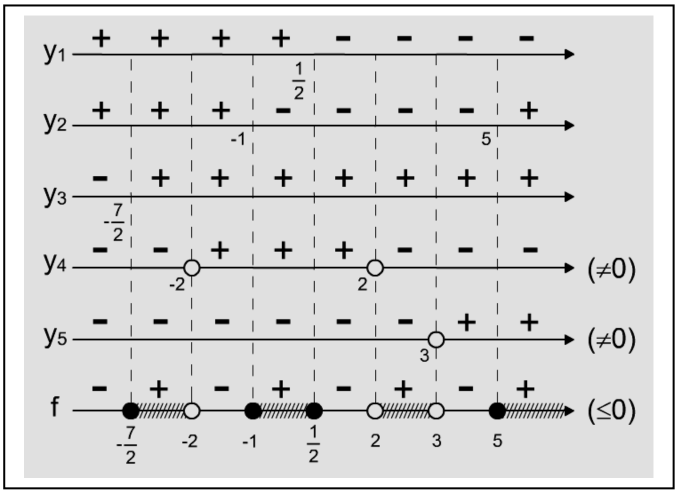



Então temos o seguinte Conjunto Verdade : V = $\{x \in R \mid -1 \le x \le 1 \text{ ou } \frac{8}{3} \le x \le 5\}$

2) $\dfrac{(-4x+2).(x^2-4x-5).(2x+7)}{(4-x^2).(x-3)} \ge 0$

Funções $y_1 = -4x+2$, $y_2 = x^2-4x-5$, $y_3 = 2x+7$ no numerador e funções $y_4 = 4-x^2, y_5 = x-3$ no denominador, e , por isso diferentes de zero. Isto quer dizer que as raízes das funções $y_4$ e $y_5$ devem ser excluídas do Conjunto Verdade da inequação.

Trabalharemos agora com os 5 eixos das funções e um sexto para a multiplicação dos sinais e a representação do Conjunto Verdade :




V = $\{x \in R \mid -\frac{7}{2} \le x < -2 \text{ ou } -1 \le x \le \frac{1}{2} \text{ ou } 2 < x < 3 \text{ ou } x \ge 5\}$.

EXERCÍCIOS : Resolva as inequações em R :

a) (x-2).(-x-4).$(x^2 \ -9) \geq 0$ (Resp.: V= {$x \in R \,|\, x \leq -4$ ou $-3 \leq x \leq 2$ ou $x \geq 3$})

b) $-(3x+8).(-x^2+12x-11).(x^2+2) < 0$ (Resp.: V = {$x \in R \,|\, x < \frac{8}{3}$ ou $1 < x < 11$})

c) $\frac{(2-x).(3+x)(x-4)}{(5-x).(x^2-9x+14)} \leq 0$ (Resp.: V = ([-3.4] U ]5,7[ )–{2})

d) $\frac{(2x-1).(2x-2).(2x-3)}{(3x-1).(3x-2).(3x-3)} \geq 0$ (Resp.: V = { $x \in R \,|\, x < \frac{1}{3}$ ou $\frac{1}{2} \leq x < \frac{2}{3}$ ou $x \geq \frac{3}{2}$})

e) $\frac{x-2}{x+2} + \frac{x+2}{x-2} \leq 2$ (Resp.: V = {$x \in R \,|\, x < -2$ ou x . 2 })

f) $\frac{x-3}{x+3} - \frac{x+3}{x-3} \geq \frac{2}{3}$ (Resp.: V = {$x \in R \,|\, x < -3$ ou $9\text{-}3\sqrt{10} \leq x < 3$ ou $x \geq 9+3\sqrt{10}$})

g) (x-1).(x-2).(x-3).....(x-9).(x-10) >0

(Resp.: V={$x \in R$ |x<1 ou 2<x<3 ou 4<x<5 ou 6<x<7 ou 8<x<9 ou x>10})

APLICAÇÕES :

Existem funções que envolvem radicais e frações algébricas. Tais funções nem sempre possuem o conjunto R como seu Domínio, pois, como sabemos, se o radicando de uma raiz de índice par for negativo, a raiz não será um número real, e se o valor de uma expressão for zero, ela não poderá ser o denominador de nenhuma fração.

Logo, podemos dizer que, se uma função for um polinômio de grau qualquer, seu Domínio será igual a R. Porém, se a função envolver algum radical com índice par, seu radicando deverá ser positivo ou nulo, e, por fim, se a função for uma fração algébrica, seu denominador deverá ser diferente de zero.

EXEMPLO : Obtenha o Domínio de Validade das funções :

a) f(x) = $\sqrt{2x-3}$

Se o radical tem índice par, então seu radicando deve ser maior ou igual a zero. Isto nos leva à inequação $2x - 3 \geq 0$, cuja solução é $x \geq \frac{3}{2}$. Então, temos :

$$\text{Dom(f)} = \{x \in R \mid x \geq \frac{3}{2}\}$$

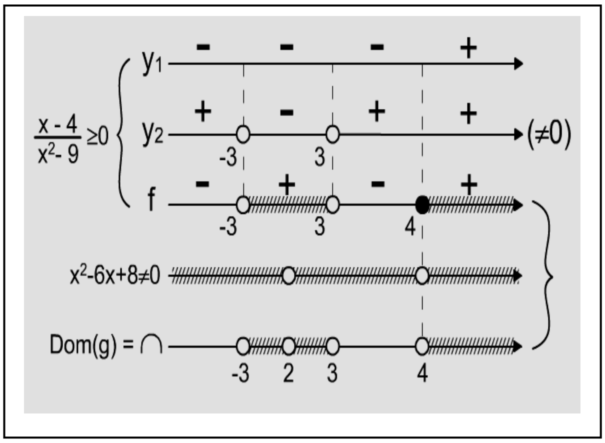
b) $f(x) = \sqrt[4]{\frac{3-6x}{x+1}}$

Novamente o índice da raiz é par, logo o radicando não pode ser negativo , ou $\frac{3-6x}{x+1} \geq 0$. Se resolvermos esta inequação, conforme já estudamos, teremos o seguinte Domínio de Validade :

$$\text{Dom(f)} = \{x \in R \mid -1 < x \leq \frac{1}{2}\}$$

c) $g(x) = \dfrac{2x - \sqrt{\frac{x-4}{x^2-9}}}{x^2 - 6x + 8}$

Neste caso, devemos resolver o sistema de inequações resultante de o radicando ser maior ou igual a zero, e de o denominador ser diferente de zero. O Domínio deverá ser a interseção das duas condições de existência : Dom(g) $=\{x \in R \mid -3 < x < 3$ e $x \neq 2$ ou $x > 4\}$




<u>EXERCÍCIOS :</u> Obtenha o Domínio de cada uma das funções :

a) $f(x) = \frac{x}{\sqrt{x+2}}$; b) $g(x) = 1 + x + 2x^2 - \sqrt{x^2 - 4}$ ; c) $j(x) = \frac{x + \sqrt{x}}{\sqrt{x}}$; d) $f(x) = \frac{x-3}{\sqrt{3}}$;

e) $f(x) = \sqrt{x-1} + \sqrt{x-2} + .... + \sqrt{x-9} + \sqrt{x-10}$ ; f) $h(t) = \dfrac{\sqrt{1-3t} + \sqrt{1+3t}}{\sqrt{1-2t}}$

(Resp.: a) Dom(f) = $\{x \in R \mid x > -2\}$; b) Dom(g) = $\{x \in R \mid x \leq -2$ ou $x \geq 2\}$; c) Dom(j) = $R^*_+$ ;

d) Dom(f) = R ; e) Dom(f) = $\{x \in R \mid x \geq 10\}$ ; f) Dom(h) = $\{t \in R \mid -\frac{1}{3} \leq t \leq \frac{1}{3}\}$) .

---